

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

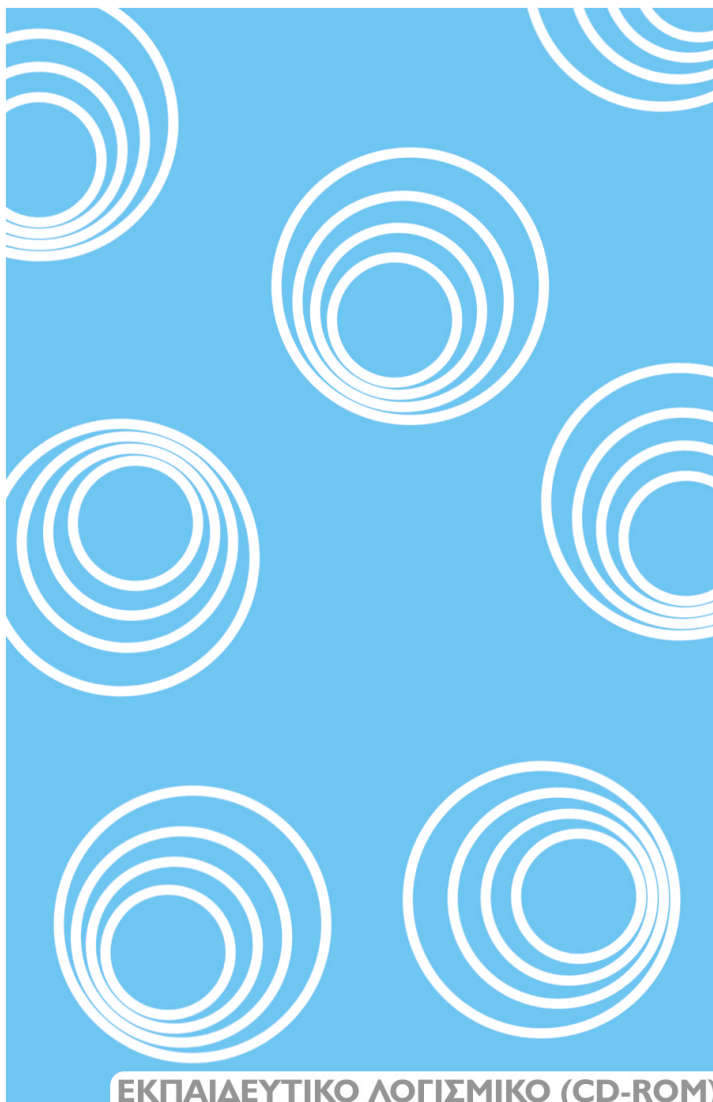
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Κώστας Γαβρίλης
Αγάπη Βαβουράκη
Σπύρος Γκούμας
Αγγελική Δημητρακοπούλου

Ε' & ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Συνοδευτικό Εγχειρίδιο ΤΟΜΟΣ Α'



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ (CD-ROM)

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ε' & ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΣΥΝΟΔΕΥΤΙΚΟ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟ

ΤΟΜΟΣ Α'

Ομάδα δημιουργίας	Κώστας Γαβρίλης, Εκπαιδευτικός Αγάπη Βαβουράκη, Εκπαιδευτικός Σπύρος Γκούμας, Μαθηματικός Αγγελική Δημητρακοπούλου, Επίκουρη Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Αιγαίου
Κριτές	Θεοδόσιος Ζαχαριάδης, Αναπληρωτής Καθηγητής του Πανεπιστημίου Αθηνών Κωνσταντίνος Αρβανίτης, Επίκουρος Καθηγητής του Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών Δημήτριος Ζυμπίδης, Εκπαιδευτικός
Υπεύθυνος μαθήματος	Γεώργιος Τύπας, Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
Υπεύθυνος υποέργου	Θεόδωρος Πετρέσκου, Εκπαιδευτικός
Ομάδα τεχνικού ελέγχου	Αδάμ Αγγελής, Εκπαιδευτικός Πληροφορικής Κοσμάς Ηλιάδης, Εκπαιδευτικός Πληροφορικής
Ανάδοχος	Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε.

Γ' Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΚ II / ΕΝΕΡΓΕΙΑ 2.2.I / Κατηγορία Πράξεων 2.2.I.α: "Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων"

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Δημήτριος Γ. Βλάχος

Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ.

Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Πράξη με τίτλο:

"Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή Υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΓΣ και τα ΑΠΣ για το Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο"

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου

Γεώργιος Τύπας

Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Αναπληρωτής Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου

Γεώργιος Οικονόμου

Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Έργο Συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	15
ΕΝΟΤΗΤΑ: ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΚΑΙ ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ	21
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ 25 ΚΕΡΜΑΤΑ	23
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	23
2. Φύλλο εργασίας	24
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	25
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΣΑ ΚΕΡΜΑΤΑ ΧΡΕΙΑΖΕΣΤΕ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 12.453.768	26
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	26
2. Φύλλο εργασίας	28
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	29
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΓΑΛΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	30
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	30
2. Φύλλο εργασίας	32
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	33
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ	34
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	34
2. Φύλλο εργασίας	36
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	37
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	38
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	38
2. Φύλλο εργασίας	40
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	41
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΚΑΝΟΝΑΣ	42
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	42
2. Φύλλο εργασίας	43
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	44
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ ΩΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗ	45
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	45
2. Φύλλο εργασίας	47
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	48
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ	50
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	50
2. Φύλλο εργασίας	52
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	53
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ	54
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	54
2. Φύλλο εργασίας	56
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	57
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΩΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ	58
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	58
2. Φύλλο εργασίας	61
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	62
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ	63
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	63

2. Φύλλο εργασίας.....	65
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	66
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ.....	67
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	67
2. Φύλλο εργασίας.....	69
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	70
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΧΡΩΜΑ	71
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	71
2. Φύλλο εργασίας.....	73
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	74
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΧΑΛΑΣΜΕΝΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ.....	75
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	75
2. Φύλλο εργασίας.....	77
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	78
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΚΥΡΙΟΥ ΝΙΚΟΥ	79
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	79
2. Φύλλο εργασίας.....	81
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	82
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΑ ΤΕΣΣΑΡΙΑ	83
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	83
2. Φύλλο εργασίας.....	85
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	86
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.....	87
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	87
2. Φύλλο εργασίας.....	89
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	90
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΜΕ ΤΟ 1/2	91
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	91
2. Φύλλο εργασίας.....	93
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	94
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ.....	95
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	95
2. Φύλλο εργασίας.....	97
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	98
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ	99
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	99
2. Φύλλο εργασίας.....	101
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	102
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.....	103
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	103
2. Φύλλο εργασίας.....	105
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	106
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.....	107
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	107
2. Φύλλο εργασίας.....	109
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	110
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ	111
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	111
2. Φύλλο εργασίας.....	113
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	114
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.....	115
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	115
2. Φύλλο εργασίας.....	117
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	118

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ.....	119
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	119
2. Φύλλο εργασίας	121
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	122
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΕ ΕΝΑ ΣΧΗΜΑ	123
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	123
2. Φύλλο εργασίας	125
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	126
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΠΛΕΓΜΑ.....	127
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	127
2. Φύλλο εργασίας	128
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	129
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟΝ ΚΕΡΜΑΤΟΔΕΚΤΗ	130
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	130
2. Φύλλο εργασίας	131
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	132
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΜΜΗ.....	133
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	133
2. Φύλλο εργασίας	134
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	135
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	136
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	136
2. Φύλλο εργασίας	138
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	139
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΓΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	140
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	140
2. Φύλλο εργασίας	142
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	143
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΥΟ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	144
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	144
2. Φύλλο εργασίας	146
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	147
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ ΤΟ ΑΡΙΘΜΗΤΗΡΙΟ	148
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	148
2. Φύλλο εργασίας	150
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	151
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	152
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	152
2. Φύλλο εργασίας	154
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	155
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ	156
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	156
2. Φύλλο εργασίας	158
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	159
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΣΤΟ ΓΕΩΠΙΝΑΚΑ.....	160
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	160
2. Φύλλο εργασίας	162
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	163
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΣΩΣΤΟ ΜΕΡΟΣ.....	164
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	164
2. Φύλλο εργασίας	165
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	166
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ	167
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	167

2. Φύλλο εργασίας.....	169
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	170
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ	171
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	171
2. Φύλλο εργασίας.....	173
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	174
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ	175
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	175
2. Φύλλο εργασίας.....	177
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	178
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΔΙΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ	179
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	179
2. Φύλλο εργασίας.....	181
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	182
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟ ΚΛΑΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ	183
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	183
2. Φύλλο εργασίας.....	185
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	186
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΛΕΙΠΟΥΝ	187
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	187
2. Φύλλο εργασίας.....	189
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	190
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΒΡΕΙΤΕ ΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΠΟΥ ΛΕΙΠΟΥΝ	191
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	191
2. Φύλλο εργασίας.....	193
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	194
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 5	195
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	195
2. Φύλλο εργασίας.....	197
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	198
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΣ Ο ΜΙΚΡΟΤΕΡΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ	199
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	199
2. Φύλλο εργασίας.....	201
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	202
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 9	203
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	203
2. Φύλλο εργασίας.....	205
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	206
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 11	207
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	207
2. Φύλλο εργασίας.....	209
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	210
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΤΟΣ 1997	211
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	211
2. Φύλλο εργασίας.....	213
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	214
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: Ο ΑΡΙΘΜΟΣ 31	215
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	215
2. Φύλλο εργασίας.....	217
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	218
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	219
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ	221

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	221
2. Φύλλο εργασίας	223
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	224
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΖΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ	225
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	225
2. Φύλλο εργασίας	227
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	228
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ	229
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	229
2. Φύλλο εργασίας	231
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	232
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ	233
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	233
2. Φύλλο εργασίας	235
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	236
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ	237
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	237
2. Φύλλο εργασίας	238
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	239
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	240
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	240
2. Φύλλο εργασίας	241
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	242
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ.....	243
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	243
2. Φύλλο εργασίας	245
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	246
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ	247
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	247
2. Φύλλο εργασίας	249
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	250
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΟ ΖΩΟ ΚΑΝΕΙ ΤΟ ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΧΡΟΝΟ.....	251
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	251
2. Φύλλο εργασίας	253
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	254
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΩΝ ΖΩΩΝ	255
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	255
2. Φύλλο εργασίας	257
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	258
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΚΤΥΠΟΥΣ	259
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	259
2. Φύλλο εργασίας	261
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	262
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ	263
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	263
2. Φύλλο εργασίας	265
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	266
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ.....	267
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	267
2. Φύλλο εργασίας	268
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	269
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ	271
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	271
2. Φύλλο εργασίας	273

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	274
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ	276
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	276
2. Φύλλο εργασίας.....	277
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	278
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ	279
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	279
2. Φύλλο εργασίας.....	281
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	282
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ.....	283
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	283
2. Φύλλο εργασίας.....	285
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	286
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	287
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	287
2. Φύλλο εργασίας.....	289
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	290
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ	291
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	291
2. Φύλλο εργασίας.....	293
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	294
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ	295
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	295
2. Φύλλο εργασίας.....	297
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	298
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΑ ΖΩΑ ΦΤΑΝΟΥΝ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ	299
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	299
2. Φύλλο εργασίας.....	300
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	301
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΑ ΡΕΣΤΑ ΠΗΡΕ.....	302
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	302
2. Φύλλο εργασίας.....	303
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	304
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ.....	305
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	305
2. Φύλλο εργασίας.....	307
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	308
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ – ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ.....	309
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΤΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	311
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	311
2. Φύλλο εργασίας.....	313
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	314
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΤΙΟΙ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΑΡΤΙΟΥΣ	315
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	315
2. Φύλλο εργασίας.....	316
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	317
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΟΥ ΔΙΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟ 5	318
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	318
2. Φύλλο εργασίας.....	320
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	321
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ ΔΥΟ ΑΡΙΘΜΩΝ	322
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	322
2. Φύλλο εργασίας.....	324

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	325
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΟΥ 3.....	327
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	327
2. Φύλλο εργασίας.....	328
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	329
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΟΙ ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΕΝΟΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ.....	330
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	330
2. Φύλλο εργασίας.....	332
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	333
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΑΞΙΔΙΑ.....	334
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	334
2. Φύλλο εργασίας.....	336
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	337
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 2.....	338
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	338
2. Φύλλο εργασίας.....	340
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	341
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 5.....	342
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	342
2. Φύλλο εργασίας.....	344
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	345
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	347
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ.....	349
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	349
2. Φύλλο εργασίας.....	351
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	352
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ.....	354
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	354
2. Φύλλο εργασίας.....	356
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	357
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΑ ΑΔΕΛΦΙΑ.....	359
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	359
2. Φύλλο εργασίας.....	361
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	362
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Ο ΚΑΙΡΟΣ.....	363
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	363
2. Φύλλο εργασίας.....	365
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	366
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΑ ΤΕΤΡΑΔΙΑ.....	367
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	367
2. Φύλλο εργασίας.....	368
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	369
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΜΕΣΟ ΟΡΟ.....	370
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	370
2. Φύλλο εργασίας.....	371
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	372
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΧΑΡΤΖΙΛΙΚΙ.....	373
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	373
2. Φύλλο εργασίας.....	375
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	376
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ.....	377
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΓΩΝΙΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ.....	379
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	379

2. Φύλλο εργασίας.....	381
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	382
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΧΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΔΥΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΤΜΗΜΑΤΑ	383
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	383
2. Φύλλο εργασίας.....	385
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	386
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΟΙ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	387
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	387
2. Φύλλο εργασίας.....	389
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	390
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΥΨΟΣ ΤΗΣ ΒΑΣΗΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	391
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	391
2. Φύλλο εργασίας.....	393
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	394
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΙΣΟΠΛΕΥΡΟ ΤΡΙΓΩΝΟ	395
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	395
2. Φύλλο εργασίας.....	397
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	398
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ	399
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	399
2. Φύλλο εργασίας.....	401
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	402
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΧΗΜΑΤΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ	403
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	403
2. Φύλλο εργασίας.....	404
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	405
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	406
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	406
2. Φύλλο εργασίας.....	407
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	408
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ	409
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	409
2. Φύλλο εργασίας.....	411
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	412
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ	413
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	413
2. Φύλλο εργασίας.....	415
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	416
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ.....	417
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	417
2. Φύλλο εργασίας.....	421
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	422
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ	423
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	423
2. Φύλλο εργασίας.....	426
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	427
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ.....	428
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	428
2. Φύλλο εργασίας.....	431
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	432
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ	433
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	433
2. Φύλλο εργασίας.....	436

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	437
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ	438
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	438
2. Φύλλο εργασίας	440
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	441
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΕΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ	442
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	442
2. Φύλλο εργασίας	444
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	445
ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ	446
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	446
2. Φύλλο εργασίας	448
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	449
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΙΔΗ ΓΩΝΙΩΝ	450
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	450
2. Φύλλο εργασίας	452
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	453
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΚΑΣΤΡΟ	454
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	454
2. Φύλλο εργασίας	456
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	457
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΕΣ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ ΠΕΡΙΕΧΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ	458
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	458
2. Φύλλο εργασίας	460
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	461
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: Ο ΛΑΓΟΣ	462
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	462
2. Φύλλο εργασίας	465
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	466
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ	467
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	467
2. Φύλλο εργασίας	469
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	470
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΑ ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ	471
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	471
2. Φύλλο εργασίας	473
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	474
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: Η ΠΙΣΙΝΑ	475
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	475
2. Φύλλο εργασίας	477
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	478
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΣΧΗΜΑΤΙΣΕΤΕ	479
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	479
2. Φύλλο εργασίας	481
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	482
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ	483
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	483
2. Φύλλο εργασίας	485
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	486
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΚΙΝΗΣΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ	487
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό	487
2. Φύλλο εργασίας	489
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	490

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΤΕΣΣΕΡΑ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ.....	491
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	491
2. Φύλλο εργασίας.....	492
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	493
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΠΙΤΙ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ	494
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	494
2. Φύλλο εργασίας.....	496
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	497
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΜΒΑΔΑ ΜΕ ΤΗ ΧΕΛΩΝΑ	498
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	498
2. Φύλλο εργασίας.....	500
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	501
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΓΡΑΜΜΑ Ν.....	502
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	502
2. Φύλλο εργασίας.....	503
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	504
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΚΟΡΥΦΗ.....	505
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	505
2. Φύλλο εργασίας.....	507
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	508
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΚΕΝΤΡΟ	509
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	509
2. Φύλλο εργασίας.....	511
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	512
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ	513
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	513
2. Φύλλο εργασίας.....	516
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	517
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΜΕ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ	518
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	518
2. Φύλλο εργασίας.....	520
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	521
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5×3	522
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	522
2. Φύλλο εργασίας.....	524
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	525
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5×10	526
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	526
2. Φύλλο εργασίας.....	528
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	529
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΙΣΑ ΕΜΒΑΔΑ	530
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	530
2. Φύλλο εργασίας.....	532
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	533
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΙΣΕΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΙ	534
1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό.....	534
2. Φύλλο εργασίας.....	536
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	537
ΕΝΟΤΗΤΑ: ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ	539
ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ	541
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ.....	545
1. Φύλλο εργασίας 1	545
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	547

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	548
1. Φύλλο εργασίας 2	548
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	549
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	550
1. Φύλλο εργασίας 3	550
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	551
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	552
1. Φύλλο εργασίας 4	552
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	553
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	554
1. Φύλλο εργασίας 5	554
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	555
1. Φύλλο εργασίας 6	555
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	557
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	558
1. Φύλλο εργασίας 7	558
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	559
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	561
1. Φύλλο εργασίας 8	561
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	562
ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ	563
1. Φύλλο εργασίας 9	563
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	565
ΘΕΜΑ: ΤΑΞΙΔΕΥΩ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ.....	567
1. Φύλλο εργασίας 1	567
ΘΕΜΑ: ΤΑΞΙΔΕΥΩ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ.....	569
1. Φύλλο εργασίας 2	569
ΘΕΜΑ: ΤΑΞΙΔΕΥΩ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ.....	571
1. Φύλλο εργασίας 3	571
ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ	572
1. Φύλλο εργασίας 1	572
ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ	573
1. Φύλλο εργασίας 2	573
ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ	574
1. Φύλλο εργασίας 3	574
ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟ ΧΩΡΟ ΠΟΥ ΖΩ	575
1. Φύλλο εργασίας 1	575
ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟ ΧΩΡΟ ΠΟΥ ΖΩ	577
1. Φύλλο εργασίας 2	577
ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟ ΧΩΡΟ ΠΟΥ ΖΩ	579
1. Φύλλο εργασίας 3	579
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ.....	580
1. Φύλλο εργασίας 1	580
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	581
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ.....	582
1. Φύλλο εργασίας 2	582
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	583
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ.....	584
1. Φύλλο εργασίας 3	584
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα.....	585
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ.....	586

1. Φύλλο εργασίας 4	586
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	587
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ	588
1. Φύλλο εργασίας 5	588
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	589
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ	590
1. Φύλλο εργασίας 6	590
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	591
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ	592
1. Φύλλο εργασίας 7	592
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	593
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ	594
1. Φύλλο εργασίας 8	594
2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα	595

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Αγαπητοί συνάδελφοι,

Το CD-ROM «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά» δημιουργήθηκε με σκοπό να αποτελέσει ένα περιβάλλον υποστήριξης της μάθησης και της διδασκαλίας των Μαθηματικών για τις τάξεις του δημοτικού σχολείου, σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών, στο πλαίσιο του διαγωνισμού που οργανώθηκε από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Το παρόν εγχειρίδιο απευθύνεται σε εκπαιδευτικούς που διδάσκουν σε δημοτικά σχολεία και στόχος τους είναι να παρουσιάσει το περιεχόμενο του CD-ROM και τις δυνατότητες που προσφέρει στη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Για το λόγο αυτό απαρτίστηκε από τις διδακτικές οδηγίες χρήσης και τα φύλλα εργασίας των έτοιμων δραστηριοτήτων. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να περιεργαστεί το λογισμικό, να οικειοποιηθεί τις δυνατότητες που προσφέρει και να «τρέξει» τις δραστηριότητες που προτείνονται. Έτσι, θα μπορεί να τις εντάξει στη διδακτική του ατζέντα ή, με βάση τις δραστηριότητες αυτές, να δημιουργήσει νέες – το λογισμικό του παρέχει αυτή τη δυνατότητα.

Ωστόσο, το CD-ROM απευθύνεται και στους μαθητές. Στόχος του είναι να παρέχει εύκολη πρόσβαση σε αυτούς είτε από το εργαστήριο πληροφορικής του σχολείου τους, είτε από έναν (απομακρυσμένο) προσωπικό υπολογιστή. Η πρόσβαση που παρέχει χωρίζεται σε δύο επίπεδα. Σε πρώτο επίπεδο, κάθε μαθητής μπορεί να «τρέξει» τις υπάρχουσες δραστηριότητες. Σε δεύτερο επίπεδο, να δημιουργεί τις δικές του δραστηριότητες, είτε χρησιμοποιώντας τα τοπικά λογισμικά, είτε κατασκευάζοντας με απλό τρόπο μια ιστοσελίδα, στην οποία θα ενσωματώνει: κείμενο, εικόνες, βίντεο, ήχο, τοπικό λογισμικό (applet), πίνακα τιμών, διευθύνσεις ιστοσελίδων, ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και σωστού-λάθους, καθώς και βοήθεια σε τρία επίπεδα, η οποία θα περιέχει οδηγίες και προτάσεις, συμβουλές και ερωτήματα προς το χρήστη. Στη συνέχεια, η ιστοσελίδα αυτή μπορεί να εμφανίζεται τόσο σε κάποιο προσωπικό υπολογιστή όσο σε κάποιο σταθμό εργασίας, στο εργαστήριο υπολογιστών, και να αποτελεί ένα περιβάλλον μάθησης.

Ελπίζουμε, λοιπόν, ότι οι μαθητές θα βρουν στο περιβάλλον αυτό ένα πεδίο δράσης για να κάνουν Μαθηματικά με ευχάριστο και παιγνιώδη τρόπο, ενώ οι εκπαιδευτικοί να οικειοποιηθούν τα εργαλεία του λογισμικού, τα οποία και θα αποτελέσουν στοιχεία της καθημερινής τους δουλειάς.

Τα υπολογιστικά εργαλεία

Δύο είναι οι τρόποι με τους οποίους μπορεί κάποιος να διαπιστώσει το ρόλο των εκπαιδευτικών λογισμικών στη σχολική τάξη. Ο πρώτος έχει να κάνει με την υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης των Μαθηματικών που συντελείται σε ένα πλαίσιο στο οποίο κυριαρχούν παραδοσιακές αντιλήψεις τόσο στο περιεχόμενο και το χαρακτήρα της γνώσης, όσο και στη διδακτική διαδικασία. Ο δεύτερος ενισχύει την ανάγκη διαφοροποίησης των αντιλήψεων και των στάσεων απέναντι στον παραδοσιακό τρόπο μάθησης και διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Στον πρώτο τρόπο οι υπολογιστές καλούνται να υποστηρίξουν τυποποιημένα θέματα των Μαθηματικών (αλγόριθμους) και να αποτελέσουν χώρους αποθήκευσης μεγάλου όγκου πληροφοριών (βάσεις δεδομένων ή πηγές στο διαδίκτυο). Σύμφωνα με αυτή την αντίληψη, οι υπολογιστές συνιστούν αποτελεσματικές συσκευές που εκτελούν με αυτόματο τρόπο αλγόριθμους και διαδικασίες, οι οποίες περιλαμβάνονται στο πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών (π.χ. εκτελούν πράξεις μεταξύ μεγάλων αριθμών, χειρίζονται τα σύμβολα με σωστό τρόπο, χαράζουν με αξιοπιστία τις γραφικές παραστάσεις), ενώ μπορούν να παρέχουν στο χρήστη πληροφορίες γενικού περιεχομένου και επικοινωνία. Μία τέτοια άποψη, που συνάδει με όσους πιστεύουν ότι η χρήση των υπολογιστών κατά την εκμάθηση των Μαθηματικών δεν έχει να

προσφέρει περισσότερα από ό,τι προσφέρουν τα παραδοσιακά μέσα, δημιουργεί μία δυναμική «μη σχεδιασμένης βαθμιαίας αχρήστευσης» της σημασίας και του ρόλου τους (Confrey, J., 1993). Οι εκπαιδευτικοί –οι οποίοι αντιμετωπίζουν τους υπολογιστές με αυτό τον τρόπο και καλούνται να τους χρησιμοποιήσουν στο πλαίσιο ενός τυποποιημένου προγράμματος σπουδών που δίνει έμφαση στις δομές της επιστήμης των Μαθηματικών– συχνά φτάνουν σε αδιέξοδο, καθώς οι νέες προκλήσεις συγκρούονται με τις πεισματικά αμετακίνητες αντιλήψεις γύρω από τα Μαθηματικά, τον έλεγχο εγκυρότητας της γνώσης και την αξιολόγηση των μαθητών. Τέτοιοι συστηματικοί περιορισμοί, που παρατηρούνται όταν η εισαγωγή των υπολογιστικών εργαλείων στη διδακτική διαδικασία γίνεται στο πλαίσιο προγραμμάτων που εφαρμόζονται σε μεγάλη κλίμακα, αποτελούν εμπόδια και αντιστέκονται στις αιτούμενες αλλαγές.

Στο δεύτερο τρόπο τα υπολογιστικά εργαλεία επενδύονται με προσδοκίες για αλλαγές στο χαρακτήρα της γνώσης, στη διδακτική διαδικασία και στις δομές του προγράμματος σπουδών. Καθώς η χρήση των εργαλείων αυτών –όπως και κάθε άλλου σημαντικού εργαλείου– επιτρέπει στα άτομα που τα χρησιμοποιούν να αλληλεπιδρούν με τον υπόλοιπο κόσμο, η γνώση, που δημιουργείται από την αλληλεπίδραση αυτή, αφορά τον ίδιο τον κόσμο και διαμοιράζεται μέσα σε αυτόν. Έτσι, οι χρήστες των εργαλείων αυτών, αντί να κρατούν μία στάση ουδέτερων παρατηρητών ενός τρόπου περιγραφής του κόσμου, αλληλεπιδρούν μέσω της χρήσης των εργαλείων και κτίζουν τη γνώση τους περί αυτού. Μαθητής και γνώση είναι δύο στοιχεία αδιάσπαστα ενός μοναδικού ζεύγους. Τέλος, οι προσδοκίες αυτές, για τη χρήση των υπολογιστικών εργαλείων, αφορούν την ενίσχυση της δημιουργικότητας των μαθητών και την άρση μεροληπτικών απόψεων και πρακτικών (π.χ. ο Γιαννάκης δεν μπορεί να μάθει Μαθηματικά). Αυτή η εξατομικευμένη γνώση αποκτά αξία όταν μοιράζεται στον κόσμο και κοινωνικοποιείται.

Έχοντας υπόψη μας τα παραπάνω, δημιουργήσαμε το υπολογιστικό περιβάλλον «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά», ενσωματώνοντας σε αυτό υπολογιστικά εργαλεία που βρίσκονται σε συνάφεια με το συγκεκριμένο πρόγραμμα σπουδών και ταυτόχρονα δίνουν τη δυνατότητα της εξατομικευμένης μάθησης, ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του χρήστη με το περιβάλλον. Τα υπολογιστικά εργαλεία είναι κυρίως εργαλεία εργασίας των μαθητών που εστιάζουν σε συγκεκριμένες περιοχές των Μαθηματικών και περιέχονται στο πρόγραμμα σπουδών (γεωμετρία, πράξεις, στατιστική επεξεργασία κτλ.)¹.

Το κύριο χαρακτηριστικό των εργαλείων αυτών είναι ότι ενσωματώνονται σε περιβάλλοντα μάθησης, μαζί με διάφορα κείμενα, εικόνες ή σχήματα και βίντεο. Με τον τρόπο αυτό καθίστανται εργαλεία ενός «μικρόκοσμου», τα οποία χρησιμοποιούνται από μαθητές για τη διερεύνηση προβληματικών καταστάσεων και ερωτημάτων.

Το δεύτερο χαρακτηριστικό των υπολογιστικών εργαλείων που δημιουργήσαμε είναι ότι είναι προσιτά σε όλους τους εκπαιδευτικούς, αφού πολλά από αυτά προσομοιώνουν γνωστά υλικά εργαλεία, όπως ο γεωπίνακας και το αριθμητήριο, ενώ άλλα προσομοιώνουν καθημερινές καταστάσεις. Εκτός αυτού, υπολογιστικά εργαλεία με παρόμοιες ιδέες έχουν ήδη μεγάλη «θητεία» στην υποστήριξη ανάλογων προγραμμάτων σπουδών των Μαθηματικών, όπως αυτό του NCTM (<http://www.nctm.org/>) και του Freudenthal Institute (<http://www.fi.uu.nl/en/freudenthal.html>). Συνεπώς, οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές δεν θα αντιμετωπίσουν ιδιαίτερες δυσκολίες κατά τη μάθηση των χειρισμών τους. Εξάλλου, τα περισσότερα από αυτά διαθέτουν έναν αριθμό επτά με οκτώ λειτουργιών. Υπάρχουν όμως και εξαιρέσεις, όπως ο «γεωπίνακας», η «χελωνοσελίδα» και η «στατιστική», που έχουν ένα μεγάλο αριθμό λειτουργιών και θα οι χρήστες να αφιερώσουν μεγαλύτερη προσπάθεια και χρόνο, προκειμένου να τα οικειοποιηθούν.

Το τρίτο χαρακτηριστικό είναι το είδος των χειρισμών που απαιτούνται από τους χρήστες. Δύο είναι οι βασικοί τρόποι με τους οποίους χρησιμοποιούμε το ποντίκι για να αλληλεπιδράσουμε με ένα υπολογιστικό περιβάλλον. Ο ένας είναι: *σύρω και αφήνω*

¹ Μια αναλυτική περιγραφή των μαθησιακών δυνατοτήτων, που προσφέρουν τα εργαλεία αυτά στο χρήστη, παρουσιάζεται στον τόμο με τις οδηγίες χρήσης αυτών.

(drag and drop) και ο άλλος: *επιλέγω και κτυπώ* (point and click), χωρίς να είναι αυτονόητο ότι οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιούν εξίσου καλά τις παραπάνω ενέργειες, για να εισάγουν πληροφορίες και εντολές με το ποντίκι στο υπολογιστικό περιβάλλον που εργάζονται. Έρευνες έχουν δείξει ότι οι μικροί μαθητές προτιμούν το *επιλέγω και κτυπώ*, αντί του *σύρω και αφήνω*, και, μάλιστα, έχουν λιγότερο επιτυχή αποτελέσματα με το δεύτερο (Inkpen, Booth & Klawe, 1996). Έτσι, λοιπόν, στα τοπικά λογισμικά που δημιουργήσαμε κυριαρχεί το *επιλέγω και κτυπώ*, και πιστεύουμε ότι οι μικροί μαθητές, στους οποίους απευθύνεται, θα μπορούν να επικεντρώνουν την προσοχή τους στις δραστηριότητες και στα προβλήματα που προτείνονται, χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες στο χειρισμό τους.

Οι δραστηριότητες

Τα περιβάλλοντα μάθησης που δημιουργήσαμε είναι χωρισμένα σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη, με τίτλο «Εξερευνώ και μαθαίνω», περιλαμβάνει δραστηριότητες που αναφέρονται σε έννοιες και σχέσεις των Μαθηματικών και απαιτούν από το μαθητή διερευνητική στάση και πειραματική διάθεση. Η δεύτερη κατηγορία, με τίτλο «Λύνω προβλήματα», περιλαμβάνει δραστηριότητες με συγκεκριμένα προβλήματα και ερωτήματα, τα οποία αποτελούν συνέχεια των δραστηριοτήτων της προηγούμενης κατηγορίας. Και στις δύο περιπτώσεις ο μαθητής υποστηρίζεται από οδηγίες χρήσης των υπολογιστικών εργαλείων, αλλά και από οδηγίες για τη δραστηριότητα. Καθώς η μάθηση συντελείται στο πλαίσιο της παιδαγωγικής συνεύρεσης μαθητών, εκπαιδευτικού και μέσων, πιστεύουμε ότι τα συγκεκριμένα περιβάλλοντα μάθησης θα πρέπει να αποτελέσουν το πλαίσιο αυτής της συνεύρεσης. Με άλλα λόγια, οι μαθητές, οι οποίοι διεξάγουν τις προτεινόμενες δραστηριότητες, θα πρέπει να υποστηρίζονται συνεργατικά και διαμορφωτικά από τον εκπαιδευτικό.

Οι επόμενες σελίδες παρουσιάζουν τις δραστηριότητες και των δύο κατηγοριών, ταξινομημένες ανά ενότητα και κατηγορία. Κάθε δραστηριότητα συνοδεύεται από:

- Σύντομες διδακτικές οδηγίες που περιγράφουν: τη βασική της ιδέα, την πρόταση για την οργάνωση της τάξης, τις φάσεις διεξαγωγής της δραστηριότητας, τα μαθηματικά που αναφέρονται σε αυτή, καθώς και προεκτάσεις της, όπου κρίνεται σκόπιμο.
- Φύλλο εργασίας, το οποίο συνιστούμε να έχει στη διάθεσή του ο μαθητής κατά τη διεξαγωγή της δραστηριότητας.
- Σχετικές οδηγίες προς τους μαθητές.

Οι δραστηριότητες, που δημιουργήσαμε και προτείνουμε, είναι ενδεικτικές ως προς το ρόλο των υπολογιστικών εργαλείων. Ελπίζουμε ότι κάθε δραστηριότητα, προτού εισαχθεί στην τάξη, θα τύχει:

- Κατάλληλης επεξεργασίας και προσαρμογής από τον εκπαιδευτικό.
- Επαναδιατύπωσης μετά την εφαρμογή της στην τάξη για μελλοντική χρήση, ενσωματώνοντας τις αστοχίες και τις δυσκολίες που διαπιστώθηκαν.

Ο εκπαιδευτικός μπορεί να τροποποιήσει τις δραστηριότητες ή να δημιουργήσει νέες με το «Σεναριογράφο». Πιστεύουμε ότι οι εκπαιδευτικοί, που θα αποφασίσουν να εντάξουν τα υπολογιστικά αυτά εργαλεία στη διδακτική τους πρακτική, θα δημιουργήσουν τελικά τις δικές τους δραστηριότητες και τα δικά τους μαθησιακά περιβάλλοντα, προσαρμοσμένα στις προσωπικές τους αντιλήψεις.

Με εκτίμηση

Γαβρίλης Κώστας

**ΕΝΟΤΗΤΑ: ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΝ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΚΑΙ ΦΥΛΛΑ
ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΗΣ Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ 25 ΚΕΡΜΑΤΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού φυσικών αριθμών, οι οποίοι πληρούν κάποια ιδιότητα. Τους αριθμούς αυτούς μπορούν να αναπαραστήσουν με ένα ορισμένο πλήθος κερμάτων, τα οποία, ενώ αρχικά δεν έχουν κάποια αξία, στη συνέχεια αποκτούν την αξία της θέσης που καταλαμβάνουν στον κερματοδέκτη. Καλούνται, λοιπόν, να σχηματίσουν το μεγαλύτερο και το μικρότερο φυσικό αριθμό με συγκεκριμένο πλήθος κερμάτων. Στη δραστηριότητα αυτή προτείνεται οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν 25 κέρματα τα οποία θα πρέπει να τοποθετήσουν σε κερματοδέκτη τριών θέσεων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διακρίνουν την αξία των ψηφίων στις διαφορετικές θέσεις.
- Να κατανοήσουν τη σημασία της διαφορετικής αξίας που μπορεί να αποκτήσει μια μονάδα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές έχουν στη διάθεσή τους 25 κέρματα, για να τα τοποθετήσουν στις τρεις θέσεις του κερματοδέκτη και να σχηματίσουν το μικρότερο και το μεγαλύτερο φυσικό αριθμό.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον εντοπισμό του μικρότερου και του μεγαλύτερου αριθμού, τον οποίο μπορούν να σχηματίσουν με 25 κέρματα. Για να το πετύχουν αυτό θα πρέπει να αναπτύξουν διάφορες στρατηγικές τοποθέτησης των κερμάτων στις τρεις θέσεις, για το σχηματισμό του μεγαλύτερου φυσικού αριθμού, και τις αντίστοιχες στρατηγικές για το σχηματισμό του μικρότερου φυσικού αριθμού. Τα κέρματα, δε, τους βοηθούν στο συσχετισμό της αξίας των ψηφίων με την αξία της θέσης στην οποία τα χρησιμοποιούν. Κατόπιν σχολιάζουν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, τις στρατηγικές που ανέπτυξαν και τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν για τη σημασία της διαφορετικής αξίας που αποκτούν τα ψηφία κάθε φορά που τοποθετούνται σε διαφορετικές θέσεις. Το λογισμικό «Κερματοδέκτης» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να πειραματιστούν με το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, ενώ η συμβολική αναπαράσταση τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των κερμάτων στις διάφορες θέσεις του κερματοδέκτη με τα ψηφία των αριθμών.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

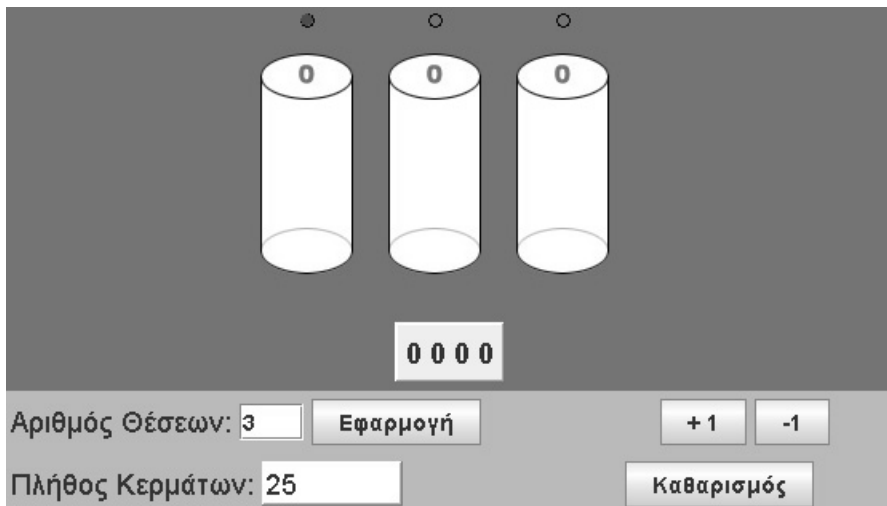
Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αξία των ψηφίων. Κατανοούν, έτσι, τη σημασία που έχει η αξία κάθε θέσης, την οποία καταλαμβάνουν τα ψηφία κατά τη γραφή των αριθμών, κάτι που γίνεται καλύτερα αντιληπτό μέσα από τη σύνδεσή τους με τα κέρματα.

ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ 25 ΚΕΡΜΑΤΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ο παρακάτω κερματοδέκτης έχει 3 τρεις θέσεις, ενώ στην επιλογή «Πλήθος κερμάτων» υπάρχουν 25 κέρματα. Έτσι έχετε στη διάθεσή σας 25 κέρματα να τα τοποθετήσετε στις 3 θέσεις.

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος τριψήφιος αριθμός που μπορείτε να σχηματίσετε με τα 25 αυτά κέρματα;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ 25 ΚΕΡΜΑΤΑ

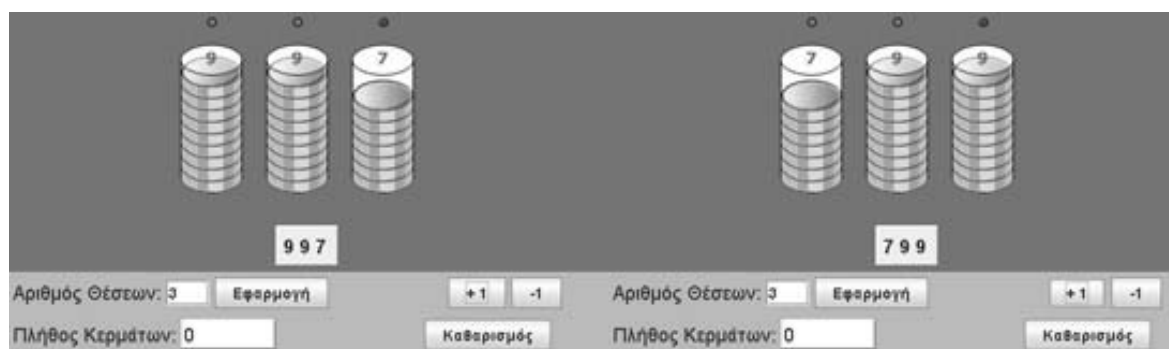
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στον κερματοδέκτη μπορείτε:

1. Να πληκτρολογείτε όσες θέσεις θέλετε να έχετε.
2. Να πληκτρολογείτε στο λευκό κουτί το διαθέσιμο αριθμό κερμάτων. Προσοχή! Τα κέρματα πριν τοποθετηθούν στον κερματοδέκτη δεν έχουν καμιά αξία. Όμως αποκτούν αξία όταν τοποθετηθούν στις θέσεις του κερματοδέκτη. Αποκτούν την αξία της θέσης.
3. Να επανέρχεται ο κερματοδέκτης στην αρχική του μορφή, δίνοντας την εντολή «Καθαρισμός».
4. Να επιλέγετε με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού τη θέση του κερματοδέκτη στην οποία θα προσθέσετε κέρματα.
5. Να προσθέτετε ή να αφαιρείτε κέρματα σε μια θέση με τα πλήκτρα «+» ή «-». Το πρόγραμμα επιτρέπει να προσθέσετε ή να αφαιρέσετε κέρματα από κάθε κουτί με τα κουμπιά «+1 Μονάδα» και «-1 Μονάδα». Μπορείτε σε μια θέση να προσθέσετε όσα κέρματα θέλετε.
Προσοχή! Μία θέση μπορεί να χωρέσει μέχρι 9 νομίσματα. Αν επιχειρήσετε να προσθέσετε ένα ακόμη κέρμα, το πρόγραμμα σας ρωτά αν θέλετε να κάνετε την πρόσθεση ή να την ακυρώσετε.
Αν προχωρήσετε στην πρόσθεση ενός ακόμη κέρματος, τότε αυτό θα μεταφερθεί αυτόματα στην επόμενη θέση και τα υπόλοιπα κέρματα θα επιστραφούν στη βάση τους, δηλαδή στο διαθέσιμο πλήθος κερμάτων. Αυτά τα κέρματα μπορείτε να τα χρησιμοποιήσετε ξανά.
Μπορείτε να αφαιρέσετε κέρματα από μία θέση με το κουμπί «-1».
6. Να βλέπετε την αξία που αποκτούν τα κέρματα όταν τοποθετηθούν στη συγκεκριμένη θέση, περνώντας το πλήκτρο πάνω από τα μικρά κυκλάκια.

Αν δεν τα καταφέρατε, μπορείτε να ακολουθήσετε τις παρακάτω οδηγίες:

Για να σχηματίσετε το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό με τα 25 κέρματα αρχίστε να συμπληρώνετε τη θέση στην οποία τα κέρματα αποκτούν τη μεγαλύτερη αξία. Μετά συμπληρώστε την αμέσως επόμενη, προς τα δεξιά, θέση και στο τέλος την πιο δεξιά θέση. Για να βρείτε το μικρότερο δυνατό αριθμό αρχίστε αντίστροφα.



Ο μεγαλύτερος και ο μικρότερος αριθμός

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΣΑ ΚΕΡΜΑΤΑ ΧΡΕΙΑΖΕΣΤΕ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 12.453.768

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού του πλήθους των κερμάτων που χρειάζονται για να αναπαραστήσουν ένα συγκεκριμένο αριθμό. Καλούνται, λοιπόν, να προσδιορίσουν το ελάχιστο πλήθος των κερμάτων που πρέπει να χρησιμοποιήσουν για την αναπαράσταση του αριθμού 12.453.768 στον κερματοδέκτη.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διακρίνουν την αξία των ψηφίων στις διαφορετικές θέσεις.
- Να κατανοήσουν τη σημασία της διαφορετικής αξίας που μπορεί να αποκτήσει μια μονάδα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να επιλέξουν το πλήθος των κερμάτων που χρειάζονται, προκειμένου να αναπαραστήσουν στον κερματοδέκτη τον αριθμό 12.453.768.

Οι μαθητές εξετάζουν το ερώτημα «Πόσα κέρματα χρειάζεστε για να αναπαραστήσετε τον αριθμό 12.453.768;» και σχολιάζουν τα αποτελέσματα πρώτα με την ομάδα τους και κατόπιν με την υπόλοιπη τάξη. Δύο είναι οι τρόποι με τους οποίους μπορούν να εργαστούν: (1) Να προσπαθήσουν να τοποθετήσουν κέρματα στις θέσεις του κερματοδέκτη, δίνοντας, εξ αρχής, σε κάθε κέρμα την αξία που πρέπει. Στην προσπάθειά τους αυτή θα εμφανισθεί και η ανάγκη να επιλέξουν 36 κέρματα. (2) Να προσπαθήσουν να τοποθετήσουν ένα ένα τα κέρματα στον κερματοδέκτη, αρχίζοντας από τη θέση των μονάδων. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει εξ αρχής να δώσουν την ίδια αξία (της μονάδας) σε όλα τα κέρματα και στη συνέχεια, όταν σε κάθε θέση προσθέτουν το δέκατο κέρμα, τα δέκα κέρματα θα γίνουν μια μονάδα της μεγαλύτερης τάξης και ένα πια κέρμα θα μεταφέρεται στην επόμενη θέση, ενώ τα υπόλοιπα εννέα θα επιστρέφουν στη αρχική τους θέση, στη βάση, χωρίς αξία. Αυτό σημαίνει ότι τα κέρματα αποκτούν άλλη αξία από αυτή που είχαν στη θέση από την οποία μετακινήθηκαν. Στην προσπάθειά τους αυτή οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι η εφαρμογή του συγκεκριμένου τρόπου αναπαράστασης του αριθμού 12.453.768 είναι πολύ χρονοβόρα. Δηλαδή, η χρήση τόσο των αριθμητικών ψηφίων όσο και του δεκαδικού συστήματος γραφής των αριθμών είναι σαφώς ο πιο εύκολος τρόπος αναπαράστασης των αριθμών. Το λογισμικό «Κερματοδέκτης» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα, ενώ η συμβολική αναπαράσταση τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των κερμάτων με τα ψηφία των αριθμών στις διάφορες θέσεις του κερματοδέκτη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Το λογισμικό «Κερματοδέκτης» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να συνδέσουν την παρουσία των κερμάτων στις διάφορες θέσεις του κερματοδέκτη με την αξία των ψηφίων των αριθμών στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης και να πειραματισθούν με αυτό. Ο προφανής περιορισμός που τίθεται από το λογισμικό είναι ότι με αυτό μπορούν να αναπαρασταθούν όλοι οι φυσικοί αριθμοί από το 0 μέχρι το 999.999.999.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

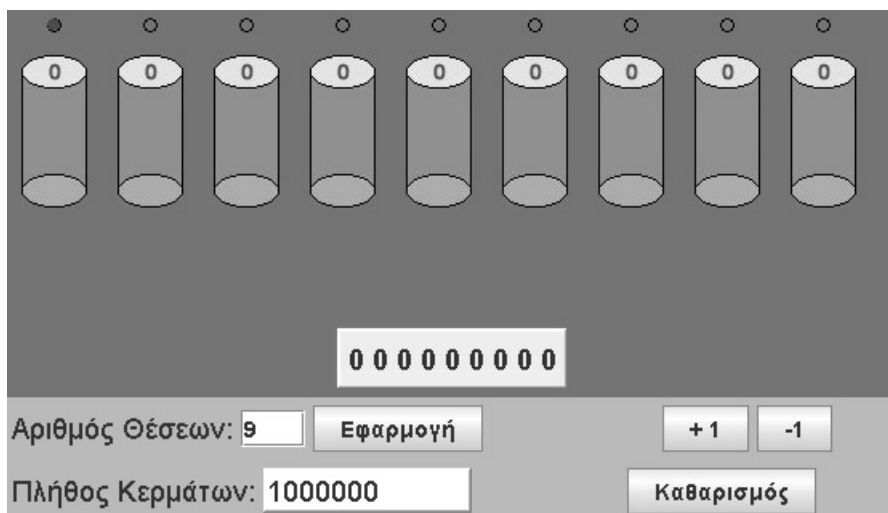
Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Κερματοδέκτης», προκειμένου να αναπαραστήσουν τους αριθμούς που θέλουν.

ΠΟΣΑ ΚΕΡΜΑΤΑ ΧΡΕΙΑΖΕΣΤΕ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 12.453.768

2. Φύλλο εργασίας

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσες θέσεις πρέπει να έχει ο κερματοδέκτης και πόσα κέρματα χρειάζεται να πληκτρολογήσετε στη θέση «Πλήθος κερμάτων», για να μπορέσετε να αναπαραστήσετε τον αριθμό 12.453.768;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΣΑ ΚΕΡΜΑΤΑ ΧΡΕΙΑΖΕΣΤΕ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 12.453.768**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Επιλέξτε ο κερματοδέκτης σας να έχει οκτώ θέσεις.

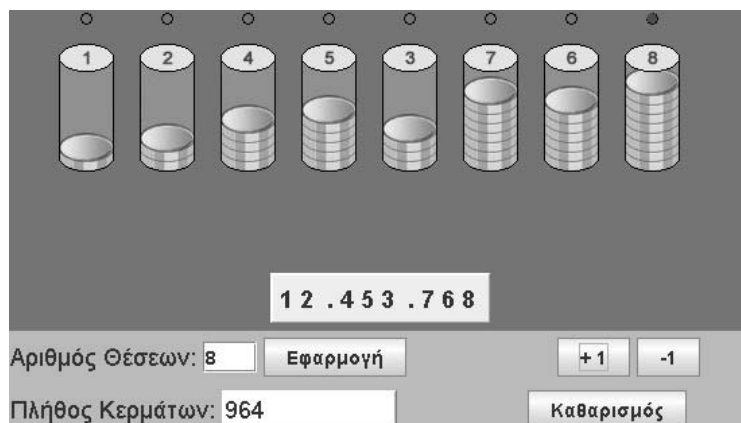
Δύο είναι οι τρόποι για να σχηματίσετε το δεδομένο αριθμό. Ο ένας είναι να επιλέξετε εξαρχής τη θέση, όπου θα τοποθετήσετε τα κέρματα. Επομένως, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα, χρειάζεστε μόνο 36 κέρματα. Ο συγκεκριμένος τρόπος επιτρέπει σε κάθε κέρμα να αποκτήσει από την αρχή διαφορετική αξία, αναλόγως με τη θέση που το έχετε τοποθετήσει.

Ο άλλος τρόπος είναι να προσθέτετε συνεχώς κέρματα στην τελευταία θέση του κερματοδέκτη, δηλαδή στη θέση των μονάδων.

Για να σχηματίσετε τον αριθμό 12.453.768 θα χρειαστεί να πατήσετε το πλήκτρο «+1» ως εξής:

- Για τις 8 μονάδες του αριθμού 12.453.768, 8 φορές.
- Για τις 6 δεκάδες του αριθμού 12.453.768, $6 \times 10 = 60$ φορές.
- Για τις 7 εκατοντάδες του αριθμού 12.453.768, $7 \times 100 = 700$ φορές.
- Για τις 3 χιλιάδες του αριθμού 12.453.768, $3 \times 1.000 = 3.000$ φορές.
- Για τις 5 δεκάδες χιλιάδες του αριθμού 12.453.768, $5 \times 10.000 = 50.000$ φορές.
- Για τις 4 εκατοντάδες χιλιάδες του αριθμού 12.453.768, $4 \times 100.000 = 400.000$ φορές.
- Για τα 2 εκατομμύρια του αριθμού 12.453.768, $2 \times 1.000.000 = 2.000.000$ φορές.
- Για το 1 δεκάκις εκατομμύριο του αριθμού 12.453.768, $1 \times 10.000.000 = 10.000.000$ φορές.

Δηλαδή χρειάζεται να πατήσετε το πλήκτρο «+1» 12.453.768 φορές. Όπως προκύπτει, λοιπόν, η διαδικασία τοποθέτησης 12.453.768 κερμάτων στον κερματοδέκτη, με εφαρμογή του δεύτερου τρόπου, είναι πολύ χρονοβόρα. Αν, για παράδειγμα, μπορείτε να τοποθετείτε με το κουμπί «+1» δύο κέρματα ανά δευτερόλεπτο, τότε, για να τοποθετήσετε τα 12.453.768 κέρματα, θα χρειαστείτε τουλάχιστον $12.453.768 : 2 = 6.226.884$ δευτερόλεπτα, ή $6.226.884 : 60 = 103.781$ λεπτά, ή $103.781 : 60 = 1.729$ ώρες, ή $1.729 : 24 = 72$ ημέρες περίπου.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΓΑΛΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία συμβολικής αναπαράστασης και έκφρασης ενός μεγάλου φυσικού αριθμού. Καλούνται, λοιπόν, να αναπαραστήσουν με μπίλιες στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο τον αριθμό 34.562.857 και να τον ονομάσουν.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναπαραστήσουν και να ονομάσουν μεγάλους αριθμούς.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχηματίσουν και να ονομάσουν το φυσικό αριθμό που τους ζητείται.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην αναπαράσταση του δεδομένου αριθμού στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο. Εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο θα χρησιμοποιήσουν τις θέσεις και το πλήθος των μονάδων καθεμίας από αυτές, προκειμένου να ονομάσουν τον αριθμό αυτό. Σε κάθε επιλογή τους συγκρίνουν τον αριθμό που σχηματίζεται με αυτόν που αναγράφεται στο γκρι πλαίσιο του προγράμματος. Έχουν, επίσης, τη δυνατότητα να ελέγξουν την εργασία τους πληκτρολογώντας έναν αριθμό στο λευκό τετραγωνίδιο και ζητώντας από το πρόγραμμα να τον αναπαραστήσει αυτόματα. Κατόπιν, και σε συνεργασία με τον εκπαιδευτικό, συζητούν σχετικά με το πώς θα μπορούσαν να ονομάσουν έναν τόσο μεγάλο αριθμό. Ο πιο συνηθισμένος τρόπος είναι να χωρίσουν σε τριάδες τα ψηφία του αριθμού, αρχίζοντας από το τέλος, και να προσδιορίσουν πόσες μονάδες έχουν τα τρία πρώτα ψηφία, επίσης από το τέλος, πόσες χιλιάδες έχουν τα επόμενα τρία ψηφία και πόσα εκατομμύρια έχουν τα επόμενα δύο ψηφία. Με άλλα λόγια, ο αριθμός 34.562.857 μπορεί να ονομαστεί: 34 εκατομμύρια, 562 χιλιάδες, 857 μονάδες. Με την ερώτηση «Πόσες μπίλιες χρησιμοποιήσατε για την αναπαράστασή του» δίνεται η ευκαιρία στον εκπαιδευτικό να θέσει προς συζήτηση τη διαφορετική αξία που μπορούν να αποκτήσουν τα ίδια ψηφία, όταν τοποθετηθούν σε διαφορετικές θέσεις, καθώς και τη σημασία που έχει αυτή η ιδιότητα στην αναπαράσταση μεγάλων αριθμών. Κατά τη διάρκεια της συζήτησης ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει και τον κερματοδέκτη, στον οποίο οι μαθητές θα κληθούν να σχηματίσουν τον ίδιο αριθμό, γεγονός που θα τους επιτρέψει να δώσουν οι ίδιοι τη σωστή αξία στα κέρματα που χρησιμοποιούν.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αναπαράσταση και την ονομασία μεγάλων φυσικών αριθμών.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο», επιλέγοντας τις μπίλιες και τις θέσεις όπου θα αναπαραστήσουν ένα δεδομένο αριθμό. Κατόπιν ονομάζουν τον αριθμό αυτό σε σχέση με την αναπαράστασή του στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

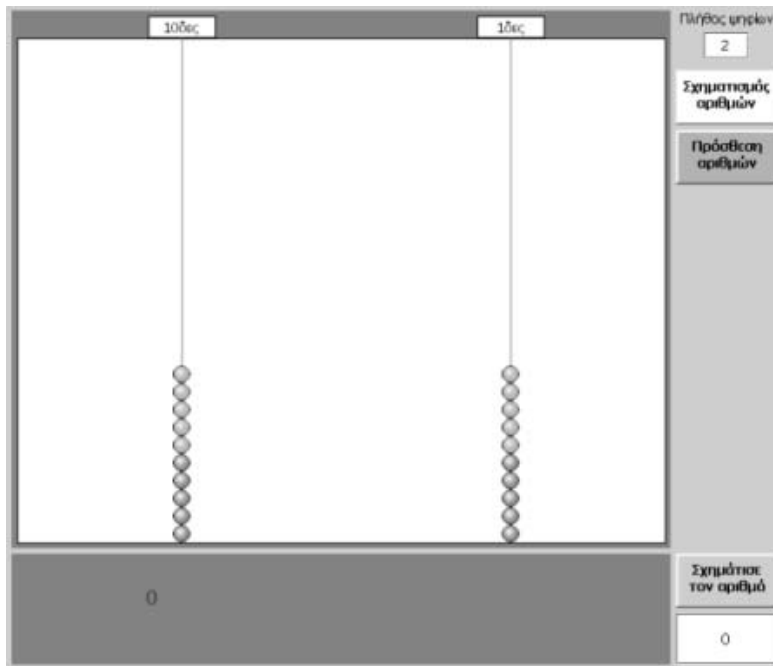
ΜΕΓΑΛΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο» να αναπαραστήσετε τον αριθμό 34.562.857 με μπίλιες;

Μπορείτε να ονομάσετε τον αριθμό που σχηματίσατε;

Πόσες μπίλιες χρησιμοποιήσατε για την αναπαράστασή του;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

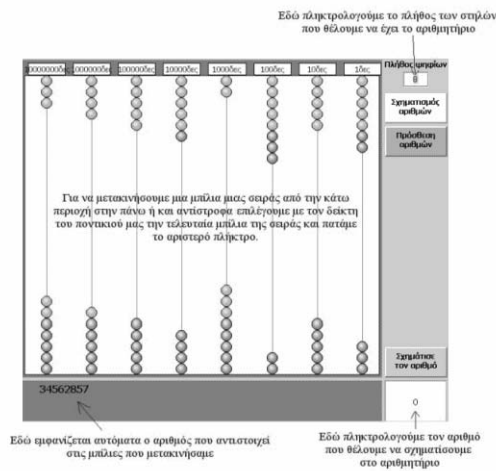
ΜΕΓΑΛΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

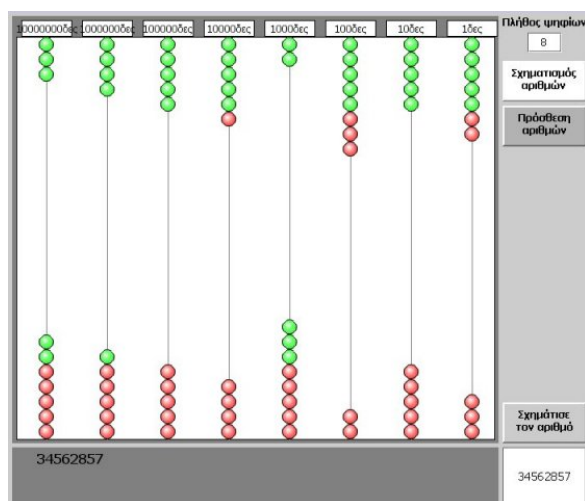
Πώς χρησιμοποιούμε το «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο»:

Για να μετακινήσετε μία μπίλια από το κάτω μέρος στο επάνω, επιλέξτε τη με το δείκτη του ποντικιού σας και πιέστε το αριστερό του πλήκτρο. Με τον ίδιο τρόπο μπορείτε να μεταφέρετε τη μπίλια στη θέση της.

Προσοχή: Για να μετακινήσετε μία μπίλια επιλέξτε τη με το δείκτη του ποντικιού πατώντας το αριστερό πλήκτρο. Μαζί της θα μεταφερθούν και όλες οι μπίλιες της στήλης που βρίσκονται πάνω από αυτή. Με τον ίδιο τρόπο μεταφέρετε μία μπίλια από πάνω προς τα κάτω.



Ο αριθμός 34.562.857 παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα. Ονομάζεται 34 εκατομμύρια, 562 χιλιάδες, 857 μονάδες.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται: (1) να σχηματίσουν και να εκφράσουν με 40 μπίλιες διάφορους φυσικούς αριθμούς, (2) να σχηματίσουν το μεγαλύτερο οκταψήφιο φυσικό αριθμό που μπορεί να σχηματιστεί με 40 μπίλιες. Με τον τρόπο αυτή δίνεται η δυνατότητα για διεξαγωγή εκτενούς συζήτησης μέσα στην τάξη με θέμα τη γραφή και την ονομασία μεγάλων φυσικών αριθμών, καθώς και την αξία του δεκαδικού συστήματος γραφής.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναπαραστήσουν και να ονομάσουν μεγάλους αριθμούς.
- Να επιλέξουν τις μονάδες κάθε θέσης, ώστε να σχηματιστεί ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να σχηματίσουν ένα φυσικό αριθμό με 40 μπίλιες. Στη δεύτερη προσπαθούν να σχηματίσουν το μεγαλύτερο οκταψήφιο αριθμό που μπορεί να σχηματιστεί με 40 μπίλιες.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον τρόπο με τον οποίο θα κατανείμουν τις 40 μπίλιες για να σχηματίσουν ένα φυσικό αριθμό στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο. Σε κάθε επιλογή τους ονομάζουν τον αριθμό που σχηματίζεται. Το γεγονός ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουν και τις 40 μπίλιες θέτει περιορισμούς στο μέγεθος του αριθμού. Δεν μπορούν, δηλαδή, να χρησιμοποιήσουν διψήφιους, τριψήφιους ή τετραψήφιους αριθμούς, αφού για το σχηματισμό του μεγαλύτερου τετραψήφιου αριθμού, 9.999, χρειάζονται 36 μπίλιες. Έτσι οι μαθητές διαπιστώνουν ότι η αναπαράσταση ενός αριθμού συνδέεται άμεσα με το πλήθος των ψηφίων που χρησιμοποιούν.

Φάση 2: Οι μαθητές, αφού κατανοήσουν τον τρόπο με τον οποίο σχηματίζεται ένας μεγάλος αριθμός, επαναλαμβάνουν την εργασία της πρώτης φάσης επιλέγοντας αριθμούς με οκτώ ψηφία. Στη φάση αυτή θα πρέπει να κατανείμουν τις 40 μπίλιες κατάλληλα, ώστε να σχηματίσουν το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό. Εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο θα το πετύχουν και αναπτύσσουν στρατηγικές σχηματισμού μεγάλων αριθμών.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αναπαράσταση και την ονομασία μεγάλων αριθμών, καθώς αναζητούν το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό που μπορούν να σχηματίσουν στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

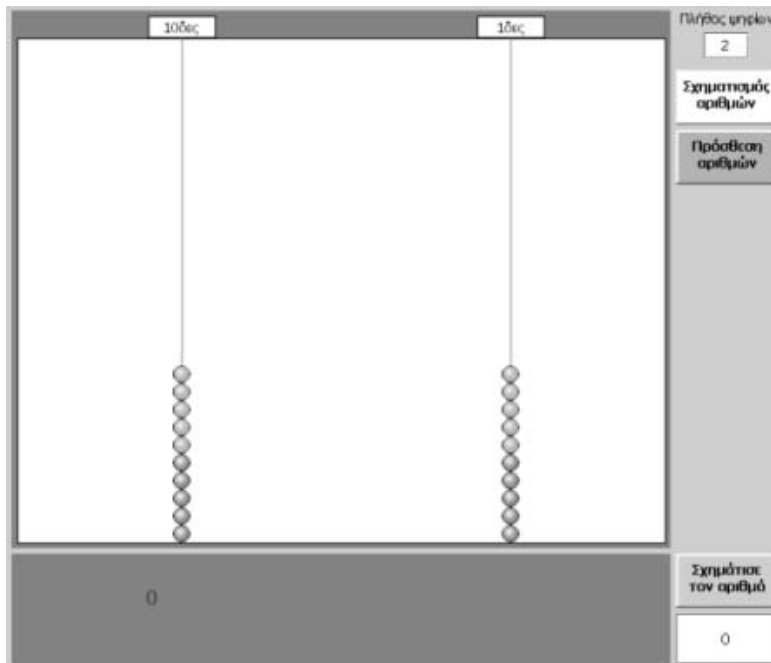
Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο», κατανέμοντας 40 μπίλιες στις σωστές θέσεις του αριθμού, ώστε να αναπαραστήσουν διάφορους φυσικούς αριθμούς. Κατόπιν ονομάζουν τους αριθμούς αυτούς σε σχέση με την αναπαράστασή τους στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Παιδιά, μπορείτε να σχηματίσετε διάφορους αριθμούς με 40 μπίλιες;

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος οκταψήφιος αριθμός που μπορεί να σχηματιστεί με 40 μπίλιες;



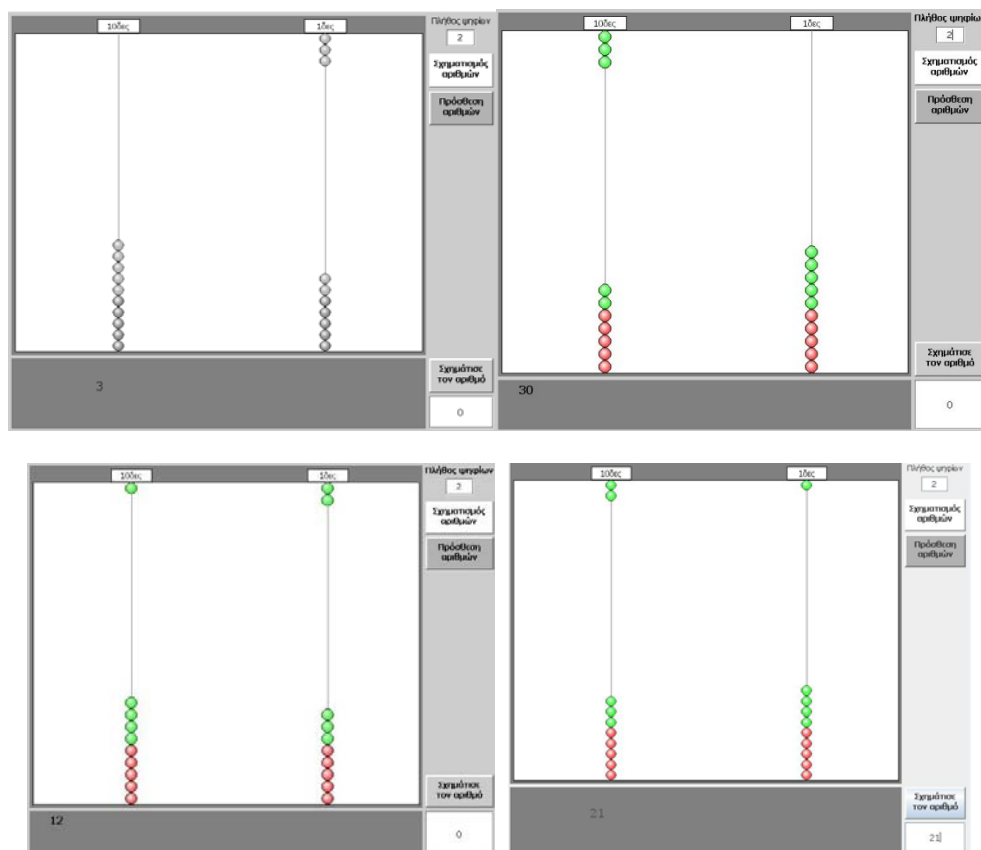
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζεται η λύση ενός απλούστερου προβλήματος.

Δίνονται οι αριθμοί που μπορείτε να σχηματίσετε με τρεις μπίλιες στο αριθμητήριο δύο ψηφίων. Μπορείτε με τη βοήθεια αυτού του παραδείγματος να λύσετε το πρόβλημα με τις 40 μπίλιες;



Σε ποια περίπτωση σχηματίστηκε ο μεγαλύτερος αριθμός;

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος τετραψήφιος αριθμός που μπορεί να σχηματιστεί με τρεις μπίλιες;

Επιλέξτε οκτώ θέσεις στο αριθμητήριο και σχηματίστε διάφορους αριθμούς, χρησιμοποιώντας και τις 40 μπίλιες με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχηματίσετε το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό.

Μπορείτε να έχετε τέσσερις στήλες στο αριθμητήριο και να χρησιμοποιήσετε και τις 40 μπίλιες;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού του αθροίσματος δύο μεγάλων φυσικών αριθμών. Καλούνται, λοιπόν, αναπαραστήσουν και να ονομάσουν στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο τους αριθμούς 12.345.678, 87.654.321 και 87.654.322 καθώς και τα αθροίσματά τους $12.345.678 + 87.654.321$ και $12.345.678 + 87.654.322$. Στη συνέχεια καλούνται να ονομάσουν το άθροισμά τους και να σχολιάσουν τη διαδικασία πρόσθεσης στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο. Η δραστηριότητα αυτή δίνει στους μαθητές την ευκαιρία να χειριστούν οι ίδιοι τα κρατούμενα στην πρόσθεση φυσικών αριθμών, όταν υπάρχουν, και να αντιμετωπίσουν την κατάσταση με μη μηχανικό τρόπο. Επίσης, να διαπιστώσουν πόσο διαφέρει η διαδικασία, όταν δεν εμφανίζονται κρατούμενα κατά την εκτέλεσή της.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναπαραστήσουν και να ονομάσουν μεγάλους αριθμούς.
- Να υπολογίσουν το άθροισμα μεγάλων αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση του αθροίσματος δύο φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχηματίσουν τους δύο φυσικούς αριθμούς που τους ζητείται, να τους προσθέσουν και να ερμηνεύσουν τη διαδικασία πρόσθεσης.

Οι μαθητές εργάζονται στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο για την αναπαράσταση των αριθμών 12.345.678 και 87.654.321. Επιλέγουν «Πρόσθεση αριθμών» και αναπαριστούν το άθροισμα 12.345.678. Στη συνέχεια επιλέγουν «Βάλε μαζί» και αναπαριστούν το δεύτερο. Ονομάζουν το αποτέλεσμα και συζητούν μέσα στην τάξη σχετικά με το ποιες μπίλιες μετακινήθηκαν και πώς στις διάφορες στήλες. Κατόπιν επιλέγουν «Πρόσθεση» και σχολιάζουν τις αλλαγές που έγιναν στο αριθμητήριο. Επαναλαμβάνουν την ίδια διαδικασία για τους αριθμούς 12.345.678 και 87.654.322. Ο εκπαιδευτικός υπενθυμίζει στους μαθητές ότι το πρόγραμμα δεν επιτρέπει την ύπαρξη και των δέκα μπίλιων στην ίδια θέση, κάτι που ισχύει και για τη γραφή των αριθμών, αφού σε μία θέση μπορούμε να έχουμε μόνο μονοψήφιους αριθμούς. Έτσι τους καλεί να χειριστούν τα κρατούμενα στη δεύτερη περίπτωση και να σχολιάσουν το αποτέλεσμα σε σχέση με αυτό του πρώτου αθροίσματος. Το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να αναπαραστήσουν κατάλληλα τους αριθμούς. Σε κάθε επιλογή τους συγκρίνουν τον αριθμό που σχηματίζεται με αυτόν που αναγράφεται στο γκρι πλαίσιο του προγράμματος. Στο τέλος μπορούν να ελέγξουν την εργασία τους επιλέγοντας «Έλεγχος».

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αναπαράσταση και την ονομασία μεγάλων αριθμών, καθώς και τις αλλαγές που συμβαίνουν όταν προστίθενται δύο αριθμοί.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο» επιλέγοντας τις μπίλιες και τις θέσεις όπου θα αναπαραστήσουν το ζητούμενο αριθμό. Κατόπιν ονομάζουν τον αριθμό αυτό σύμφωνα με την αναπαράστασή του στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

2. Φύλλο εργασίας

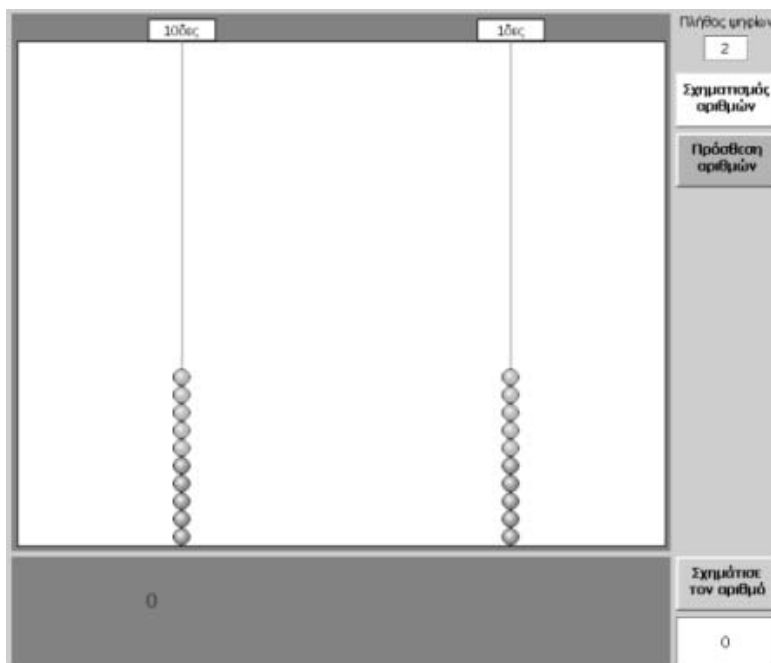
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να προσθέσετε στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο τους παρακάτω φυσικούς αριθμούς;

(α) 12.345.678 και 87.654.321

(β) 12.345.678 και 87.654.322

Τι έχετε να παρατηρήσετε για τον τρόπο που κάνετε τις δυο προσθέσεις;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να προσθέσετε δύο αριθμούς στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο ακολουθήστε την παρακάτω απλή διαδικασία:

- Πληκτρολογήστε στο αντίστοιχο πλαίσιο το πλήθος των ψηφίων των αριθμών ή του αριθμού με το μεγαλύτερο πλήθος ψηφίων.
- Πατήστε το κουμπί «Πρόσθεση αριθμών».
- Επιλέξτε τις μπίλιες που θα αναπαριστούν τον πρώτο αριθμό (προσθετέο).
- Πατήστε το κουμπί «Βάλε μαζί».
- Επιλέξτε τις μπίλιες που θα αναπαριστούν το δεύτερο αριθμό (προσθετέο).
- Πατήστε το κουμπί «Πρόσθεσε».

Αν δεν έχετε κρατούμενα, στο αριθμητήριο θα εμφανιστούν οι μπίλιες που αναπαριστούν το άθροισμα των δύο αριθμών, ενώ στο γκρι πλαίσιο θα δοθεί αριθμητικά το άθροισμά τους. Αν έχετε κρατούμενα, θα πρέπει πρώτα να τα τακτοποιήσετε, προκειμένου να εμφανίσετε το άθροισμα των δύο αριθμών. Επιλέξτε «Έλεγχος» για να ελέγξετε την εργασία που κάνατε.

Η παρακάτω εικόνα δείχνει την πρόσθεση των δύο αριθμών καθώς και την πρόσθεση του ελέγχου.

10000000δες	1000000δες	100000δες	10000δες	1000δες	100δες	10δες	1δες
8	8	8	8	8	8	8	8
8	8	8	8	8	8	8	8

Πλήθος ψηφίων: 8
 Σχηματισμός αριθμών
 Πρόσθεση αριθμών
 Βάλε μαζί
 Πρόσθεση
 Έλεγχος

Κρατούμενα	□□□□□□□□		
	12345678		12345678
	+ 87654321	Έλεγχος	+ 87654321
Άθροισμα	99999999		99999999

Σχημάτισε τον αριθμό: 0

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΚΑΝΟΝΑΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να διατυπώσουν κανόνες σχετικούς με την πρόσθεση των πολλαπλάσιων του 10, του 100, του 1.000 κτλ. Η διαδικασία αυτή θα φέρει στο προσκήνιο κάποιες αναλογίες που ισχύουν κατά την πρόσθεση φυσικών αριθμών, οι οποίες είναι χρήσιμες στην από μνήμης πρόσθεση, ενώ θα βοηθήσει τους μαθητές να εξασκηθούν στην αναλογική σκέψη.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναπαραστήσουν και να ονομάσουν μεγάλους αριθμούς.
- Να υπολογίσουν το άθροισμα μεγάλων αριθμών, οι οποίοι είναι πολλαπλάσια του 10, 100, 1.000 κτλ., με τη βοήθεια των αντίστοιχων μικρών αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση του αθροίσματος δύο φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, ανανεώνει το ενδιαφέρον των μαθητών με νέα ερωτήματα που σκοπό έχουν να τους βοηθήσουν να καταλήξουν σε κανόνες σχετικά με την πρόσθεση αριθμών, οι οποίοι στο τέλος τους έχουν ένα ή περισσότερα μηδενικά ψηφία.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσθέσουν μία ομάδα αριθμών, οι οποίοι είναι διαδοχικά πολλαπλάσια του 10, του 100 και του 1.000. Κατόπιν να επαναλάβουν την πρόσθεση με πιο σύνθετους αριθμούς αυτή τη φορά.

Οι μαθητές πειραματίζονται στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο, προκειμένου να προσθέσουν διαδοχικά τους αριθμούς: $5 + 4$, $50 + 40$, $500 + 400$, $5.000 + 4.000$ και $50.000 + 40.000$.

Το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να αναπαραστήσουν την πρόσθεση των αριθμών. Μπορούν, επίσης, να παρατηρήσουν ότι η κατάσταση στην πρώτη στήλη –κατά την πρόσθεση των 4 και 5– μεταφέρεται στις υπόλοιπες στήλες κατά την πρόσθεση των επόμενων αριθμών. Σε κάθε επιλογή τους συγκρίνουν τους αριθμούς που σχηματίζονται με αυτούς που αναγράφονται στο γκρι πλαίσιο του προγράμματος. Είναι σημαντικό οι μαθητές να παρακινούνται ώστε να κάνουν οι ίδιοι παρατηρήσεις σχετικά με τα αποτελέσματα των ενεργειών τους, αλλά και να μάθουν να διακρίνουν τα κοινά χαρακτηριστικά που έχουν τα αποτελέσματα αυτά. Με τον τρόπο αυτό εξοικειώνονται στη διατύπωση εικασιών, συμπερασμάτων και κανόνων, τους οποίους πρέπει να ελέγχουν στο πλαίσιο της ομάδας και της τάξης. Έτσι μαθαίνουν να εμπιστεύονται τη σκέψη τους και να τη μοιράζονται με τους συμμαθητές τους.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη μεταφορά της δομής της πρόσθεσης μονοψήφιων αριθμών σε πολλαπλάσια του 10, του 100, του 1.000 κτλ. αυτών.

ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΚΑΝΟΝΑΣ**2. Φύλλο εργασίας**

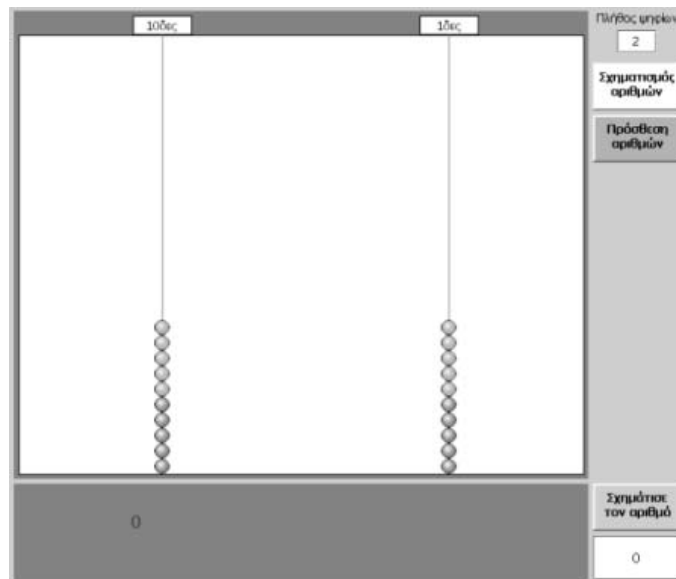
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Προσθέστε τους παρακάτω αριθμούς στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο:

$$\begin{array}{r} 5 + 4 \\ 50 + 40 \\ 500 + 400 \\ 5.000 + 4.000 \\ 50.000 + 40.000 \end{array}$$

Τι κοινό έχουν αυτές οι προσθέσεις;

Ποιον κανόνα χρησιμοποιήσατε για να κάνετε τις παραπάνω προσθέσεις;

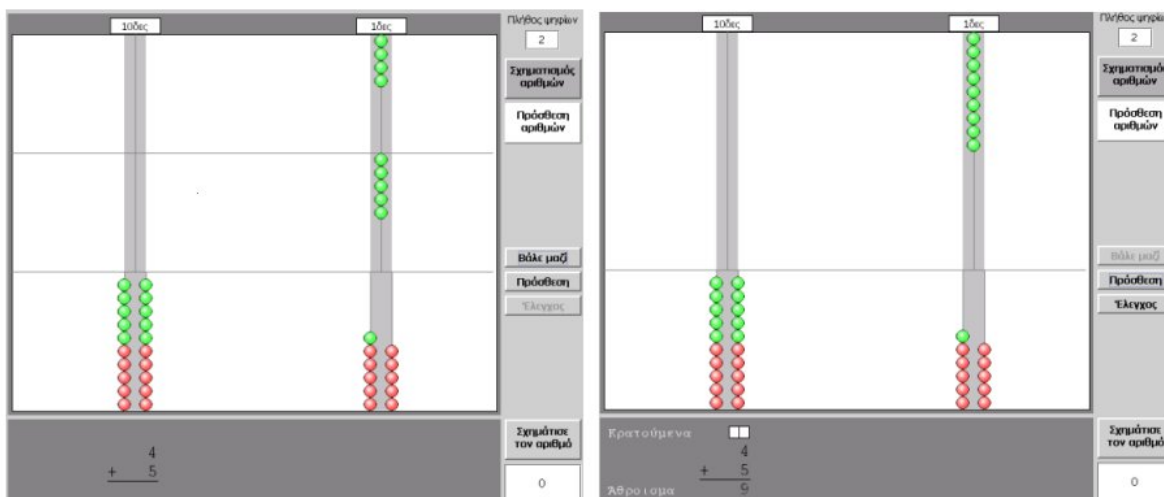


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

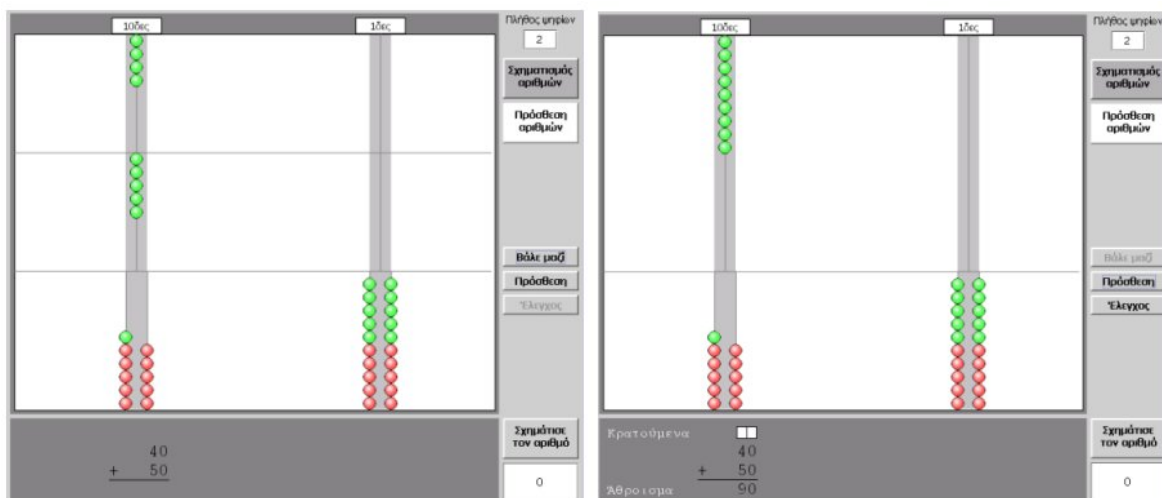
ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΚΑΝΟΝΑΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην πρώτη περίπτωση προσθέσαμε τους αριθμούς 4 + 5 και στη δεύτερη τους αριθμούς 40 + 50. Τι κοινό έχουν; Δείτε τις παρακάτω εικόνες.



Πρόσθεση 5 + 4



Πρόσθεση 50 + 40

Τι κοινό έχουν;

Οι προσθέσεις 5 + 4 και 50 + 40 έχουν το εξής κοινό. Χρησιμοποιούν με τον ίδιο τρόπο τις ίδιες μπίλιες, αλλά σε διαφορετικές στήλες. Δηλαδή ότι κάνατε στην πρώτη στήλη των μονάδων, το ίδιο κάνατε και στη δεύτερη στήλη των δεκάδων. Τι πρέπει να κάνετε για τις επόμενες προσθέσεις; Ποιον κανόνα εξαγάγετε;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ ΩΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού έρχονται σε επαφή με μερικές έννοιες που συνήθως «κρύβονται» πίσω από τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού φυσικών αριθμών. Εδώ καλούνται να προσδιορίσουν το πλήθος των τετραγωνιδίων που χρωματίζονται, όταν οι δείκτες των δύο πλευρών του πλέγματος μετακινηθούν σε συγκεκριμένες θέσεις. Καθώς, όμως, η καταμέτρηση αυτών δεν αποτελεί πάντα εύκολη διαδικασία, οι μαθητές θα πρέπει να αναζητήσουν άλλους τρόπους υπολογισμού των τετραγωνιδίων. Το πρόγραμμα «Πολλαπλασιασμός» μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία υπολογισμού του ζητούμενου αριθμού, αν οι μαθητές κάνουν μεταφορά της κατάστασης από το πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση». Στο πλαίσιο αυτό μεταφέρονται οι στήλες που ορίζει ο ένας αριθμός (δείκτης της πράσινης γραμμής του πλέγματος) και το πλήθος κάθε στήλης που αποτελούν το δεύτερο αριθμό (δείκτης της γαλάζιας γραμμής του πλέγματος). Με άλλα λόγια, το ζητούμενο γινόμενο των δύο αριθμών μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια πρόσθεσης του ενός αριθμού με τον εαυτό του τόσες φορές όσο είναι ο άλλος αριθμός.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τον πολλαπλασιασμό και ως πρόσθεση.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού δύο αριθμών εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων που ορίζονται από το γινόμενο 17×28 είτε (οπτικά) με καταμέτρηση των χρωματισμένων τετραγωνιδίων είτε με μεταφορά της κατάστασης στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση».

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην εύρεση του πλήθους των τετραγωνιδίων που χρωματίζονται στο πλέγμα, μόλις μετακινήσουν το γαλάζιο δείκτη στο 17 και τον πράσινο στο 28. Ο υπολογισμός μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Ο ένας είναι να μετρήσουν τα τετραγωνίδια του πλέγματος και ο άλλος να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση». Στην πρώτη περίπτωση καθοδηγούνται από την καταμέτρηση τόσο των τετραγωνιδίων της μιας στήλης όσο και του πλήθους όλων των στηλών. Εκτός αυτού, όσες στήλες συμπληρώνουν μια δεκάδα χρωματίζονται με κίτρινο χρώμα, ενώ οι υπόλοιπες με κόκκινο. Έτσι, οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν έναν τρόπο ανάλογο της πρόσθεσης, που παρουσιάζεται στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση», προκειμένου να μετρήσουν το δεδομένο πλήθος. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, ανανεώνει τα ερωτήματα προσδιορισμού θέτοντας ως

γινόμενο και άλλους αριθμούς. Σκοπό έχει να καταστήσει φανερή στους μαθητές τη σχέση της καταμέτρησης με την πράξη της πρόσθεσης που λαμβάνει χώρα στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση» – και οι δυο ως διαδικασία εύρεσης του γινομένου δύο αριθμών. Οι μαθητές κάνουν διάφορες δοκιμές με πολλαπλασιασμούς, δουλεύοντας, όμως, αντίστροφα. Επιλέγουν δύο αριθμούς και προσθέτουν τον ένα τόσες φορές όσος είναι ο άλλος αριθμός. Υπολογίζουν το άθροισμά τους και ελέγχουν τις πράξεις τους με «Μεταφορά» στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο».

Το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα μεταφοράς από το πλέγμα στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση» και να επιβεβαιώσουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό ενός γινομένου δύο φυσικών αριθμών. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να αντιληφθούν το γινόμενο ως άθροισμα του ενός δεδομένου αριθμού όσες φορές είναι ο δεύτερος δεδομένος αριθμός.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον υπολογισμό του γινομένου δύο αριθμών με τη διαδικασία της πρόσθεσης. Η αξία αυτής της άποψης μπορεί να γίνει αντιληπτή κατά τη διαπραγμάτευση των ιδιοτήτων του πολλαπλασιασμού, καθώς οι μαθητές θα μπορούν εύκολα να τις εξηγήσουν στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση».

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός», πληκτρολογώντας τους αριθμούς εκείνους των οποίων θέλουν να υπολογίσουν το γινόμενο.

ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ ΩΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσα τετραγωνίδια θα χρωματιστούν στο παρακάτω πλέγμα, αν μετακινήσετε το γαλάζιο δείκτη στη θέση 17 και τον πράσινο στη θέση 28;

Τι θα συμβεί αν επιλέξετε «Μεταφορά» στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση»;

Ποια πράξη πρέπει να κάνετε για να υπολογίσετε το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων;

The screenshot shows a software interface with four main panels:

- Top Left: Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο** (Multiplication on a grid). A 10x10 grid is shown with a blue dot at position 17 and a green dot at position 28. Below the grid are buttons for 'Μεταφορά' (Move), 'Έλεγχος' (Check), and 'Γίνεκες' (Done).
- Top Right: Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση** (Multiplication with addition). It shows a simple calculator interface with a display showing '0 x 0 = 0' and buttons for '+', '-', 'x', and '='.
- Bottom Left: Οριζόντιος πολλαπλασιασμός** (Horizontal multiplication). It displays the equation $0 \times 0 = 0 \times (0 + 0)$ and shows the distributive property: $0 \times 0 = 0 \times 0 + 0 \times 0$.
- Bottom Right: Κετακόρυφος Πολλαπλασιασμός** (Vertical multiplication). It shows a vertical multiplication layout with arrows indicating the alignment of digits.

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ ΩΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αριθμούς που δεν υπερβαίνουν το 90. Σε όλα τα κουτάκια μπορείτε να πληκτρολογήσετε αριθμούς. Το κουμπί «Έλεγχος» σας επιτρέπει να ελέγξετε αν έχετε κάνει σωστά την επιλογή σας. Δηλαδή αν έχετε πληκτρολογήσει τους κατάλληλους αριθμούς στα διάφορα κουτάκια και αν είναι σωστοί οι υπολογισμοί σας.

Η επιλογή σας δεν θα είναι σωστή αν:

1. Στο πλαίσιο «Ο πολλαπλασιασμός ως άθροισμα» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το άθροισμα.
2. Στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το τελικό άθροισμα ή δεν έχετε αναλύσει σωστά το δεύτερο παράγοντα.
3. Στο πλαίσιο «Κάθετος πολλαπλασιασμός» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το τελικό αποτέλεσμα ή δεν έχετε αναλύσει σωστά το δεύτερο παράγοντα σε μονάδες και δεκάδες.

Μπορείτε να πειραματιστείτε στο πλέγμα, μετακινώντας το γαλάζιο δείκτη στο 17 και τον πράσινο στο 28, και να μεταφέρετε την κατάσταση στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση».

Ωστόσο, μπορείτε να εργαστείτε εξ αρχής στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση». Επιλέξτε να πολλαπλασιάσετε δύο αριθμούς. Πληκτρολογήστε τον ένα στο γαλάζιο και τον άλλο στο πράσινο τετραγωνίδιο. Στη συνέχεια προσθέστε τον αριθμό που βρίσκεται στο μπλε τετραγωνίδιο τόσες φορές όσες δηλώνει ο αριθμός που βρίσκεται στο πράσινο τετραγωνίδιο. Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης θα αποτελεί και το γινόμενο των δύο αριθμών. Μπορείτε να το επιβεβαιώσετε στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο». Κατόπιν επιλέξτε «Μεταφορά» και παρατηρήστε τα τετραγωνίδια που χρωματίζονται.

Ένα παράδειγμα: Στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση» επιλέξτε τα δύο χρωματιστά τετραγωνίδια και πληκτρολογήστε τους αριθμούς 8 στο πράσινο και 12 στο γαλάζιο. Στη συνέχεια πατήστε το κουμπί «+». Τι συνέβη;

Πατήστε άλλη μία φορά το ίδιο κουμπί. Τι συνέβη τώρα;

Πατήστε το κουμπί «+» οκτώ φορές συνολικά. Δηλαδή όσες φορές δείχνει ο αριθμός στο πράσινο τετραγωνάκι. Έτσι έχετε οκτώ φορές το άθροισμα του αριθμού 12. Υπολογίστε το άθροισμα και πληκτρολογήστε το αποτέλεσμα στο άδειο τετραγωνάκι που βρίσκεται στο τέλος του πλαισίου.

Παρατηρήστε τη διπλανή εικόνα.

Στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση» επιλέξτε τα δύο χρωματιστά τετραγωνίδια και πληκτρολογήστε τους αριθμούς 17 στο γαλάζιο και 28 στο πράσινο. Στη συνέχεια πατήστε το κουμπί «+». Τι συνέβη;

Επιλέξτε άλλη μια φορά το ίδιο κουμπί. Τι συνέβη τώρα;

Πατήστε το κουμπί «+» 28 φορές συνολικά. Δηλαδή όσες φορές δείχνει ο αριθμός στο πράσινο τετραγωνάκι. Έτσι έχετε 28 φορές το άθροισμα του αριθμού 17. Υπολογίστε το άθροισμα και πληκτρολογήστε το αποτέλεσμα στο άδειο τετραγωνάκι που βρίσκεται στο τέλος του πλαισίου.

Μεταφορά

Επιλέξτε το πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» και πατήστε «Μεταφορά». Τι συμβαίνει στο πλέγμα; Πόσα τετραγωνάκια χρωματίστηκαν;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού έρχονται σε επαφή με τον οριζόντιο πολλαπλασιασμό, δηλαδή με την επιμεριστική ιδιότητα. Αρχικά καλούνται να προσδιορίσουν το πλήθος των τετραγωνιδίων που χρωματίζονται, όταν οι δείκτες των δύο πλευρών του πλέγματος μετακινηθούν σε συγκεκριμένες θέσεις, και έτσι να υπολογίσουν το γινόμενο δύο αριθμών με τη βοήθεια της πρόσθεσης. Στη συνέχεια θα πρέπει να εφαρμόσουν μία διαδικασία υπολογισμού του γινομένου με «Οριζόντιο πολλαπλασιασμό», η οποία βασίζεται στην επιμεριστική ιδιότητα. Η ιδιότητα αυτή υποστηρίζεται και οπτικά, με το διαφορετικό χρωματισμό των τετραγωνιδίων στο πλέγμα. Έτσι οι μαθητές αποκτούν την ικανότητα να εφαρμόζουν την επιμεριστική ιδιότητα στον υπολογισμό του γινομένου δύο αριθμών – ικανότητα χρήσιμη κατά το νοερό υπολογισμό ή την εκτίμηση του γινομένου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τον πολλαπλασιασμό και ως αποτέλεσμα της πρόσθεσης επιμέρους πολλαπλασιασμών.
- Να αποκτήσουν την ικανότητα εκτίμησης ή νοερού υπολογισμού του γινομένου δύο αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού δύο αριθμών εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων που ορίζονται από το γινόμενο 17×28 και να ερμηνεύσουν την ισότητα που δημιουργείται κατά τη μεταφορά της κατάστασης από το πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός». Στη δεύτερη φάση θα πρέπει να αναλύσουν ένα γινόμενο στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός» και να καταλήξουν σε κάποιο συμπέρασμα, το οποίο θα μπορούν να επαληθεύσουν στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο».

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην εύρεση του πλήθους των τετραγωνιδίων που χρωματίζονται στο πλέγμα, μόλις μετακινήσουν τους δύο δείκτες στις θέσεις 17 και 28. Κατόπιν επιλέγουν «Μεταφορά» στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός» και προσπαθούν να εξηγήσουν τις πράξεις που λαμβάνουν χώρα για τον υπολογισμό του γινομένου 17×28 . Η αναπαράσταση του γινομένου στο τετράγωνο πλέγμα τους βοηθά να εξηγήσουν τη μεταφορά των κίτρινων και κόκκινων τετραγωνιδίων από το πλέγμα στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός», γεγονός που τους επιτρέπει να κατανοήσουν πλήρως τον επιμερισμό του δεύτερου παράγοντα σε δεκάδες και μονάδες, καθώς και σε επιμέρους πολλαπλασιασμούς. Ο εκπαιδευτικός,

από τη μεριά του, ανανεώνει τα ερωτήματα προσδιορισμού θέτοντας ως γινόμενο και άλλους αριθμούς. Η μεταφορά των επιλογών στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός» μπορεί να δώσει μια απάντηση στον υπολογισμό του γινομένου.

Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα επιλέξαμε οι μαθητές να διαπραγματευτούν το γινόμενο των αριθμών 17×28 τους οποίους προτείναμε και στην προηγούμενη δραστηριότητα «Κατανώ τον πολλαπλασιασμό ως πρόσθεση». Το γεγονός αυτό τους επιτρέπει να εφαρμόσουν στη δραστηριότητα αυτή τις γνώσεις που απέκμισαν προηγουμένως. Τέλος, οι μαθητές, εκμεταλλευόμενοι την εμπειρία που απέκτησαν από τη μεταφορά της κατάστασης από το πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» στο πλαίσιο «Ο πολλαπλασιασμός ως πρόσθεση», μπορούν να πειραματιστούν πάνω στην εύρεση του γινομένου δύο αριθμών δουλεύοντας αντίστροφα. Δηλαδή, να επιλέξουν δύο αριθμούς και, αφού αναλύσουν το δεύτερο, να υπολογίσουν τα επιμέρους γινόμενα. Στη συνέχεια, με «Μεταφορά» στο τετράγωνο πλέγμα, να ελέγξουν τον κανόνα που εφάρμοσαν. Το λογισμικό τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα μεταφοράς από το ένα πλαίσιο στο άλλο και να επιβεβαιώσουν ένα κανόνα σχετικό με τον υπολογισμό του γινομένου. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να αντιληφθούν το γινόμενο ως άθροισμα δύο επιμέρους γινομένων.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την εύρεση του γινομένου δύο αριθμών ως άθροισμα δύο επιμέρους πολλαπλασιασμών. Η αξία αυτής της ικανότητας μπορεί να γίνει αντιληπτή κάθε φορά που οι μαθητές καλούνται να κάνουν εκτιμήσεις ή υπολογισμούς του γινομένου δύο αριθμών και να αποδώσουν τη διαδικασία αυτή ως ιδιότητα του γινομένου.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός», πληκτρολογώντας τους αριθμούς των οποίων θέλουν να υπολογίσουν το γινόμενο.

ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

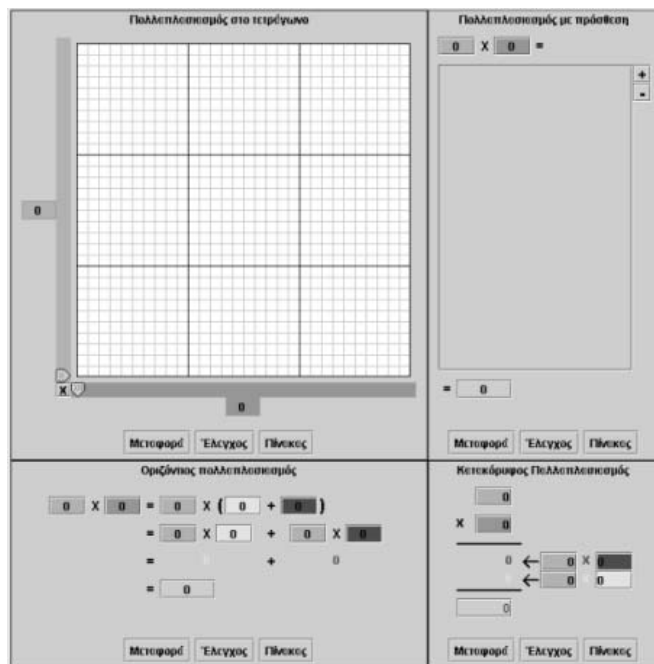
2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσα τετραγωνίδια θα χρωματιστούν στο παρακάτω πλέγμα, αν μετακινήσετε το γαλάζιο δείκτη στη θέση 17 και τον πράσινο στη θέση 28;

Τι θα συμβεί αν επιλέξετε «Μεταφορά» στο πλαίσιο με τίτλο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός»;

Μπορείτε να εξηγήσετε τις πράξεις που λαμβάνουν χώρα στο πλαίσιο αυτό προκειμένου να υπολογιστεί το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Η μεταφορά του οριζώντιου πολλαπλασιασμού στο τετράγωνο πλέγμα φανερώνει το λόγο για τον οποίο είναι σωστός ο πολλαπλασιασμός.

Δηλαδή: $17 \times 28 = 17 \times (20 + 8) = 17 \times 20 + 17 \times 8 = 340 + 136 = 476$

Μπορείτε να περιγράψετε προφορικά τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται το αποτέλεσμα στον οριζόντιο πολλαπλασιασμό; Υπάρχει κάποιος κανόνας; Σε ποια συμπεράσματα καταλήγετε σχετικά με τον οριζόντιο πολλαπλασιασμό; Πώς θα υπολογίσετε το γινόμενο 5×18 με οριζόντιο πολλαπλασιασμό;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να προσδιορίσουν το πλήθος των τετραγωνιδίων που χρωματίζονται, όταν μετακινηθούν οι δείκτες των δύο πλευρών του πλέγματος σε συγκεκριμένες θέσεις. Θα πρέπει, λοιπόν, να χρησιμοποιήσουν μία κατακόρυφη διαδικασία υπολογισμού του γινομένου, η οποία βασίζεται στην επιμεριστική ιδιότητα. Η ιδιότητα αυτή υποστηρίζεται και οπτικά, με το διαφορετικό χρωματισμό των τετραγωνιδίων στο πλέγμα αλλά και στον οριζόντιο πολλαπλασιασμό. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τη συνηθισμένη μέθοδο πολλαπλασιασμού δύο διψήφιων αριθμών και να την κατανοούν ως επιμεριστική ιδιότητα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τον πολλαπλασιασμό και ως αποτέλεσμα της επιμεριστικής ιδιότητας.
- Να αποκτήσουν την ικανότητα κατακόρυφου υπολογισμού του γινομένου δύο αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού δύο αριθμών εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων που ορίζονται από το γινόμενο 17×28 και να ερμηνεύσουν την ισότητα που δημιουργείται κατά τη μεταφορά της κατάστασης από το πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» στο πλαίσιο «Κατακόρυφος πολλαπλασιασμός».

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην εύρεση του πλήθος των τετραγωνιδίων που χρωματίζονται στο πλέγμα. Στη συνέχεια επιλέγουν «Μεταφορά» στο πλαίσιο «Κατακόρυφος πολλαπλασιασμός» και προσπαθούν να εξηγήσουν τις πράξεις που λαμβάνουν χώρα. Τα χρωματισμένα τετραγωνίδια στο πλέγμα τους επιτρέπουν να παρατηρήσουν την επιμεριστική ιδιότητα που εφαρμόζεται κατακόρυφα, όμως κατ' ανάλογο τρόπο με την επιμεριστική ιδιότητα που ισχύει στον οριζόντιο πολλαπλασιασμό. Έτσι, η μεταφορά των επιλογών στο πλαίσιο «Κατακόρυφος πολλαπλασιασμός» μπορεί να δώσει μια απάντηση στον υπολογισμό του γινομένου. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, ανανεώνει τα ερωτήματα προσδιορισμού θέτοντας ως γινόμενο και άλλους αριθμούς. Στόχος του είναι να καταστήσει στους μαθητές φανερό το γεγονός ότι η καταμέτρηση των τετραγωνιδίων μπορεί να αντικατασταθεί με πράξεις που εκτελούνται οριζόντια ή κατακόρυφα.

Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα επιλέξαμε οι μαθητές να διαπραγματευτούν το γινόμενο των αριθμών 17×28 τους οποίους προτείναμε και στις δύο προηγούμενες δραστηριότητες «Κατανοώ τον πολλαπλασιασμό ως πρόσθεση» και «Ο οριζόντιος πολλαπλασιασμός». Το γεγονός αυτό τους επιτρέπει να εφαρμόσουν στη δραστηριότητα αυτή τις γνώσεις που απέκτισαν προηγουμένως και να διαπιστώσουν ότι και οι τρεις διαδικασίες, που προτείνονται στις τρεις αυτές δραστηριότητες, αφορούν το ίδιο αντικείμενο, τον πολλαπλασιασμό φυσικών αριθμών. Τέλος, οι μαθητές, εκμεταλλευόμενοι την εμπειρία που απέκτησαν από τη μεταφορά της κατάστασης στα τρία άλλα πλαίσια, μπορούν να πειραματιστούν δουλεύοντας αντίστροφα. Δηλαδή, να επιλέξουν δύο αριθμούς, και, αφού αναλύσουν το δεύτερο, να υπολογίσουν τα επιμέρους γινόμενα, γράφοντας το αποτέλεσμα στα κατάλληλα τετραγωνάκια. Στη συνέχεια, με «Μεταφορά» στο τετράγωνο πλέγμα ή στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός», να ελέγξουν τον κανόνα που εφάρμοσαν.

Το λογισμικό τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα μεταφοράς από το ένα πλαίσιο στο άλλο και να επιβεβαιώσουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό του γινομένου. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα, καθώς και η αναπαράσταση στον «Οριζόντιο πολλαπλασιασμό», τους χρησιμεύει στο να αντιληφθούν το γινόμενο ως άθροισμα δύο επιμέρους γινομένων.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την εύρεση του γινομένου δύο αριθμών ως άθροισμα δύο επιμέρους πολλαπλασιασμών.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός», πληκτρολογώντας τους αριθμούς των οποίων θέλουν να υπολογίσουν το γινόμενο.

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

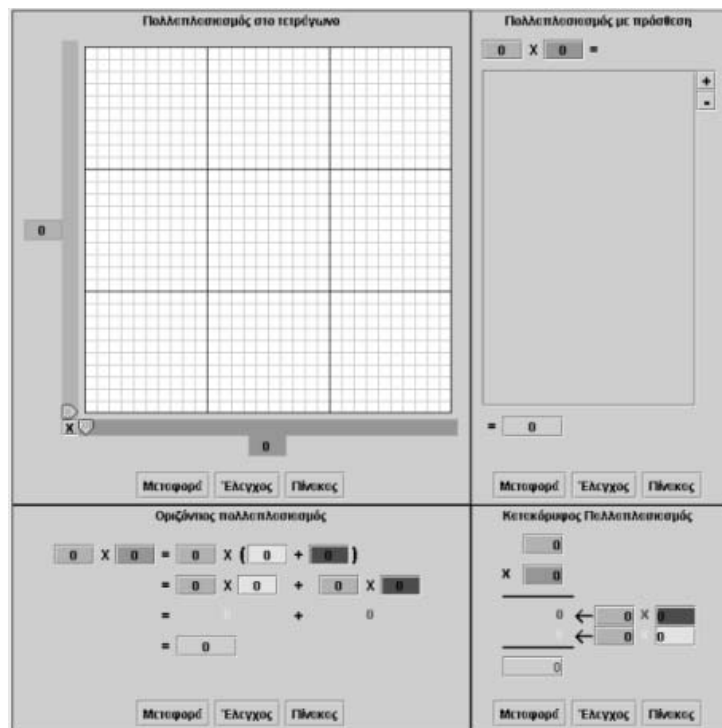
2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσα τετραγωνίδια θα χρωματιστούν στο παρακάτω πλέγμα, αν μετακινήσετε το γαλάζιο δείκτη στη θέση 17 και τον πράσινο στη θέση 28;

Τι θα συμβεί αν επιλέξετε «Μεταφορά» στο πλαίσιο με τίτλο «Κατακόρυφος πολλαπλασιασμός»;

Μπορείτε να εξηγήσετε τις πράξεις που γίνονται στο πλαίσιο αυτό, προκειμένου να υπολογιστεί το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Ο κατακόρυφος πολλαπλασιασμός στο χαρτί

Η διπλανή εικόνα παρουσιάζει με δύο τρόπους τον κατακόρυφο πολλαπλασιασμό που κάνουμε στο χαρτί.

Στον πρώτο πολλαπλασιασμό το 34 εκφράζει τις δεκάδες που προέκυψαν από τον πολλαπλασιασμό του 17 με τις 2 δεκάδες.

Στο δεύτερο πολλαπλασιασμό το 340 εκφράζει τις μονάδες που προέκυψαν από τον πολλαπλασιασμό του 17 με τις 20 μονάδες.

Μπορείτε να διακρίνετε αν υπάρχει διαφορά στους δύο τρόπους;

Μπορείτε να περιγράψετε προφορικά τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται το αποτέλεσμα στον κατακόρυφο πολλαπλασιασμό;

Υπάρχει κάποιος σχετικός κανόνας;

Ο κατακόρυφος πολλαπλασιασμός στο πρόγραμμα «Πολλαπλασιασμός»

Πληκτρολογήστε στο πλαίσιο «Κατακόρυφος πολλαπλασιασμός» τους αριθμούς 17 στο γαλάζιο τετραγωνίδιο και 28 στο πράσινο. Κατόπιν πληκτρολογήστε τους κατάλληλους αριθμούς και στα υπόλοιπα τετραγωνίδια, ώστε να είναι σωστή η ισότητα. Επιλέξτε το κουμπί «Έλεγχος» για να ελέγξετε αν είναι σωστή η ισότητα. Στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» επιλέξτε «Μεταφορά» και επαληθεύστε όσα πληκτρολογήσατε στον «Κατακόρυφο πολλαπλασιασμό».

Παρατηρήστε προσεκτικά τη διπλανή εικόνα.

Μπορείτε να διακρίνετε τις ομοιότητες που έχει ο πολλαπλασιασμός σε αυτό το πλαίσιο του προγράμματος με τον κατακόρυφο πολλαπλασιασμό που κάνουμε στο χαρτί;

Τι θα συμβεί αν επιλέξουμε «Μεταφορά» στα άλλα πλαίσια;

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 28 \\ \hline 136 \\ 340 \\ \hline 476 \end{array}$$

Στο άθροισμα εμφανίζονται οι 34 δεκάδες κάτω από τις 13 δεκάδες του πρώτου αθροίσματος 136.

→ Το γινόμενο $17 \times 8 = 136$

→ Το γινόμενο $17 \times 20 = 340$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 28 \\ \hline 136 \\ 340 \\ \hline 476 \end{array}$$

Ο πολλαπλασιασμός εδώ εμφανίζει αναλυτικά τα αποτελέσματα των επιμέρους πολλαπλασιασμών.

→ Το γινόμενο $17 \times 8 = 136$

→ Το γινόμενο $17 \times 20 = 340$



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΩΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία χωρισμού ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε στήλες, σύμφωνα με ένα δεύτερο αριθμό που καθορίζει το πλήθος των τετραγωνιδίων κάθε στήλης. Το πρόγραμμα «Διαίρεση» μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία χωρισμού ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες –στήλες– με έναν ορισμένο αριθμό τετραγωνιδίων σε κάθε ομάδα. Ακόμη επιτρέπει στους μαθητές να εργαστούν στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» πιο αφηρημένα, αφού έχουν τη δυνατότητα από τον ένα αριθμό να αφαιρούν το δεύτερο όσες φορές μπορούν. Τέλος, η κατάσταση που ερευνούν στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» μπορεί να μεταφερθεί και στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση», όπου θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται ως ένα πλήθος διαδοχικών αφαιρέσεων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

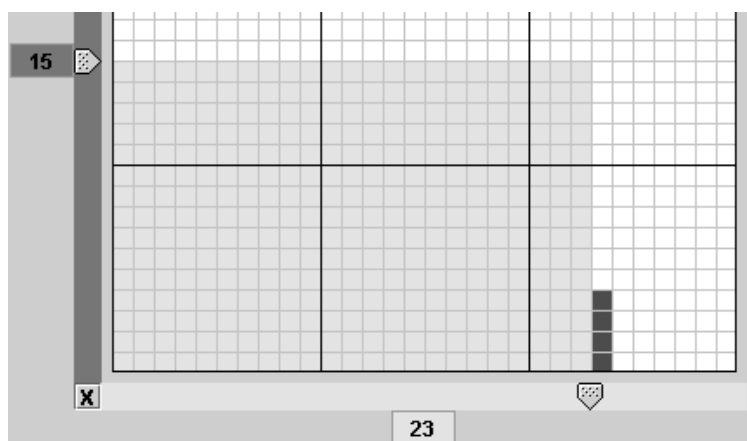
- Να αντιληφθούν τη διαίρεση ως χωρισμό ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες ίσου πλήθους.
- Να αντιληφθούν, επίσης, τη διαίρεση ως μία διαδικασία διαδοχικών αφαιρέσεων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης δύο αριθμών εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

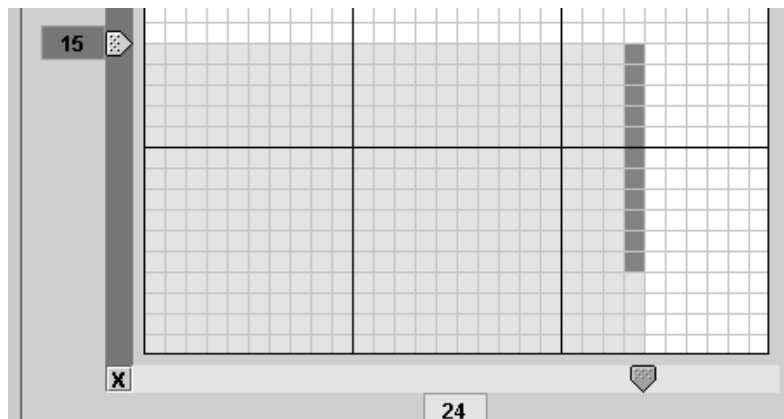
Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν, είτε στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» είτε στο «Διαίρεση με αφαίρεση», το πλήθος των στηλών των τετραγωνιδίων στο οποίο χωρίζονται 349 τετραγωνίδια, όταν σε κάθε στήλη υπάρχουν 15 τετραγωνίδια.

Οι μαθητές πληκτρολογούν τον αριθμό 349 στο πράσινο κουτάκι, επιλέγουν ο μπλε δείκτης να δείχνει 15 και μετακινούν τον κίτρινο δείκτη, έως ότου τα 349 τετραγωνίδια χρωματιστούν κίτρινα. Κάθε φορά που μετακινείται ο κίτρινος δείκτης, μερικές από τις επιλεγμένες στήλες χρωματίζονται κίτρινες, ενώ ταυτόχρονα εμφανίζονται και κόκκινες. Στην περίπτωση των αριθμών 15



και 349 δεν μπορούν να χρωματιστούν με κίτρινο χρώμα όλες οι στήλες. Στο τέλος απομένουν 4 κόκκινα τετραγωνίδια στην 24η στήλη.

Μόλις ο δείκτης στην κίτρινη ταινία μετακινηθεί στην 24η στήλη, τα 4 κόκκινα τετραγωνίδια γίνονται κίτρινα, ενώ τα υπόλοιπα τετραγωνίδια της στήλης εμφανίζονται με γκρι χρώμα. Αυτό σημαίνει ότι για να συμπληρωθεί η 24η στήλη θα πρέπει να επιλεγούν από την αρχή 11 επιπλέον τετραγωνίδια. Με άλλα λόγια, ο αριθμός 349 μπορεί να χωριστεί σε 23 δεκαπεντάδες, όπου θα περισσεύουν 4 τετραγωνίδια.



Ωστόσο, η μεταφορά στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» παρουσιάζει έναν ακόμη τρόπο υπολογισμού του πηλίκου και του υπολοίπου της διαίρεσης $349 : 15$. Οι μαθητές μπορούν να ακολουθήσουν την εξής διαδικασία: Να αφαιρέσουν από τον αριθμό 349 τον αριθμό 15. Από το υπόλοιπο, που θα βρουν, να αφαιρέσουν ξανά τον αριθμό 15. Να συνεχίσουν να αφαιρούν τον αριθμό 15 από το νέο υπόλοιπο, έως ότου εμφανισθεί υπόλοιπο μικρότερο από τον αριθμό 15. Αυτός είναι ο πρώτος αλγόριθμος της διαίρεσης. Το πηλίκο 23 εκφράζει το πλήθος των αφαιρέσεων του 15 από το 349, μέχρι το σημείο της μη περαιτέρω αφαίρεσης. Αυτό θα συμβεί όταν το τελευταίο υπόλοιπο είναι 4, δηλαδή μικρότερο του 15.

Διαίρεση ορθογώνιου

23

Μεταφορά Έλεγχος

Διαίρεση με αφαίρεση

Επόμενη αφαίρεση Καθαρισμός

349 - 15

259 - 15 = 244
 244 - 15 = 229
 229 - 15 = 214
 214 - 15 = 199
 199 - 15 = 184
 184 - 15 = 169
 169 - 15 = 154
 154 - 15 = 139
 139 - 15 = 124
 124 - 15 = 109
 109 - 15 = 94
 94 - 15 = 79
 79 - 15 = 64
 64 - 15 = 49
 49 - 15 = 34
 34 - 15 = 19
 19 - 15 = 4

= 4

Πλήθος αφαιρέσεων 23

Μεταφορά Έλεγχος

Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τα ερωτήματα προσδιορισμού του πηλίκου και του υπολοίπου μιας νέας διαίρεσης, επαναλαμβάνοντας τον αρχικό τρόπο ή ζητώντας από τους μαθητές να δράσουν κατευθείαν στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» και κατόπιν να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο». Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα εξής:

- Το υπόλοιπο είναι πάντοτε μικρότερο από το πλήθος των τετραγωνιδίων που υπάρχουν σε κάθε στήλη.
- Για κάθε διαίρεση δίνονται δύο αριθμοί –ο διαιρετέος και ο διαιρέτης– και απαιτείται να προσδιοριστούν δύο άλλοι αριθμοί – το πηλίκο και το υπόλοιπο.

Το λογισμικό «Διαίρεση» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για τον υπολογισμό του υπολοίπου μιας διαίρεσης, επιλέγοντας και συνδέοντας κάθε φορά το πλήθος των στηλών με το υπόλοιπο των διαδοχικών αφαιρέσεων –κατά τη μεταφορά από το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση»-, και κατόπιν να επιβεβαιώνουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό του ηηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τις διαδοχικές αφαιρέσεις, με τις οποίες υπολογίζουν το ηηλικό και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης, ως χωρισμό ενός αριθμού τετραγωνιδίων σε ομάδες με πλήθος όσο δηλώνει ο διαιρέτης.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον υπολογισμό του ηηλικού και του υπολοίπου της διαίρεσης δύο αριθμών, χωρίζοντάς τους σε ομάδες ίσου πλήθους και κάνοντας διαδοχικές αφαιρέσεις.

ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΩΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Σε πόσες στήλες πρέπει να χωρίσετε 349 τετραγωνίδια του παρακάτω πλέγματος, ώστε κάθε στήλη να περιέχει 15 τετραγωνίδια;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου»;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση»;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΩΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να καθορίσετε το μέγεθος του πλέγματος επιλέγοντας το γράμμα X που βρίσκεται στο κάτω αριστερό άκρο του πλέγματος. Το λογισμικό «Διαίρεση» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αριθμούς που δεν υπερβαίνουν το $90 \times 90 = 8.100$. Μπορείτε να πληκτρολογήσετε αριθμούς σε όλα τα κουτάκια, εκτός από αυτά που καθορίζονται από τους δύο δείκτες. Το κουμπί «Έλεγχος» σας επιτρέπει να ελέγξετε αν έχετε κάνει σωστά την επιλογή σας. Δηλαδή αν έχετε πληκτρολογήσει τους κατάλληλους αριθμούς στα διάφορα κουτάκια και αν είναι σωστοί οι υπολογισμοί σας.

Η επιλογή σας δεν θα είναι σωστή αν:

1. Στο πλαίσιο «Η διαίρεση ως αφαίρεση» δεν έχετε εξαντλήσει όλες τις δυνατές αφαιρέσεις που μπορούν να γίνουν.
2. Στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» δεν είναι σωστή η ισότητα ή αν το υπόλοιπο δεν είναι μικρότερο του διαιρέτη.
3. Στο πλαίσιο «Διαίρεση» δεν έχετε κάνει σωστά τη διαίρεση ή αν το υπόλοιπο δεν είναι μικρότερο του διαιρέτη.

Στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» επιλέξτε «Μεταφορά». Τι παρατηρείτε;

Μπορείτε να περιγράψετε με λόγια τι παριστάνουν οι διαδοχικές αφαιρέσεις;

Πώς εργαζόμαστε στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση»:

Στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» πληκτρολογήστε τους αριθμούς 15 και 349 στο μπλε και το πράσινο τετραγωνίδιο αντίστοιχα. Επιλέξτε το κουμπί «Επόμενη αφαίρεση» και επαναλάβετε την επιλογή σας, έως ότου το υπόλοιπο που θα μείνει να είναι μικρότερο του 15.

Πόσες αφαιρέσεις έγιναν; Τι υπόλοιπο έμεινε; Τι θα συμβεί αν κάνετε μεταφορά της κατάστασης στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο»;

Παρατηρήστε το στιγμιότυπο της επόμενης εικόνας.

Η μεταφορά στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο»

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού έρχονται σε επαφή με την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης. Αρχικά καλούνται να υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $649 : 13$ στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου». Κατόπιν θα πρέπει να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» και να ερμηνεύσουν την κατάσταση που εμφανίζεται εκεί. Με τον τρόπο αυτό κατανοούν ότι οι τέσσερις αριθμοί, οι οποίοι χαρακτηρίζουν μία διαίρεση, επαληθεύουν και την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης, η οποία είναι σωστή όταν το υπόλοιπο είναι μικρότερο από το διαιρέτη. Επιπλέον μπορούν να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση», όπου θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται ως ένα πλήθος διαδοχικών αφαιρέσεων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τη διαίρεση ως χωρισμό ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες ίσου πλήθους.
- Να αντιληφθούν, επίσης, τη διαίρεση ως μία ισότητα του τύπου $\Delta = \delta \times \Pi + \upsilon$.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της διαίρεσης δύο αριθμών και της ισότητας της διαίρεσης εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης και στη συνέχεια να ερμηνεύσουν την κατάσταση αυτή ως ισότητα της διαίρεσης.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον υπολογισμό του πλήθους των στηλών, οι οποίες ορίζονται από τη διαίρεση $649 : 13$, καθώς και του υπολοίπου που θα προκύψει. Στη συνέχεια μεταφέρουν την κατάσταση αυτή στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» και προσπαθούν να εξηγήσουν γιατί είναι σωστή αυτή η ισότητα. Ωστόσο, τη συγκεκριμένη κατάσταση μπορούν να τη μεταφέρουν στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση», όπου θα ερμηνεύσουν την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης. Αυτό σημαίνει ότι αν οι μαθητές επιχειρήσουν να υπολογίσουν το πλήθος των επιλεγμένων τετραγωνιδίων στο πλαίσιο αυτό, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουν το πλήθος των αφαιρέσεων με τον αφαιρετέο (διαιρέτη) και στο αποτέλεσμα να προσθέσουν το υπόλοιπο.

Προκύπτει, λοιπόν, ότι το πλήθος των διαδοχικών αφαιρέσεων του 13 από το αρχικό 649 και από τους επόμενους αριθμούς είναι 49, ενώ υπάρχει και ένα υπόλοιπο 12. Η ισότητα έχει ως εξής: $13 \times 49 + 12 = 649$.

Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τα ερωτήματα θέτοντας και άλλες διαιρέσεις και ζητώντας από τους μαθητές να βρουν την ισότητα της διαίρεσης. Από τη μεριά τους οι μαθητές, αφού υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης, θα πρέπει να διατυπώσουν την ισότητα της διαίρεσης. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα εξής:

- Το υπόλοιπο είναι πάντοτε μικρότερο από το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων κάθε στήλης.
- Για κάθε διαίρεση δίνονται δύο αριθμοί –ο διαιρετέος και ο διαιρέτης– και απαιτείται να προσδιοριστούν δύο άλλοι αριθμοί – το πηλίκο και το υπόλοιπο.

Το λογισμικό «Διαίρεση» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για τον υπολογισμό του υπολοίπου μιας διαίρεσης, επιλέγοντας και συνδέοντας κάθε φορά το πλήθος των στηλών με το υπόλοιπο των διαδοχικών αφαιρέσεων –κατά τη μεταφορά από το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης»–, και κατόπιν να επιβεβαιώνουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τις διαδοχικές αφαιρέσεις, με τις οποίες υπολογίζουν το πηλίκο και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης, με το χωρισμό ενός αριθμού τετραγωνιδίων σε ομάδες με πλήθος όσο δηλώνει ο διαιρέτης. Ακόμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τις πράξεις που πρέπει να γίνουν μεταξύ διαιρέτη, πηλίκου και υπολοίπου, προκειμένου να προσδιοριστεί ο διαιρετέος στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης», με τον τρόπο υπολογισμού των χρωματισμένων τετραγωνιδίων ή με τη συνοπτική περιγραφή της πράξης της αφαίρεσης, αν στο υπόλοιπο προστεθεί ο διαιρέτης τόσες φορές όσες αφαιρέθηκε στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση».

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης – δηλαδή τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου δύο αριθμών, οι οποίοι είναι μέλη μιας ισότητας και όπου το υπόλοιπο θα πρέπει να είναι μικρότερο του διαιρέτη. Η αξία αυτής της άποψης μπορεί να γίνει αντιληπτή κατά το συσχετισμό του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης ως αντίστροφες πράξεις.

Η ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιο είναι το πηλίκο και ποιο το υπόλοιπο στη διαίρεση $649 : 13$;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου»;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης»;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

Η ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Αφού βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου», επιλέξτε το πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» και κατόπιν πατήστε «Μεταφορά».

Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να περιγράψετε με λόγια τι παριστάνει η ισότητα;

Η μεταφορά στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» δηλώνει ποιος είναι ο διαιρετέος, ο διαιρέτης, το πηλίκο και το υπόλοιπο.

Δείτε την παρακάτω εικόνα.

Είναι σωστή η ισότητα; Πολλαπλασιάστε το διαιρέτη με το πηλίκο και προσθέστε το υπόλοιπο. Είναι το αποτέλεσμα ίσο με το διαιρετέο;

Ισότητα της διαίρεσης

Διαιρετέος	=	Διαιρέτης	Χ	Πηλίκο	+	Υπόλοιπο
649	=	13	Χ	49	+	12
<div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px;">Μεταφορά Έλεγχος Πίνακας</div>						

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να κάνουν τη διαίρεση $418 : 32$ στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο», να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Διαίρεση» και να ερμηνεύσουν την κατάσταση που εμφανίζεται εκεί. Με τον τρόπο αυτό κατανοούν ότι οι τέσσερις αριθμοί, που χαρακτηρίζουν μία διαίρεση, διατάσσονται με έναν ορισμένο τρόπο στο πλαίσιο «Διαίρεση», η οποία είναι σωστή όταν επαληθεύεται η ισότητα της διαίρεσης. Επιπλέον, μπορούν να μεταφέρουν την κατάσταση στα πλαίσια «Διαίρεση με αφαίρεση» και «Ισότητα της διαίρεσης», όπου θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται ως ένα πλήθος διαδοχικών αφαιρέσεων ή ως μία ισότητα, την οποία εύκολα μπορούν να επαληθεύσουν.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τη διαίρεση ως χωρισμό ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες ίσου πλήθους.
- Να αντιληφθούν, επίσης, τη διαίρεση ως διαδικασία συμπλήρωσης του σχήματος της κάθετης διαίρεσης, όπου το πηλίκο και το υπόλοιπο θα επαληθεύουν την ισότητα: $\Delta = \delta \times \Pi + \upsilon$.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης δύο αριθμών εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $418 : 32$ και στη συνέχεια, επιλέγοντας «Μεταφορά» στο πλαίσιο «Διαίρεση», να ερμηνεύσουν την κατάσταση που δημιουργείται.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου της διαίρεσης $418 : 32$ μέσω του πλήθους των στηλών που ορίζονται, καθώς και των τετραγωνιδίων που μένουν ως υπόλοιπο, όταν σε κάθε στήλη υπάρχει ένα ορισμένο πλήθος τετραγωνιδίων. Στη συνέχεια μεταφέρουν την κατάσταση αυτή στο πλαίσιο «Διαίρεση» και ερμηνεύουν τη διάταξη των τεσσάρων αριθμών. Η διάταξη αυτή, που είναι χρήσιμη στον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης, στην πραγματικότητα αποτελεί μία άλλη διάταξη της ισότητας της Ευκλείδειας διαίρεσης. Η διαδικασία αυτή μπορεί να ερμηνευτεί στο πρόγραμμα, αν οι μαθητές μεταφέρουν σε ένα από τα άλλα πλαίσια την κατάσταση που δημιουργείται. Δηλαδή:

The screenshot shows a software interface for teaching division. It is divided into several sections:

- Διαίρεση ορθογωνίου (Rectangular Division):** A grid where 418 is divided by 32. The quotient 13 is shown, and the remainder 2 is indicated.
- Διαίρεση με αφαίρεση (Division by Subtraction):** Shows the subtraction steps: 418 - 32 = 386, 386 - 32 = 354, 354 - 32 = 322, 322 - 32 = 290, 290 - 32 = 258, 258 - 32 = 226, 226 - 32 = 194, 194 - 32 = 162, 162 - 32 = 130, 130 - 32 = 98, 98 - 32 = 66, 66 - 32 = 34, 34 - 32 = 2. The quotient 10 and 3 are shown, leading to a total quotient of 13 and a remainder of 2.
- Ισότητα της διαίρεσης (Equality of Division):** Shows the equation: Διαιρετέος = Διαιρέτης x Πηλίκo + Υπόλοιπο. In this case, 418 = 32 x 13 + 2.
- Διαίρεση (Division):** A simplified representation of the division: 418 ÷ 32 = 13 R 2.

Στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου» χρωματίζονται 418 τετραγωνίδια, χωρισμένα σε 32δες. Από αυτές, οι δεκατρείς 32δες είναι χρωματισμένες με κίτρινο χρώμα, ενώ τα 2 τετραγωνίδια που περισσεύουν έχουν κόκκινο χρώμα. Στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» έχουμε δεκατρείς διαδοχικές αφαιρέσεις του 32 και υπόλοιπο 2 μονάδες.

Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να κάνουν και άλλες διαιρέσεις και να ερμηνεύσουν τη διαδικασία και το αποτέλεσμα της στα διάφορα πλαίσια. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα εξής:

- Το υπόλοιπο είναι πάντοτε μικρότερο από το πλήθος των τετραγωνιδίων των στηλών.
- Για κάθε διαίρεση δίνονται δύο αριθμοί –ο διαιρετέος και ο διαιρέτης– και απαιτείται να προσδιοριστούν δύο άλλοι αριθμοί – το πηλίκo και το υπόλοιπο.

Το λογισμικό «Διαίρεση» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για τον υπολογισμό του υπολοίπου μιας διαίρεσης, επιλέγοντας και συνδέοντας κάθε φορά το πλήθος των στηλών με την ισότητα της διαίρεσης –κατά τη μεταφορά από το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» στο πλαίσιο «Διαίρεση»–, και κατόπιν να επιβεβαιώνουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τη διαδικασία της διαίρεσης με τον παραδοσιακό τρόπο ως διαίρεση ενός πλήθους σε ομάδες, των οποίων το πλήθος ισούται με το διαιρέτη, ενώ το υπόλοιπο θα πρέπει απαραίτητως να είναι μικρότερο του διαιρέτη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον παραδοσιακό αλγόριθμο της διαίρεσης μέσω των αναπαραστάσεων της διαδικασίας αυτής στα υπόλοιπα πλαίσια του προγράμματος. Έτσι, ανεξάρτητα από τον αλγόριθμο, ο υπολογισμός του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης αποτελεί μία διαδικασία εύρεσης δύο αριθμών, οι οποίοι είναι μέλη μιας ισότητας και όπου το υπόλοιπο θα πρέπει να είναι μικρότερο του διαιρέτη. Η αξία αυτής της άποψης μπορεί να γίνει αντιληπτή κατά το συσχετισμό του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης ως αντίστροφες πράξεις.

Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιο είναι το πηλίκο και ποιο το υπόλοιπο στη διαίρεση $418 : 32$;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση»;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης»;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στο πλαίσιο «Διαίρεση» επιλέξτε «Μεταφορά».

Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να περιγράψετε με λόγια τι παριστάνουν οι τέσσερις αριθμοί;

Δείτε την παρακάτω εικόνα.

Διαίρεση ορθογωνίου

418

32
13

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας

Διαίρεση με αφαίρεση

Επόμενη αφαίρεση
Καθαρισμός

0 - 0

= 0
Πλήθος αφαιρέσεων 0

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας

Ισότητα της διαίρεσης

Διαιρέτέος 0
=
Διαιρέτης 0
×
Πηλίκο 0
+
Υπόλοιπο 0

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας

Διαίρεση

418
32

2
13

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΧΡΩΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία υλοποίησης ενός περιδέριου, στο οποίο έχουν τη δυνατότητα να επιλέξουν από πόσες χάντρες θα αποτελείται. Μπορούν, επίσης, να προσδιορίσουν μια ομάδα διατεταγμένων χρωμάτων, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για το χρωματισμό του περιδέριου. Πρώτα, όμως, θα πρέπει να προσδιορίσουν το χρώμα της τελευταίας χάντρας. Ο χρωματισμός γίνεται με συγκεκριμένο τρόπο: Η σειρά των χρωμάτων, που έχει επιλεγεί, επαναλαμβάνεται μέχρι να χρωματισθούν όλες οι χάντρες. Στη διαδικασία αυτή οι μαθητές θα πρέπει να εμπλέξουν τη διαίρεση του πλήθους των χαντρών με το πλήθος των χρωμάτων που θέλουν να χρησιμοποιήσουν, ώστε με την πληροφορία του υπολοίπου της διαίρεσης να σκεφτούν το χρώμα με το οποίο πρέπει να χρωματίσουν την τελευταία χάντρα. Το λογισμικό «Περιδέριο» τους δίνει τη δυνατότητα να ελέγξουν τόσο την απάντησή τους όσο και τις γνώσεις τους πάνω στη διαίρεση.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν το ρόλο που έχει το υπόλοιπο στη διαίρεση ενός αριθμού με το 8.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» και τη σχέση «σύστημα», καθώς και οι δύο εμπλέκονται στα χαρακτηριστικά των αριθμών που διαιρούνται με το 8.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

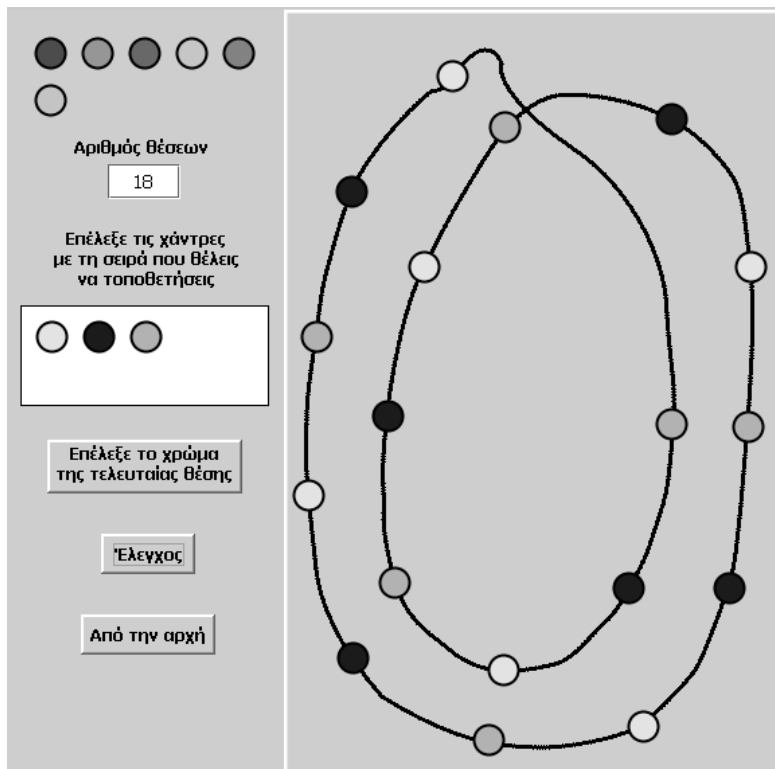
Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πειραματιστούν με το πλήθος των θέσεων στο περιδέριο και να μαντέψουν το χρώμα που θα έχουν οι χάντρες στις διάφορες θέσεις.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον τρόπο διάταξης των οκτώ διαφορετικών χρωμάτων, ώστε η τελευταία από τις 78 χάντρες να έχει χρώμα κίτρινο. Θα πρέπει, λοιπόν, να χωρίσουν το πλήθος των 78 χαντρών σε οκτάδες και να βρουν το υπόλοιπο. Με τον τρόπο αυτό θα μάθουν το χρώμα της τελευταίας χάντρας. Ωστόσο, πριν εμπλακούν στη δραστηριότητα αυτή, οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε απλούστερα ερωτήματα, όπως:

- Σε ένα περιδέριο αποτελούμενο από 18 χάντρες τριών διαφορετικών χρωμάτων, με σειρά: κίτρινο - μπλε - γαλάζιο, τι χρώμα έχει η τελευταία χάντρα;
- Για να σχηματίσουμε ένα περιδέριο με 78 χάντρες επιλέξαμε με τη σειρά τα εξής χρώματα: κόκκινο - μπλε - γκρι - κίτρινο - μοβ - γαλάζιο - καφέ - πράσινο.
 - ο Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στη 15η θέση;
 - ο Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στην 24η θέση;
 - ο Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στην 39η θέση;
 - ο Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στην 40η θέση;

Ως προς το πρώτο ερώτημα, ο εκπαιδευτικός με τις κατάλληλες παρατηρήσεις του επικεντρώνει την προσοχή των μαθητών στο υπόλοιπο που προκύπτει από τη διαίρεση του αριθμού της θέσης (18), την οποία ελέγχουν, με το πλήθος των χρωμάτων που επέλεξαν (3). Δηλαδή το υπόλοιπο στη διαίρεση $18 : 3$ είναι 0, που σημαίνει ότι η τελευταία χάντρα του περιδέριου θα έχει το ίδιο χρώμα με το τελευταίο της ομάδας των διατεταγμένων χρωμάτων, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για το χρωματισμό του περιδέριου, δηλαδή το γαλάζιο.

Ως προς το δεύτερο ερώτημα, το χρώμα της 15ης θέσης θα εντοπιστεί από το υπόλοιπο της διαίρεσης $15 : 8$, το οποίο είναι 7. Συνεπώς, η 15η χάντρα θα έχει χρώμα καφέ.



Το λογισμικό «Περιδέριου» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα με το πλήθος των θέσεων και να μαντεύουν το χρώμα του τελευταίου ψηφίου.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

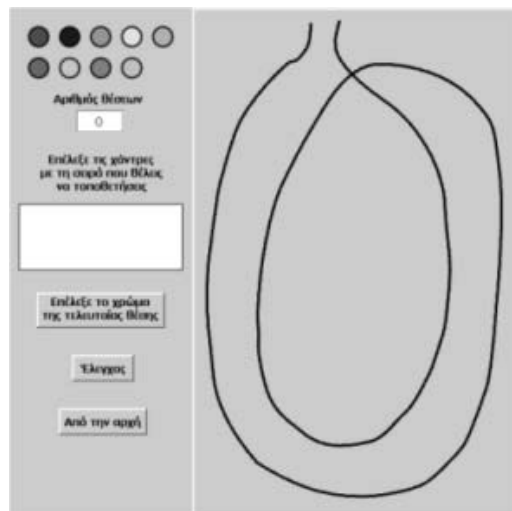
Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη διάταξη ενός πλήθους χαντρών σε οκτάδες και μαντεύουν το χρώμα που θα έχουν κάποιες χάντρες σε ορισμένες θέσεις. Με άλλα λόγια, αναζητούν το υπόλοιπο που προκύπτει από τη διαίρεση του αριθμού της δεδομένης θέσης με το 8. Η εύρεση πολλών τέτοιων αριθμών επιτρέπει στους μαθητές να καταλήγουν σε συμπεράσματα και κανόνες σχετικά με τον προσδιορισμό του χρώματος κάθε θέσης σε ένα περιδέριου, λαμβάνοντας υπόψη το υπόλοιπο της διαίρεσης με το 8. Οι κανόνες αυτοί μπορούν εύκολα να επαληθευτούν και να αποδοθούν ως συμπεράσματα για τους φυσικούς αριθμούς. Για παράδειγμα, αν οι μαθητές καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι με τρία χρώματα στη σειρά, οι χάντρες που έχουν το δεύτερο χρώμα είναι αυτές που κατέχουν τις θέσεις εκείνες που όταν διαιρούνται με το 3 δίνουν υπόλοιπο 2 (δηλαδή οι χάντρες που κατέχουν τις θέσεις 2, 5, 8, κτλ.), θα διαπιστώσουν ότι υπάρχουν πολλοί (άπειροι) αριθμοί που όταν διαιρούνται με το 3 δίνουν υπόλοιπο 2, καθώς και ότι από αυτούς οι διαδοχικοί (αριθμοί) διαφέρουν κατά 3.

ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΧΡΩΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Παιδιά, η Χριστίνα θέλει να φτιάξει ένα περιδέραιο με 78 χάντρες και να το χρωματίσει με ένα σύνολο οκτώ διατεταγμένων χρωμάτων, τα οποία θα επαναλαμβάνονται. Η τελευταία χάντρα στο περιδέραιο επιθυμεί να είναι κίτρινη.

Μπορείτε να τη βοηθήσετε να επιλέξει τα οκτώ αυτά χρώματα και να τα βάλει στην κατάλληλη σειρά;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΧΡΩΜΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Πληκτρολογήστε στο λευκό πλαίσιο με τίτλο «Αριθμός θέσεων» τον αριθμό των χαντρών που θέλετε να έχει το περιδέραιο. Με το ποντίκι σας σύρετε στην ειδική θέση όσες από τις εννέα χρωματιστές χάντρες θέλετε να έχει το περιδέραιο, με τη σειρά που επιθυμείτε να εμφανίζονται. Ωστόσο, για να εμφανιστούν στο περιδέραιο, θα πρέπει να μαντέψετε σωστά το χρώμα που θα έχει η τελευταία χάντρα. Για το λόγο αυτό πατήστε το κουμπί «Επίλεξε το χρώμα της τελευταίας θέσης» και στη συνέχεια επιλέξτε μία από τις ήδη επιλεγμένες χάντρες. Πατήστε το κουμπί «Έλεγχος». Αν έχετε μαντέψει σωστά, θα εμφανιστούν στο περιδέραιο όλες οι χάντρες. Αν όχι, ο υπολογιστής θα εμφανίσει το μήνυμα «Προσπάθησε ξανά».

Για ζέσταμα:

Επιλέξτε τα παρακάτω χρώματα με την ίδια πάντα σειρά: κόκκινο - μπλε - γκρι - κίτρινο - μοβ - γαλάζιο - καφέ - πράσινο.

Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στη 15η θέση;

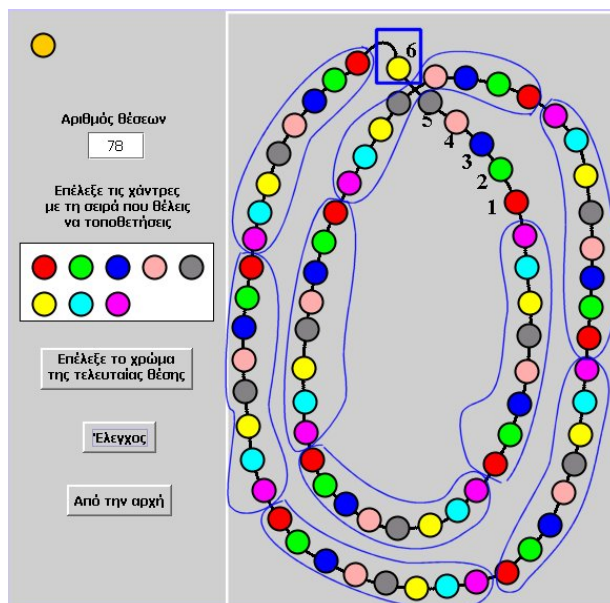
Σκεφτείτε τον τρόπο με τον οποίο διατάσσονται τα οκτώ χρώματα στο περιδέραιο. Για να μαντέψετε σωστά το χρώμα της χάντρας στη 15η θέση, σκεφτείτε τι υπόλοιπο αφήνει ο αριθμός 15 όταν διαιρείται με το 8. Επειδή το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $15 : 8$ είναι 1 και 7 αντίστοιχα, οι 15 χάντρες μπορούν να χωριστούν σε 1 οκτάδα και να περισφύουν 7. Επομένως η 15η χάντρα θα έχει το χρώμα της έβδομης χάντρας.

Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στην 24η θέση;

Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στην 39η θέση;

Μπορείτε να μαντέψετε το χρώμα που θα έχει η χάντρα στην 40η θέση;

Δείτε την παρακάτω εικόνα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΧΑΛΑΣΜΕΝΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να παίξουν στο «Χαλασμένο υπολογιστή» ένα παιχνίδι. Να υπολογίσουν το γινόμενο 34×51 με τη βοήθεια των αριθμών 1, 2, και 4, και των πλήκτρων «+», «x», «=», «C», «(», «)». Η αξία αυτής της δραστηριότητας έγκειται στην ανάλυση ενός αριθμού σε άθροισμα προσθετέων ή σε γινόμενο παραγόντων, οι οποίοι ορίζονται από τα ψηφία 1, 2 και 4, με τη βοήθεια της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού, καθώς και στην εύρεση ενός γινομένου χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερα πλήκτρα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν την αξία των ψηφίων στο σχηματισμό των αριθμών, καθώς και το ρόλο της μονάδας στο αριθμητικό σύστημα.
- Να εκφράσουν κάθε αριθμό χρησιμοποιώντας περιορισμένο αριθμό ψηφίων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι ίδιοι ορίζουν ένα σύστημα μέτρησης και έκφρασης διαφόρων αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές, που θα συμμετέχουν σε αυτό το παιχνίδι, σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός τους ενθαρρύνει να βρουν διάφορους τρόπους έκφρασης των δύο αριθμών και να αναζητήσουν το συντομότερο αυτών.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην έκφραση των αριθμών 34 και 51 με τη βοήθεια των ψηφίων: 1, 2 και 4, καθώς και με τις πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού – δραστηριότητα που μπορούν να αναπτύξουν με πολλούς τρόπους. Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει ένα στιγμιότυπο.

1734				Άσκηση	34x51
7	8	9	:	Αριθμός παιχτών	7
4	5	6	x	1οc	(22+12)x(24x2+2+1)
1	2	3	-	2οc	
0	()	+	3οc	
=	C			4οc	
				5οc	
				6οc	
				7οc	
				Νικητής	Από την αρχή

Το λογισμικό «Χαλασμένος υπολογιστής» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να πειραματίζονται, ενώ με τη συμβολική αναπαράσταση της οριζόντιας έκφρασης των επιλογών τους μπορούν να παρατηρούν τη διαδικασία που εφαρμόζουν και να έχουν μία συνολική εικόνα των πράξεων που ακολούθησαν, προκειμένου να εκφράσουν τον αριθμό.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αξία των ψηφίων. Με τη βοήθεια του «Χαλασμένου υπολογιστή» μπορούν να συνειδητοποιήσουν την αξία ύπαρξης των δέκα ψηφίων και ιδιαίτερα της μονάδας. Ακόμη μαθαίνουν ότι ένας αριθμός μπορεί να εκφραστεί ως αποτέλεσμα πράξεων με αριθμούς, οι οποίοι ορίζονται από συγκεκριμένα ψηφία.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Χαλασμένος υπολογιστής», πληκτρολογώντας στα άκρα του τους αριθμούς που θέλουν.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα για να εκφράσουν τους ίδιους αριθμούς, με τη βοήθεια άλλων ψηφίων ή με περιορισμένο αριθμό πράξεων.

ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΧΑΛΑΣΜΕΝΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ο χαλασμένος υπολογιστής έχει ενεργά τα πλήκτρα: «1», «2» και «4», «+» και «x», «C», «(», «)» και «=».

Μπορείτε να βρείτε το γινόμενο 34×51 με όσο το δυνατόν λιγότερες πράξεις;

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να μεταβληθεί σε παιχνίδι μέχρι και επτά παικτών. Στην επιλογή «Αριθμός παικτών» πληκτρολογήστε τον αριθμό 7. Νικητής είναι εκείνος που θα υπολογίσει το γινόμενο σωστά, με τις λιγότερες δυνατές επιλογές πλήκτρων.

Προσοχή! Πριν ξεκινήσετε το παιχνίδι, πληκτρολογήστε το γινόμενο 34×51 των δύο αριθμών στην ειδική θέση «Άσκηση» και υπολογίστε το αποτέλεσμα τους, ώστε να γνωρίζετε αν αυτό που θα βρείτε είναι σωστό.

				Άσκηση	<input type="text"/>
7	8	9	:	Αριθμός παικτών	0
4	5	6	x		
1	2	3	-		
0	()	+		
=	C				
				Νικητής	Από την αρχή

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΧΑΛΑΣΜΕΝΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Για να απενεργοποιήσετε ένα πλήκτρο, για παράδειγμα το «9», οδηγήστε το δείκτη του ποντικού πάνω σε αυτό και πατήστε δεξιά κλικ. Στον κατάλογο των εντολών που θα εμφανιστεί επιλέξτε «Απενεργοποίηση». Το πλήκτρο αυτό θα αλλάξει χρώμα και δεν θα μπορείτε πλέον να το χρησιμοποιήσετε. Απενεργοποιήστε με τον ίδιο τρόπο όλα τα πλήκτρα που αναφέρονται παραπάνω. Εφαρμόστε τον πολλαπλασιασμό, ώστε να χρειαστείτε όσο το δυνατόν λιγότερα πλήκτρα. Δείτε την παρακάτω εικόνα.

1734				Αριθμός παιχτών	8
7	8	9	:	1ος	$(22+12) \times (24 \times 2 + 2 + 1)$
4	5	6	\times	2ος	
1	2	3	-	3ος	
0	()	+	4ος	
=	C			5ος	
				6ος	
				7ος	
				8ος	
				Νικητής	Από την αρχή

1. Κάθε παίκτης παίζει με τη σειρά του.
2. Μόλις τελειώσει ο πρώτος παίκτης, ξεκινά ο δεύτερος, ο τρίτος κ.ο.κ.
3. Κανένας παίκτης δεν μπορεί να επιστρέψει μετά το τέλος της σειράς του και να διορθώσει ό,τι έκανε.
4. Καλό είναι κάθε παίκτης να εργάζεται χωρίς να λαμβάνει υπόψη του τι έκαναν οι προηγούμενοι παίκτες.
5. Νικητής ανακηρύσσεται μεταξύ των παικτών που βρήκαν το γινόμενο σωστά εκείνος που χρησιμοποίησε το μικρότερο αριθμό κουμπιών.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΚΥΡΙΟΥ ΝΙΚΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να υπολογίσουν με έναν ασυνήθιστο τρόπο το άθροισμα τριών αριθμών: 37, 187 και 32. Θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν μόνο τα ψηφία 5 και 6. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να εμπλακούν σε μία διαδικασία έκφρασης των αριθμών αυτών με τη βοήθεια των δύο παραπάνω ψηφίων και των τεσσάρων πράξεων.

Ο «Χαλασμένος υπολογιστής» επιτρέπει στους μαθητές να προσομοιώνουν αυτή την κατάσταση και να πειραματίζονται πάνω στην εύρεση της ζητούμενης έκφρασης των τριών αριθμών. Η αξία αυτής της δραστηριότητας έγκειται στην ανάλυση ενός αριθμού σε μέρη, τα οποία ορίζονται από τα ψηφία 5 και 6, αλλά και στην ανασύνθεσή τους για το σχηματισμό των ζητούμενων αριθμών.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν την αξία των ψηφίων στο σχηματισμό των αριθμών, καθώς και το ρόλο της μονάδας στο αριθμητικό σύστημα.
- Να εκφράσουν κάθε αριθμό χρησιμοποιώντας περιορισμένο αριθμό ψηφίων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι ίδιοι ορίζουν ένα σύστημα μέτρησης και έκφρασης διαφόρων αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε τέσσερις φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν τα ψηφία 5 και 6, καθώς και τις τέσσερις πράξεις, για να εκφράσουν τον αριθμό 37. Στη δεύτερη να εκφράσουν τον αριθμό 187, στην τρίτη τον αριθμό 32, ενώ στην τέταρτη σχηματίζουν το άθροισμα των τριών αυτών αριθμών.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην έκφραση του αριθμού 37 με τη βοήθεια των ψηφίων 5 και 6 και των τεσσάρων πράξεων – δραστηριότητα που μπορούν να αναπτύξουν με πολλούς τρόπους. Για παράδειγμα: $6 \times 6 + 6 - 5$, $56 - (6 + 6 + 6 + 6 - 5)$.

Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές να εκφράσουν τους δύο αριθμούς με διάφορους τρόπους, αλλά και να αναζητήσουν το συντομότερο αυτών. Το λογισμικό «Χαλασμένος υπολογιστής» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να πειραματίζονται, ενώ με τη συμβολική αναπαράσταση της οριζόντιας έκφρασης των επιλογών τους μπορούν να παρατηρούν τη διαδικασία που εφαρμόζουν και να έχουν μία συνολική εικόνα των πράξεων που ακολούθησαν, προκειμένου να εκφράσουν τον αριθμό.

Φάση 2: Οι μαθητές αναζητούν την έκφραση του αριθμού 187 με τη βοήθεια των ψηφίων 5 και 6. Ένας καλός τρόπος για να εργαστούν είναι να χρησιμοποιήσουν τα ψηφία 5 και 6, ώστε να σχηματίσουν έναν αριθμό που να βρίσκεται κοντά στον αριθμό

187 και στη συνέχεια να προσπαθήσουν, αν μπορούν, εφαρμόζοντας τις κατάλληλες πράξεις με τα ψηφία που επιτρέπονται, να φθάσουν στον αριθμό 187. Για παράδειγμα, το 187 μπορεί να εκφραστεί ως εξής: $65 + 65 + 65 - (6 + 6 + 6 - 5 - 5)$. Ωστόσο, δεν είναι καθόλου σίγουρο ότι πάντα μπορούμε να σχηματίσουμε έναν τυχαίο αριθμό με τη βοήθεια κάποιων επιλεγμένων ψηφίων.

Φάση 3: Οι μαθητές αναζητούν την έκφραση του αριθμού 32 με τη βοήθεια των ψηφίων 5 και 6.

Φάση 4: Τέλος, συνθέτουν τις τρεις εκφράσεις και σχηματίζουν το ζητούμενο άθροισμα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αξία των ψηφίων. Με τη βοήθεια του «Χαλασμένου υπολογιστή» μπορούν να συνειδητοποιήσουν την αξία ύπαρξης των δέκα ψηφίων και ιδιαίτερα της μονάδας. Έτσι, αν με κάποια επιτρεπόμενη πράξη μεταξύ των επιτρεπόμενων ψηφίων μπορούν να δημιουργήσουν τη μονάδα, θα μπορούν να τη χρησιμοποιήσουν για να εκφράσουν το τελικό αποτέλεσμα.

1.5. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα για να εκφράσουν τους ίδιους αριθμούς, με τη βοήθεια άλλων ψηφίων ή με περιορισμένο αριθμό πράξεων.

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΚΥΡΙΟΥ ΝΙΚΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Ο κύριος Νίκος σκοπεύει να αγοράσει από τα καταστήματα της γειτονιάς του ένα ζευγάρι παπούτσια που στοιχίζουν 37 ευρώ, ένα κοστούμι που στοιχίζει 187 ευρώ και ένα πουκάμισο που στοιχίζει 32 ευρώ. Με το κομπιουτεράκι του θέλει να υπολογίσει πόσα χρήματα θα πληρώσει.

Το κομπιουτεράκι όμως είναι χαλασμένο. Δηλαδή, δε λειτουργούν όλα τα πλήκτρα του. Για την ακρίβεια λειτουργούν τα πλήκτρα: «5» και «6», «+», «-», «x» και «:», «C», «(», «)» και «=».

Μπορείτε εσείς να τον βοηθήσετε να κάνει σωστά την πρόσθεση των τριών αριθμών: 32, 37, 187 με το χαλασμένο υπολογιστή του;

				Άσκηση	<input type="text"/>
7	8	9	:	Αριθμός παιχτών	0
4	5	6	x		
1	2	3	-		
0	()	+		
=	C				
				Νικητής	Από την αρχή

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΚΥΡΙΟΥ ΝΙΚΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να μετατρέψετε το κομπιουτεράκι σας, όπως αυτό του κυρίου Νίκου, απενεργοποιήστε όλα τα πλήκτρα των ψηφίων, εκτός των 5 και 6. Στη θέση «Αριθμός παικτών» πληκτρολογήστε 4 και ενεργοποιήστε το κουμπί «1ος» για να σχηματίσετε τον πρώτο αριθμό. Έτσι θα μπορείτε να βλέπετε το αποτέλεσμα των πλήκτρων που πατάτε στο δεξί μέρος του υπολογιστή σας. Για να βρείτε το σωστό άθροισμα πρέπει πρώτα να σχηματίσετε καθέναν από τους τρεις αριθμούς ως αποτέλεσμα πράξεων που σχηματίζονται από τα ψηφία 5 και 6. Πληκτρολογήστε το άθροισμα των τριών αριθμών στον ειδικό χώρο «Άσκηση». Συνεργαστείτε μεταξύ σας και στη θέση «Αριθμός παικτών» δηλώστε 3. Έτσι στη θέση του 1ου παίκτη θα σχηματίσετε τον αριθμό 37, στη θέση του 2ου το 187 και στη θέση του 3ου το 32.

Απενεργοποίηση πλήκτρων

Για να απενεργοποιήσετε κάποιο πλήκτρο που είναι χαλασμένο στο κομπιουτεράκι οδηγήστε το δείκτη του ποντικιού πάνω στο αντίστοιχο πλήκτρο και κάντε δεξί κλικ. Στον κατάλογο των εντολών, που εμφανίζεται, επιλέξτε «Απενεργοποίηση». Το απενεργοποιημένο πλήκτρο έχει αλλάξει χρώμα και από μπλε έγινε γκρι. Συνεχίστε με την απενεργοποίηση όσων πλήκτρων δεν χρειάζεστε.

Για τον αριθμό 37 δείτε την παρακάτω εικόνα:

37				Αριθμός παικτών		3
7	8	9	:	1ος	56-(6+6+6+6-5)	
4	5	6	x	2ος		
1	2	3	-	3ος		
0	()	+			
=	C					
				Νικητής		Από την αρχή

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε με διάφορους τρόπους τα ψηφία 5 και 6, για να σχηματίσετε τους τρεις αριθμούς και το άθροισμά τους. Στην παρακάτω εικόνα δίνεται μία περίπτωση.

202				Αριθμός παικτών		4
7	8	9	:	1ος	56-(6+6+6+6-5)	
4	5	6	x	2ος	65+65+65-(6+6-5+6-5)	
1	2	3	-	3ος	56-(6+6+6+6)	
0	()	+	4ος	-5)+65+65+65-(6+6+6-5-5)+56-(6+6+6+6)	
=	C					
				Νικητής		Από την αρχή

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΑ ΤΕΣΣΑΡΙΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού συναντώνται με το γνωστό πρόβλημα σχηματισμού φυσικών αριθμών, χρησιμοποιώντας τέσσερις φορές τον αριθμό 4. (Το πρόβλημα έχει προσαρμοστεί στην ηλικία και την τάξη των μαθητών στους οποίους απευθύνεται.) Συγκεκριμένα, καλούνται να σχηματίσουν φυσικούς αριθμούς χρησιμοποιώντας τις τέσσερις πράξεις και το ψηφίο 4 όσο το δυνατόν λιγότερο. Επίσης θα πρέπει να πειραματιστούν πάνω στην έκφραση διαφόρων φυσικών αριθμών, χρησιμοποιώντας τις τέσσερις πράξεις και το ψηφίο 4 τέσσερις μόνο φορές. Με τον τρόπο αυτό μαθαίνουν να αντιμετωπίζουν μικρά ή μεγάλα προβλήματα έκφρασης αριθμών, εφαρμόζοντας κατάλληλα τις τέσσερις πράξεις.

Ο «Χαλασμένος υπολογιστής» επιτρέπει στους μαθητές να προσομοιώνουν αυτή την κατάσταση και να πειραματίζονται πάνω στην εύρεση της ζητούμενης έκφρασης των αριθμών. Η αξία αυτής της δραστηριότητας έγκειται στην επίλυση διαφόρων προβλημάτων και στην ανάπτυξη ικανοτήτων ανάλυσης ενός προβλήματος σε επιμέρους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναλύσουν έναν αριθμό ως αποτέλεσμα πράξεων μεταξύ του ψηφίου 4 και των αριθμών που σχηματίζονται από αυτόν.
- Να εκφράσουν κάθε αριθμό χρησιμοποιώντας περιορισμένο αριθμό ψηφίων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι ίδιοι ορίζουν ένα σύστημα μέτρησης και έκφρασης των διαφόρων αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν το ψηφίο 4 και τις τέσσερις πράξεις όσο το δυνατόν λιγότερο, για να εκφράσουν διάφορους φυσικούς αριθμούς. Στη δεύτερη θα πρέπει να εκφράσουν όσο το δυνατόν περισσότερους φυσικούς αριθμούς με συγκεκριμένο, όμως, αριθμό εφαρμογών (τέσσερις φορές) του ψηφίου 4 και των τεσσάρων πράξεων.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην έκφραση φυσικών αριθμών χρησιμοποιώντας μόνο το ψηφίο 4 και τις τέσσερις πράξεις – δραστηριότητα που μπορούν να αναπτύξουν με πολλούς τρόπους. Για παράδειγμα:

$$4 : 4 = 1$$

$$4 : 4 + 4 : 4 = 2$$

$$4 - (4 : 4) = 3 \text{ κτλ.}$$

Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές να εκφράσουν τους δύο αριθμούς με διάφορους τρόπους, αλλά και να αναζητήσουν το συντομότερο αυτών. Το λογισμικό

«Χαλασμένος υπολογιστής» τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματίζονται, ενώ με τη συμβολική αναπαράσταση των επιλογών τους μπορούν να παρατηρούν τη διαδικασία που εφαρμόζουν και να έχουν μία συνολική εικόνα των πράξεων που ακολούθησαν, προκειμένου να εκφράσουν τον αριθμό. Με το πλήκτρο «C» μπορούν να διορθώνουν τις επιλογές τους.

Φάση 2: Οι μαθητές αναζητούν την έκφραση όσο το δυνατόν περισσότερων φυσικών αριθμών, χρησιμοποιώντας τέσσερις φορές το ψηφίο 4 και τις τέσσερις πράξεις. Ωστόσο, δεν πρόκειται για δραστηριότητα που μπορεί να αναπτυχθεί για όλους τους αριθμούς – το ζητούμενο σε αυτή την περίπτωση είναι ο πειραματισμός και η αναζήτηση. Παραδείγματα: Ο αριθμός 1 μπορεί να γραφεί ως $(4 : 4) + (4 - 4)$, ενώ ο αριθμός 2 ως $(4 : 4) + (4 : 4)$. Αντίθετα ο αριθμός 3 δεν είναι δυνατό να εκφραστεί χρησιμοποιώντας το ψηφίο 4 τέσσερις φορές και τις τέσσερις πράξεις. Σε ανάλογες περιπτώσεις απαιτείται εξαρχής συγκεκριμένος προσδιορισμός της διδακτικής διαδικασίας η οποία θα εφαρμοστεί στο δεύτερο ερώτημα και θα σχετίζεται με την τάξη στην οποία θα εισαχθεί.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αξία του ψηφίου 4 ως βάση έκφρασης φυσικών αριθμών, λύνοντας μικρά ή μεγάλα προβλήματα. Με τη βοήθεια του «Χαλασμένου υπολογιστή» μπορούν να συνειδητοποιήσουν την αξία ύπαρξης των δέκα ψηφίων και ιδιαίτερα της μονάδας.

1.5. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα για να εκφράσουν διάφορους φυσικούς αριθμούς, με τη βοήθεια άλλων ψηφίων ή με περιορισμένο αριθμό πράξεων.

ΤΑ ΤΕΣΣΑΡΙΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ο χαλασμένος υπολογιστής έχει ενεργά τα πλήκτρα: «4», «+», «-», «x», «:», «(», «)», «C» και «=».

Πόσους από τους αριθμούς: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 μπορείτε να σχηματίσετε χρησιμοποιώντας τα παραπάνω πλήκτρα;

Σχηματίστε τους αριθμούς που βρήκατε στην προηγούμενη ερώτηση, χρησιμοποιώντας τα παραπάνω πλήκτρα όσο το δυνατόν λιγότερο.

Πόσους αριθμούς μπορείτε να σχηματίσετε χρησιμοποιώντας τέσσερις φορές τον αριθμό 4 σε κάθε περίπτωση;

				Άσκηση	<input type="text"/>
7	8	9	:	Αριθμός παιχτών	0
4	5	6	x		
1	2	3	-		
0	()	+		
=	C				
				Νικητής	Από την αρχή

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΑ ΤΕΣΣΑΡΙΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να σχηματίσετε τον αριθμό 1 μπορείτε να χρησιμοποιήσετε δύο φορές το 4, σύμφωνα με τη σχέση $4 : 4 = 1$. Εργαστείτε ανάλογα για το σχηματισμό και των υπόλοιπων αριθμών. Επιλέξτε το μέγιστο αριθμό παικτών (8), ώστε να έχετε και τα ανάλογα πεδία (δηλαδή 8), και σχηματίστε τους αριθμούς που θέλετε. Για τον αριθμό 2 μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα εξής πλήκτρα: $4 : 4 + 4 : 4$.

Η παρακάτω εικόνα δείχνει μερικά στιγμιότυπα.

5				Αριθμός παικτών	8
7	8	9	:	1ος	4:4
4	5	6	x	2ος	4:4+4:4
1	2	3	-	3ος	4-(4:4)
0	()	+	4ος	4
=	C			5ος	4+(4:4)
				6ος	
				7ος	
				8ος	
				Νικητής	Από την αρχή

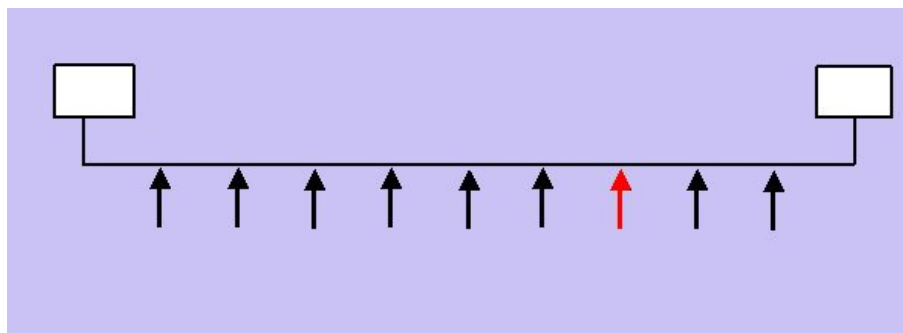
Σημειώνουμε ότι δεν είναι δυνατό, χρησιμοποιώντας τέσσερις φορές τον αριθμό 4 και εφαρμόζοντας και τις τέσσερις πράξεις, να σχηματίσουμε όλους τους αριθμούς. Σχηματίστε όσους περισσότερους μπορείτε.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα δίνεται στους μαθητές το παρακάτω τμήμα μιας αριθμογραμμής, χωρισμένο σε δέκα ίσα μέρη.



Οι μαθητές καλούνται να προσδιορίσουν τα ζευγάρια των φυσικών αριθμών που πρέπει να τοποθετηθούν στα λευκά ορθογώνια που βρίσκονται στα άκρα του τμήματος, ώστε στη θέση που δείχνει το κόκκινο βέλος να αντιστοιχεί ένας δεδομένος φυσικός αριθμός, μεγαλύτερος του 6.

Στις θέσεις που δείχνουν τα μαύρα βέλη (σε αυτή τη δραστηριότητα) αντιστοιχούν μόνο φυσικοί αριθμοί που έχουν διαδοδικά ίσες διαφορές μεταξύ τους. Για παράδειγμα, οι φυσικοί αριθμοί μεταξύ του δεύτερου και του τρίτου βέλους διαφέρουν όσο και οι φυσικοί αριθμοί μεταξύ του τρίτου και του τέταρτου βέλους κ.ο.κ.

Μπορείτε να βρείτε ποιοι αριθμοί πρέπει να τοποθετηθούν στα κενά κουτάκια στην παραπάνω εικόνα, ώστε στη θέση του κόκκινου βέλους να βρίσκεται:

- Ο αριθμός 7
- Ο αριθμός 70
- Ο αριθμός 700
- Ο αριθμός 7.000
- Ο αριθμός 70.000
- Ο αριθμός 700.000

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κάνουν εκτιμήσεις για τους φυσικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης μιας αριθμογραμμής.
- Να υπολογίσουν, με τη βοήθεια του συστήματος γραφής φυσικών αριθμών, τους αριθμούς εκείνους που αντιστοιχούν στα άκρα και στα σημεία διαίρεσης ενός διαστήματος φυσικών αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν την ανάγκη για διαφορετική μονάδα διαίρεσης ενός διαστήματος, ανάλογα με τους αριθμούς που πρέπει να αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να εντοπίσουν τους αριθμούς εκείνους που αντιστοιχούν στα άκρα της αριθμογραμμής και στη συνέχεια να καταλήξουν σε έναν κανόνα.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην εύρεση των αριθμών στα άκρα της αριθμογραμμής ώστε ο δεδομένος αριθμός 7 ή 70 ή 700 κτλ. να αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη θέση της που δείχνει το κόκκινο βέλος. Εξετάζουν τα ερωτήματα του θέματος και συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τα αποτελέσματά τους.

Το λογισμικό «Αριθμογραμμή» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν διάφορα πειράματα, προκειμένου να διαμορφώσουν μια σωστή εκτίμηση για το συγκεκριμένο θέμα. Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων θα διαπιστώσουν ότι μπορούν να τοποθετούν διάφορους αριθμούς στα άκρα της αριθμογραμμής και να τη χωρίζουν σε όσα μέρη θέλουν.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται διαστήματα φυσικών αριθμών, τα οποία χωρίζουν σε διάφορα μέρη. Καθώς η αριθμογραμμή έχει συγκεκριμένο μήκος, οι μαθητές αναγκάζονται να επιλέγουν διαφορετική μονάδα διαίρεσης κάθε φορά. Αν, για παράδειγμα, θέλουν να χωρίσουν το διάστημα από 0 έως 100 σε 10 ίσα μέρη, η μονάδα διαίρεσης θα έχει μήκος 10. Αν θέλουν να χωρίσουν σε 10 ίσα μέρη το διάστημα από 0 έως 1.000.000, η μονάδα θα έχει μήκος 100.000. Ακόμη, αν θέλουν να εμφανίσουν έναν οποιοδήποτε αριθμό στην αριθμογραμμή, θα πρέπει να επιλέξουν ένα διάστημα με συγκεκριμένα άκρα και να το χωρίσουν στα ανάλογα διαστήματα. Για παράδειγμα, ο αριθμός 3.456 μπορεί να εμφανιστεί στις ακόλουθες περιπτώσεις:

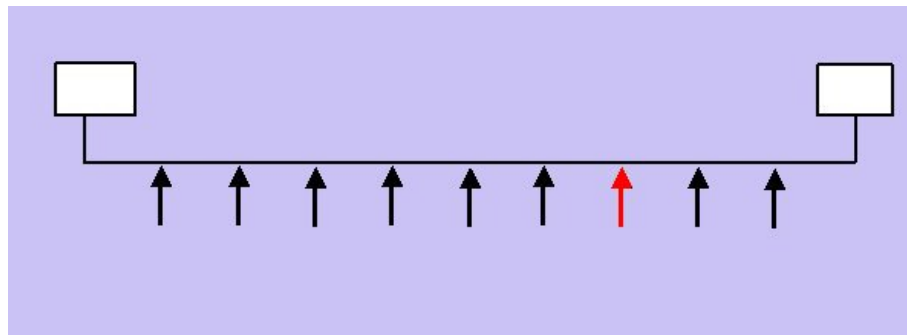
Αριστερό άκρο	Δεξί άκρο	Πλήθος διαστημάτων διαίρεσης	Οι φυσικοί αριθμοί που αντιστοιχούν στα άλλα σημεία διαίρεσης
3.455	3.457	2	-
3.455	3.458	3	3.457
3.455	3.459	4	3.457, 3.458
3.455	3.460	5	3.457, 3.458, 3.459 κτλ.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Αριθμογραμμή», πληκτρολογώντας στα άκρα της τους αριθμούς που θέλουν.

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:



Μπορείτε να βρείτε αριθμούς που πρέπει να τοποθετηθούν στα παραπάνω κενά κουτάκια, ώστε στη θέση του κόκκινου βέλους να βρίσκεται:

- Ο αριθμός 7.
- Ο αριθμός 70.
- Ο αριθμός 700.
- Ο αριθμός 7.000.
- Ο αριθμός 70.000.
- Ο αριθμός 700.000.

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

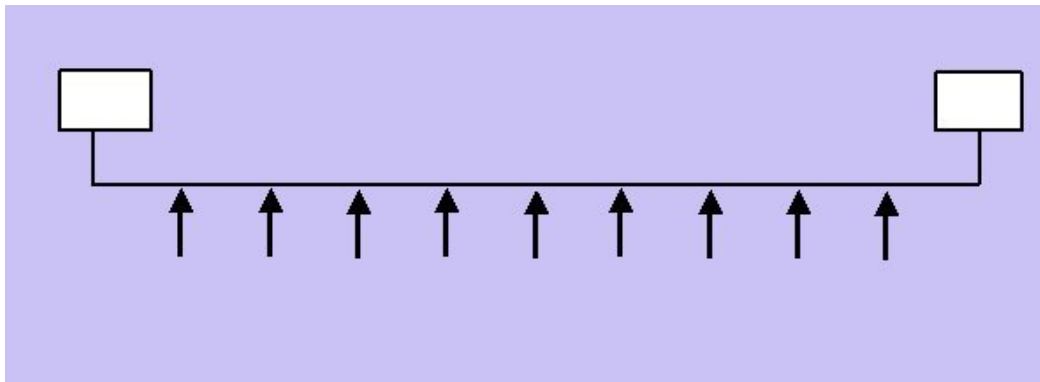
Στην αριθμογραμμή μπορείτε:

1. Να πληκτρολογείτε τους αριθμούς που θέλετε στα ορθογώνια κουτάκια.
2. Να χωρίζετε τη γραμμή σε όσα μέρη θέλετε, δίνοντας την εντολή «Χώρισε».
3. Να εμφανίζετε στα οβάλ κουτάκια τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης, δίνοντας την εντολή «Εμφάνισε».
4. Να εμφανίζετε έναν έναν τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα οβάλ κουτάκια, δίνοντας την εντολή «>».

Αρχικά θα πρέπει να καταλάβετε σε πόσα μέρη πρέπει να χωρίσετε την αριθμογραμμή, ώστε στο σημείο που δείχνει το βέλος να αντιστοιχεί ο ζητούμενος αριθμός 7. Κάντε δοκιμές χωρίζοντας την αριθμογραμμή σε ίσα μέρη, με διαφορετικό μέγεθος κάθε φορά, και πληκτρολογώντας διάφορους αριθμούς στα ορθογώνια κουτάκια που βρίσκονται στην αρχή και στο τέλος της. Παρατηρήστε ποιοι αριθμοί αντιστοιχούν κάθε φορά στα άκρα της αριθμογραμμής.

Διατυπώστε έναν κανόνα για να βρείτε τα άκρα του επόμενου αριθμού. Επαληθεύεται ο κανόνας αυτός;

Στην παρακάτω εικόνα έχουμε χωρίσει την αριθμογραμμή σε δέκα ίσα μέρη. Ποιον κανόνα πρέπει να χρησιμοποιήσετε για να υπολογίσετε τους αριθμούς που αντιστοιχούν σε κάθε βέλος, όταν στο αριστερό κουτάκι πληκτρολογήσουμε τον αριθμό 0 και στο δεξί κουτάκι με τη σειρά τους αριθμούς: 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΜΕ ΤΟ $1/2$

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού ισοδύναμων κλασμάτων. Καλούνται, λοιπόν, να χωρίσουν τις μπάρες σε κατάλληλα μέρη και να επιλέξουν εκείνα που αντιπροσωπεύουν το κλάσμα $1/2$. Κατόπιν να διατυπώσουν σε έναν κανόνα σχετικά με τον προσδιορισμό ισοδύναμων κλασμάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:







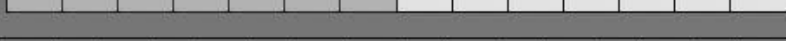
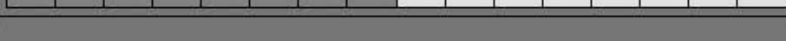

- Να συγκρίνουν διάφορα κλάσματα και να επιλέξουν αυτά που είναι ισοδύναμα.
- Να υπολογίσουν, με τη βοήθεια ενός κανόνα, κλάσματα ισοδύναμα με ένα δεδομένο.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση κλασματικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να αναζητήσουν κλάσματα ισοδύναμα με το $1/2$ και να διατυπώσουν έναν κανόνα, τον οποίο θα μπορούν να εφαρμόσουν γενικότερα.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον τρόπο με τον οποίο μπορούν να χωρίσουν τις μπάρες και να επιλέξουν τα μέρη εκείνα που ισοδυναμούν με το $1/2$. Διαπιστώνουν, έτσι, ότι τα κλάσματα $1/2$, $2/4$, $3/6$, $4/8$, $5/10$ κτλ. ορίζουν το ίδιο μέρος ενός αντικειμένου – είναι δηλαδή ισοδύναμα. Το λογισμικό «Μπάρες» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα, ώστε να χωρίσουν μία μπάρα κατάλληλα και να επιλέξουν κάποια από τα μέρη της. Στη διάρκεια των πειραμάτων θα διαπιστώσουν, επίσης, ότι δεν μπορούν να επιλέξουν από μία μπάρα, που είναι χωρισμένη σε 3, 5, 7 κτλ. μέρη, ένα μέρος της που να ισοδυναμεί με το $1/2$. Με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν οι περιπτώσεις που μπορεί να προκύψει κλάσμα ισοδύναμο του $1/2$, όπως παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα. Όσον αφορά δε το σχετικό κανόνα, οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν σε μία διατύπωση η οποία θα αφορά τον αριθμητή και τον παρονομαστή, ώστε να προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο του $1/2$. Για παράδειγμα, ο αριθμητής να είναι ίσος με το μισό του παρονομαστή.

Μπάρες:	<input type="radio"/>		1 / 2
<input type="text" value="6"/>	<input type="radio"/>		2 / 4
Δημιουργία	<input type="radio"/>		3 / 6
Τμήματα:	<input type="radio"/>		4 / 8
<input type="text" value="16"/>	<input type="radio"/>		5 / 10
Χώρισε	<input type="radio"/>		6 / 12
<input checked="" type="checkbox"/> Εμφ. Αριθμ.	<input type="radio"/>		7 / 14
<input checked="" type="checkbox"/> Ήχος	<input type="radio"/>		8 / 16
<input type="text" value="-"/> <input data-bbox="279 703 375 743" type="text" value="+"/>	<input checked="" type="radio"/>		8 / 16
Επαναφορά			

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται ισοδύναμα κλάσματα, τα οποία αποτελούν τη βάση για την έννοια των ρητών αριθμών.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Μπάρες», επιλέγοντας τα κλάσματα που θέλουν να εμφανίσουν.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλες κατηγορίες ισοδύναμων κλασμάτων.

ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΜΕ ΤΟ $\frac{1}{2}$

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στο πρόγραμμα της σελίδας χωρίστε την πρώτη μπάρα σε δύο ίσα τμήματα και επιλέξτε το πρώτο. Έτσι θα έχετε επιλέξει το $\frac{1}{2}$ της μπάρας.

Αν χωρίσετε τη δεύτερη μπάρα σε τέσσερα ίσα τμήματα, πόσα πρέπει να επιλέξετε για να έχετε το $\frac{1}{2}$ αυτής;

Αν χωρίσετε την τρίτη μπάρα σε έξι ίσα τμήματα, πόσα πρέπει να επιλέξετε για να έχετε το $\frac{1}{2}$ αυτής;

Αν χωρίσετε την τέταρτη μπάρα σε οκτώ ίσα τμήματα, πόσα πρέπει να επιλέξετε για να έχετε το $\frac{1}{2}$ αυτής;

Μπορείτε να χωρίσετε την επόμενη μπάρα σε περισσότερα από οκτώ τμήματα και να επιλέξετε το $\frac{1}{2}$ αυτής; Υπάρχουν πολλοί τρόποι χωρισμού της μπάρας;

Ποιον κανόνα πρέπει να εφαρμόσετε για να προσδιορίσετε και άλλα κλάσματα ισοδύναμα με το $\frac{1}{2}$;

Μπάρες:	<input type="text"/>	0 / 0
6	<input type="text"/>	0 / 0
Δημιουργία	<input type="text"/>	0 / 0
Τμήματα:	<input type="text"/>	0 / 0
6	<input type="text"/>	0 / 0
Χώριστ	<input type="text"/>	0 / 0
Εμφάνιση ερθμών		
Επί Τίχος		
-	+	
Επανάφορ		

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

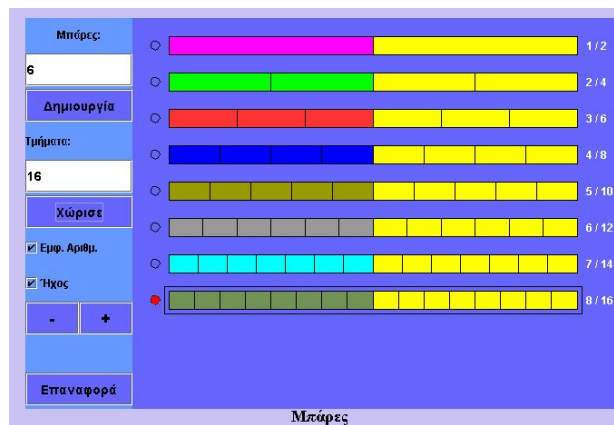
ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΜΕ ΤΟ 1/2

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στο λογισμικό «Μπάρες» μπορείτε:

1. Να πληκτρολογείτε όσες μπάρες χρειάζεστε (μέχρι και 10 μπάρες), δίνοντας την εντολή «Δημιουργία».
2. Να χωρίζετε μία μπάρα στα τμήματα που θέλετε (μέχρι και 42 τμήματα), δίνοντας την εντολή «Χώρισε».
3. Να εμφανίζετε τους κλασματικούς αριθμούς στο τέλος κάθε μπάρας, δίνοντας την εντολή «Εμφάνιση Αριθμών».
4. Να προσθέτετε ή να αφαιρείτε μία μπάρα με τα πλήκτρα «+» ή «-».
5. Να κάνετε κλικ πάνω σε κάθε μπάρα και να επιλέγετε ένα μέρος της.
6. Να επαναφέρετε το λογισμικό στην αρχική του μορφή, δίνοντας την εντολή «Επαναφορά».

Χωρίστε τη δεύτερη μπάρα σε τέσσερα ίσα μέρη. Πόσα τμήματα πρέπει να επιλέξετε, ώστε, κάνοντας κλικ πάνω στη διαχωριστική γραμμή, να διέρχεται από τη γραμμή της πρώτης μπάρας. Χωρίστε και τις υπόλοιπες μπάρες, ώστε κάποια από τα μέρη τους να είναι ίσα με το $1/2$. Παρατηρήστε το παρακάτω σχήμα. Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα κλάσματα που περιγράφουν τα επιλεγμένα μέρη;



Μπορείτε να βρείτε και άλλα κλάσματα ισοδύναμα του $1/2$;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού ισοδύναμων κλασμάτων. Καλούνται, λοιπόν, να σχεδιάσουν στο λευκό πλαίσιο του γεωπίνακα ένα τετράγωνο και να κόψουν το μέρος εκείνο που ισοδυναμεί με το $\frac{1}{16}$ αυτού. Κατόπιν, και αφού έχουν κόψει τα μέρη του τετραγώνου που ισοδυναμούν με το $\frac{1}{8}$ και το $\frac{1}{4}$ αυτού, να βρουν πόσα δέκατα έκτα εκφράζουν το $\frac{1}{8}$ και το $\frac{1}{4}$.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν διάφορα κλάσματα και να επιλέξουν αυτά που είναι ισοδύναμα.
- Να κατασκευάσουν γεωμετρικά, με τη βοήθεια ενός κανόνα, κλάσματα ισοδύναμα με ένα δεδομένο.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση κλασματικών αριθμών.

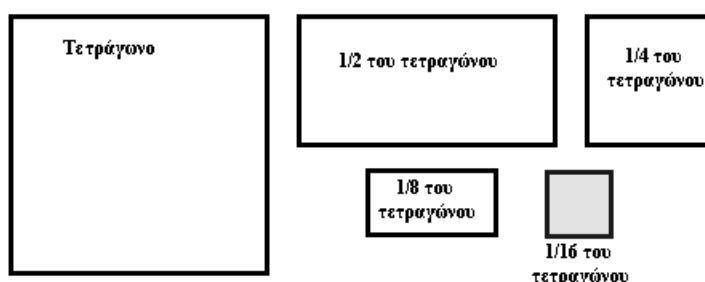
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους για τον τρόπο που πρέπει να κόψουν το τετράγωνο. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να κόψουν το $\frac{1}{16}$ ενός τετραγώνου. Στη δεύτερη να κόψουν τα μέρη εκείνα του τετραγώνου που είναι ίσα με το $\frac{1}{8}$ και το $\frac{1}{4}$ αυτού και σχηματίζουν ισοδύναμα μεταξύ τους κλάσματα.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην κοπή του $\frac{1}{16}$ ενός τετραγώνου. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» τους δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάσουν εύκολα ένα τετράγωνο και με τη βοήθεια του εργαλείου κοψίματος να κόψουν το $\frac{1}{16}$ του τετραγώνου. Η εργασία αυτή λαμβάνει χώρα σε λευκό πλαίσιο, γεγονός που σημαίνει ότι οι μαθητές θα πρέπει εργαστούν διαισθητικά, αλλά και να εφαρμόσουν τις εμπειρίες που έχουν ήδη αποκομίσει, προκειμένου να ολοκληρώσουν επιτυχώς τη δραστηριότητα. Οι μαθητές συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για να κόψουν το ζητούμενο κλάσμα. Μία τέτοια διαδικασία παρουσιάζεται στο σχήμα που ακολουθεί.

Φάση 2: Οι μαθητές αναζητούν το μέρος του τετραγώνου που ισούται με το $\frac{1}{4}$ και το $\frac{1}{8}$ αυτού. Το ζήτημα, ωστόσο, σχετικά με το πόσα δέκατα έκτα του τετραγώνου είναι ίσα με το $\frac{1}{4}$ και το $\frac{1}{8}$ αυτού αποτελεί αφορμή, ώστε κάθε μαθητής να θέσει στην τάξη



την άποψή του. Με δεδομένο, επίσης, ότι ισχύουν οι ισότητες: $1/8 = 2/16$ και $1/4 = 2/8$ και $2/8 = 4/16$, τίθεται το ερώτημα σχετικά με το ποιο μέρος του τετραγώνου εκφράζει καθένα από τα κλάσματα $2/16$ και $1/8$, όπως και τα: $4/16$, $2/8$ και $1/4$. Με τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές συνειδητοποιούν την ύπαρξη των κλασμάτων εκείνων που εκφράζουν την ίδια ποσότητα. Αυτά τα κλάσματα ονομάζονται ισοδύναμα.

Στη δραστηριότητα αυτή ως αρχικό σχήμα χρησιμοποιήθηκε το τετράγωνο. Ωστόσο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει και άλλα σχήματα, ανάλογα με τις εμπειρίες που έχουν οι μαθητές. Σκοπός είναι οι μαθητές να είναι καλά εξοικειωμένοι με το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα, ώστε να μπορούν να εστιάζουν στη διαδικασία προσδιορισμού των τμημάτων εκείνων που αντιστοιχούν στα κλάσματα που τίθενται προς συζήτηση.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται ισοδύναμα κλάσματα που εκφράζουν ίσα εμβαδά.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Γεωπίνακας», σχεδιάζοντας διάφορα σχήματα και κόβοντας μέρη από αυτά που να εκφράζουν την ίδια ποσότητα.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλες κατηγορίες ισοδύναμων κλασμάτων και να χρησιμοποιήσουν και άλλα σχήματα.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

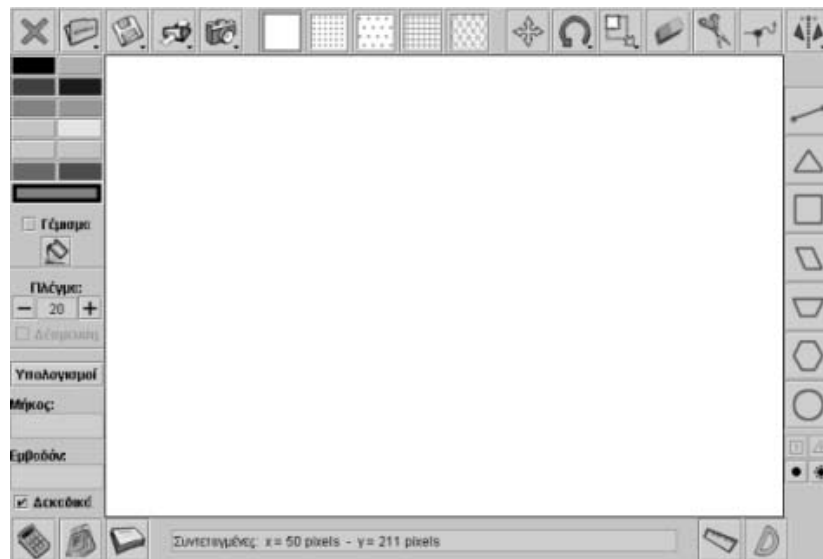
Επιλέξτε στο γεωπίνακα τη λευκή επιφάνεια εργασίας και σχεδιάστε ένα τετράγωνο.

Μπορείτε να κόψετε από το τετράγωνο ένα μέρος που να ισούται με το $1/16$ του τετραγώνου;

Πόσα τμήματα του $1/16$ είναι ίσα με το $1/8$ του τετραγώνου;

Πόσα τμήματα του $1/16$ είναι ίσα με το $1/4$ του τετραγώνου;

Ποια κλάσματα πρέπει να χρησιμοποιήσετε για να γράψετε την ισότητα στις δύο προηγούμενες ερωτήσεις;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

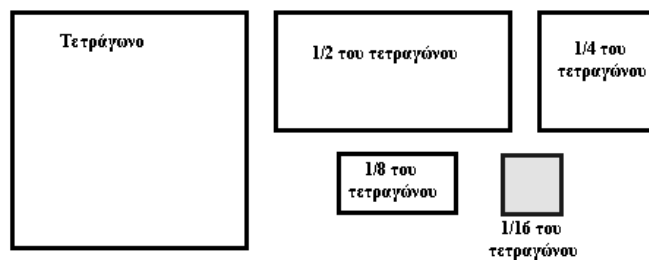
ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

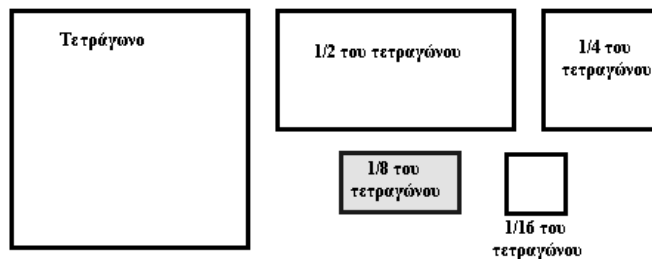
Επιλέξτε στο γεωπίνακα το εργαλείο κοψίματος. Κατόπιν επιλέξτε τη γραμμή κοψίματος ως εξής: Κάντε κλικ στην αρχή της γραμμής κοψίματος. Επιλέξτε την κατεύθυνση της διακεκομμένης γραμμής κοψίματος. Κάντε κλικ στο τέλος της γραμμής κοψίματος.

Μπορείτε στο γεωπίνακα να ορίσετε ένα από τα χρώματα της παλέτας να χρωματίζει την περίμετρο του σχήματος, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω σε αυτό. Ομοίως, μπορείτε να καθορίσετε το χρώμα που θέλετε να έχει το εσωτερικό του σχήματος, κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο χρώμα της παλέτας. Επιλέγοντας την εντολή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα», τα χρώματα εφαρμόζονται σε ένα σχήμα. Για να σχεδιάσετε το εσωτερικό των σχημάτων πατήστε το κουμπί «Γέμισμα».

Στην παρακάτω εικόνα εμφανίζεται το $1/16$ του τετραγώνου.



Σύμφωνα με την παραπάνω εικόνα, το $1/8$ του τετραγώνου είναι ένα ορθογώνιο. Πόσα «δέκατα έκτα» συμπληρώνουν το $1/8$; Πόσα «δέκατα έκτα» συμπληρώνουν το $1/4$;



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού σχεδιάζουν ένα ορθογώνιο και ορίζουν κλάσματα που ισοδυναμούν με το $\frac{1}{2}$ αυτού. Ωστόσο, η συγκεκριμένη δραστηριότητα διαφέρει από τις δραστηριότητες «Κλάσματα ισοδύναμα με το $\frac{1}{2}$ » και «Κλάσματα ισοδύναμα από το τετράγωνο» στο εξής σημείο: Στις προηγούμενες δραστηριότητες οι μαθητές όριζαν πάνω στο αρχικό σχήμα ένα μέρος του είτε με αριθμητικό τρόπο (μπάρες) είτε με τη βοήθεια του εργαλείου κοφίματος (στο τετράγωνο). Εδώ καλούνται να σχεδιάσουν ένα δεύτερο σχήμα –που δεν συνδέεται κατ' ανάγκη με το αρχικό– το οποίο, όμως, ισοδυναμεί με ένα μέρος του αρχικού σχήματος: το $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, το $\frac{1}{6}$ ή το $\frac{1}{12}$. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές κατευθύνονται στο να ορίσουν πόσα από τα σχήματα που κατασκεύασαν μπορούν να καλύψουν το $\frac{1}{2}$ του αρχικού. Τέλος θα πρέπει να εκφράσουν τη σχέση των ισοδύναμων κλασμάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να ορίσουν κλάσματα ισοδύναμα με ένα δεδομένο κλάσμα.
- Να κατασκευάσουν γεωμετρικά, με τη βοήθεια ενός κανόνα, κλάσματα ισοδύναμα με ένα δεδομένο.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση κλασματικών αριθμών.

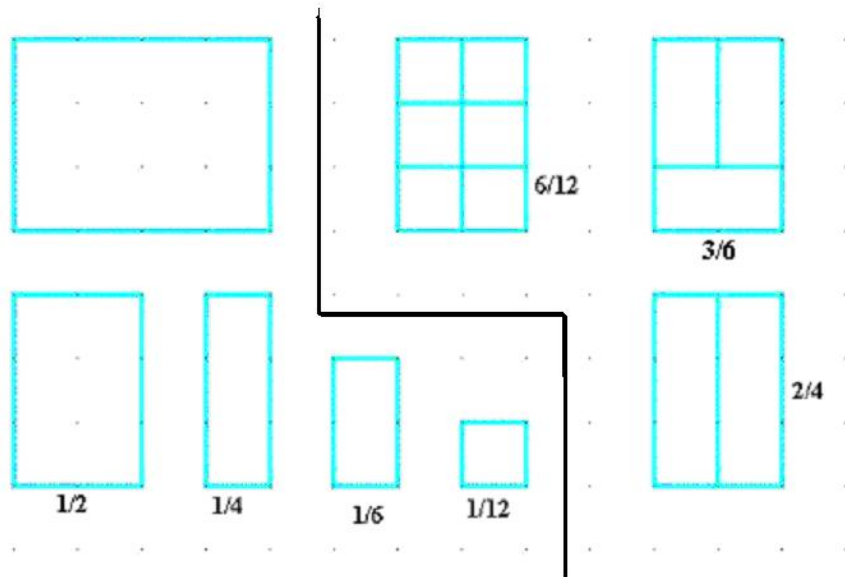
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους για τον τρόπο που πρέπει να ορίσουν τα ζητούμενα σχήματα. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν σχήματα τα οποία να αντιστοιχούν στα μοναδιαία κλάσματα: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ και $\frac{1}{12}$ ενός ορθογωνίου. Στη δεύτερη, με τη βοήθεια των μοναδιαίων αυτών κλασμάτων, να ορίσουν σχήματα ίσα με το $\frac{1}{2}$ του ορθογωνίου.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται με σκοπό να ορίσουν κλάσματα ίσα με το: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ και $\frac{1}{12}$ του συγκεκριμένου ορθογωνίου. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» τους δίνει τη δυνατότητα να δημιουργήσουν εύκολα, σε ένα τετράγωνο πλαίσιο με κουκκίδες, ένα ορθογώνιο ίσο με ένα δεδομένο και με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος» να σχεδιάσουν τα ζητούμενα μέρη του. Με τα μοναδιαία τετράγωνα του πλέγματος ορίζουν τα παραπάνω κλάσματα. Κατόπιν συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για τον ορισμό των παραπάνω κλασμάτων.

Φάση 2: Οι μαθητές χρησιμοποιούν ως μονάδες τα σχήματα που ισούνται με το: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ και $\frac{1}{12}$ του ορθογωνίου, προκειμένου να σχεδιάσουν σχήματα ίσα με το $\frac{1}{2}$ του ορθογωνίου. Με δεδομένη την ισότητα: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$, δεν θα δυσκολευτούν να σχεδιάσουν σχήματα ανάλογα με της παρακάτω εικόνας.



Με τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές συνειδητοποιούν την ύπαρξη διαφορετικών κλασμάτων, τα οποία εκφράζουν την ίδια ποσότητα. Αυτά τα κλάσματα ονομάζονται ισοδύναμα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται κλάσματα ισοδύναμα του $1/2$ με τη βοήθεια γεωμετρικών σχημάτων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Γεωπίνακας», σχεδιάζοντας διάφορα σχήματα. Επίσης, με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος», και πατημένο το πλήκτρο «Shift», μπορούν να δημιουργήσουν αντίγραφα τους και να συνθέσουν ένα μεγαλύτερο σχήμα.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλες κατηγορίες ισοδύναμων κλασμάτων. Για παράδειγμα, ισοδύναμα με τα: $1/3$, $2/5$, $1/7$ κτλ.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στον γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλαίσιο με κουκκίδες μεγέθους 30, σχεδιάστε ένα ορθογώνιο με μήκος 4 μονάδες πλέγματος και πλάτος 3 μονάδες.

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα νέο σχήμα ίσο με το $1/2$ του ορθογωνίου;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο ίσο με το $1/4$ του αρχικού ορθογωνίου;

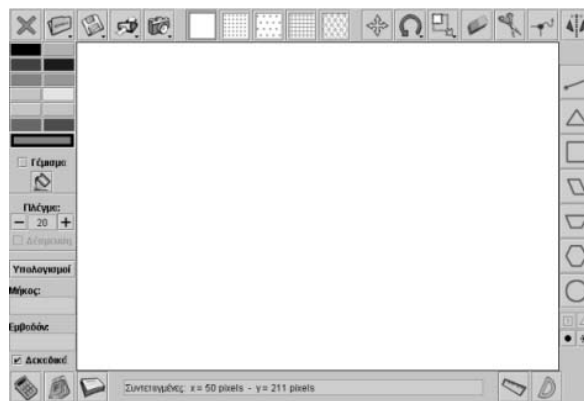
Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο ίσο με το $1/6$ του αρχικού ορθογωνίου;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο ίσο με το $1/12$ του αρχικού ορθογωνίου;

Πόσα σχήματα, ίσα με το $1/4$ του αρχικού, χρειάζονται για να καλύψουν το σχήμα που ισούται με το $1/2$ του αρχικού;

Πόσα σχήματα, ίσα με $1/6$ του αρχικού, χρειάζονται για να καλύψουν το σχήμα που ισούται με το $1/2$ του αρχικού;

Πόσα σχήματα, ίσα με $1/12$ του αρχικού, χρειάζονται για να καλύψουν το σχήμα που ισούται με το $1/2$ του αρχικού;



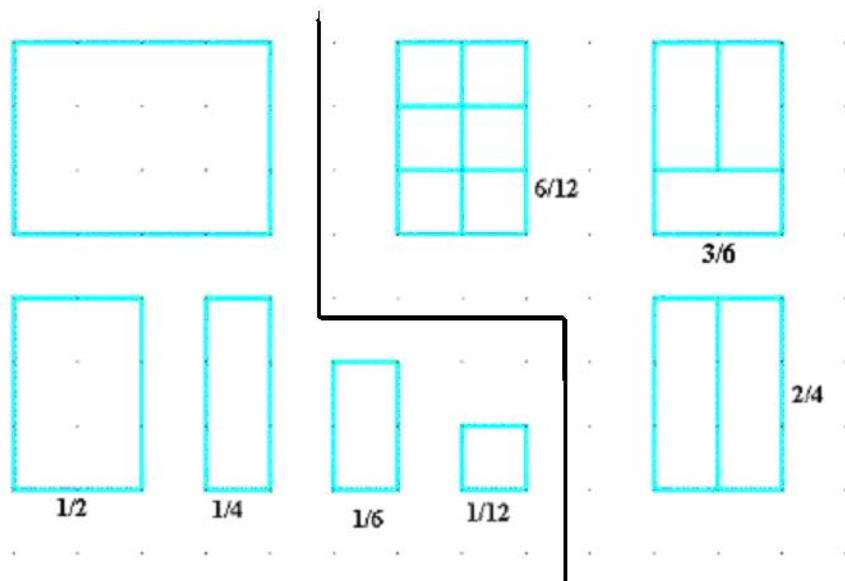
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε στο γεωπίνακα να ορίσετε ένα από τα χρώματα της παλέτας να χρωματίζει την περίμετρο του σχήματος, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω σε αυτό. Ομοίως, μπορείτε να καθορίσετε το χρώμα που θέλετε να έχει το εσωτερικό του σχήματος, κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο χρώμα της παλέτας. Επιλέγοντας την εντολή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα», τα χρώματα εφαρμόζονται σε ένα σχήμα. Για να σχεδιάσετε το εσωτερικό των σχημάτων πατήστε το κουμπί «Γέμισμα».

Στην παρακάτω εικόνα δίνεται ένας τρόπος επίλυσης.



Ποια από τα κλάσματα: $1/2$, $1/4$, $1/6$, $3/6$, $6/12$, $2/4$ είναι ισοδύναμα;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν ένα σχήμα ίσο με το άθροισμα δύο κλασμάτων, τα οποία, με τη σειρά τους, αντιστοιχούν σε δύο μέρη ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Θα πρέπει, λοιπόν, να σχεδιάσουν δύο σχήματα ίσα με τα κλάσματα $1/2$ και $1/3$ ενός ορθογωνίου και στη συνέχεια να φτιάξουν ένα σχήμα, το οποίο θα ισούται με το άθροισμα που προκύπτει από την πρόσθεση $1/2 + 1/3$. Τέλος, να εκφράσουν τη σχέση του αθροίσματός τους ως πράξη μεταξύ δύο κλασμάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατασκευάσουν γεωμετρικά, με τη βοήθεια ενός κανόνα, το άθροισμα δύο κλασμάτων.
- Να ορίσουν ένα κλάσμα ως άθροισμα δύο άλλων κλασμάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση κλασματικών αριθμών.

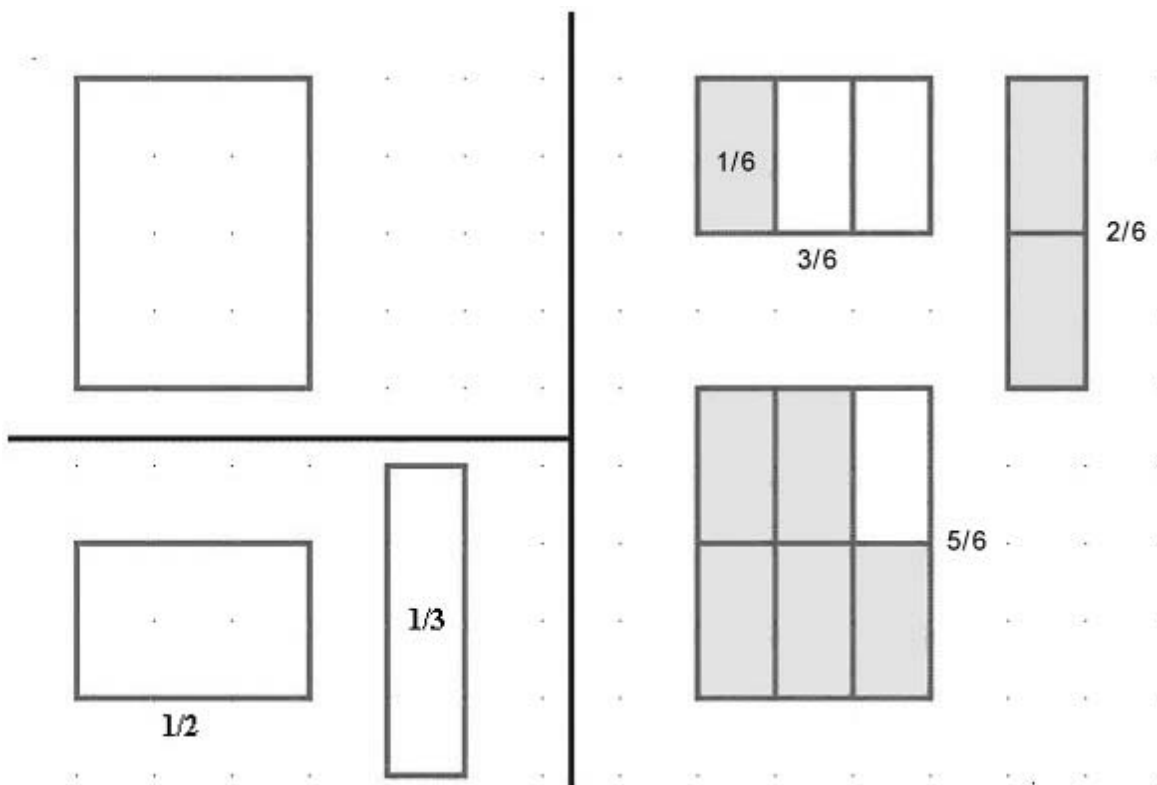
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους για τον τρόπο που πρέπει ορίσουν τα ζητούμενα σχήματα. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν τα μοναδιαία κλάσματα $1/2$ και $1/3$ ενός ορθογωνίου. Στη δεύτερη να ορίσουν το άθροισμά τους.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται με σκοπό να ορίσουν κλάσματα ίσα με το $1/2$ και το $1/3$ του συγκεκριμένου ορθογωνίου. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» τους δίνει τη δυνατότητα να δημιουργήσουν εύκολα, σε ένα τετράγωνο πλαίσιο με κουκκίδες, ένα ορθογώνιο ίσο με ένα δεδομένο και με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος» να σχεδιάσουν τα ζητούμενα μέρη του. Με τα μοναδιαία τετράγωνα του πλέγματος ορίζουν τα παραπάνω κλάσματα. Κατόπιν συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για τον ορισμό των παραπάνω κλασμάτων.

Φάση 2: Οι μαθητές χρησιμοποιούν ως μονάδες τα σχήματα που ισούνται με το $1/2$ και το $1/3$ του ορθογωνίου, προκειμένου να σχεδιάσουν ένα σχήμα που να αναπαριστά το άθροισμα των δύο αυτών κλασμάτων. Με δεδομένη την ισότητα: $1/2 = 3/6$ και $1/3 = 2/6$, δε θα δυσκολευτούν να σχεδιάσουν σχήματα ανάλογα με της παρακάτω εικόνας.



Με τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές κατανοούν την ύπαρξη κλασμάτων, τα οποία εκφράζουν το άθροισμα δύο ετερόνυμων κλασμάτων. Αρκεί τα κλάσματα αυτά να αντικατασταθούν από ισοδύναμα κλάσματα με κοινό παρονομαστή.

Στη δραστηριότητα αυτή ως αρχικό σχήμα χρησιμοποιήθηκε το ορθογώνιο. Ωστόσο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει και άλλα σχήματα, ανάλογα με τις εμπειρίες που έχουν οι μαθητές. Σκοπός είναι οι μαθητές να είναι καλά εξοικειωμένοι με το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα, ώστε να μπορούν να εστιάζουν στη διαδικασία προσδιορισμού του μέρους εκείνου που αντιστοιχεί στο άθροισμα των κλασμάτων.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσθέτουν κλάσματα τα οποία αντιπροσωπεύουν μέρη ενός γεωμετρικού σχήματος.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Γεωπίνακας», σχεδιάζοντας διάφορα σχήματα. Επίσης, με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος», και πατημένο το πλήκτρο «Shift», μπορούν να δημιουργήσουν αντίγραφά τους και να συνθέσουν ένα μεγαλύτερο σχήμα. Με το εργαλείο κοψίματος κόβουν ένα σχήμα σε μικρότερα κομμάτια.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλα αθροίσματα κλασμάτων. Για παράδειγμα: $1/3 + 1/4 = 7/12$, $1/4 + 1/6 = 5/12$ κτλ.

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

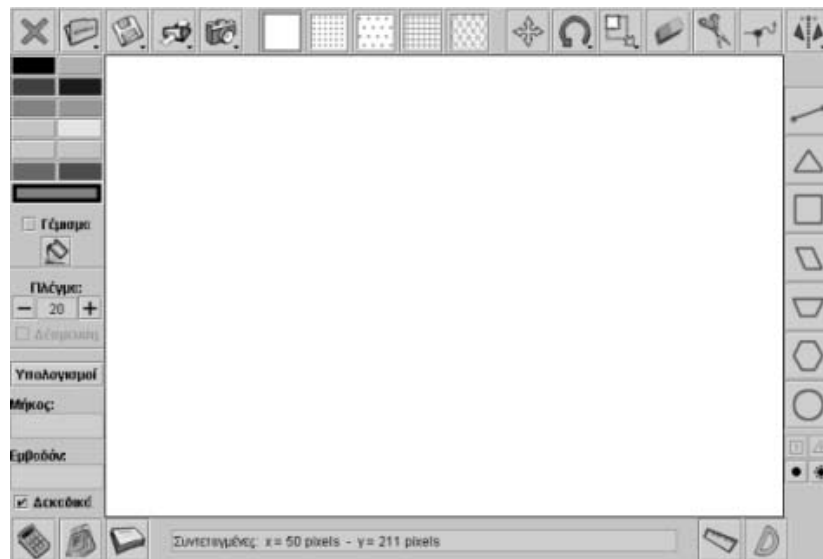
Επιλέξτε στο γεωπίνακα η επιφάνεια εργασίας να έχει ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 40.

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/2$ του ορθογωνίου που υπάρχει στην επιφάνεια εργασίας;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/3$ του ορθογωνίου;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/2 + 1/3$ του ορθογωνίου;

Τι μέρος του αρχικού ορθογωνίου αποτελεί το σχήμα που σχεδιάσατε;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

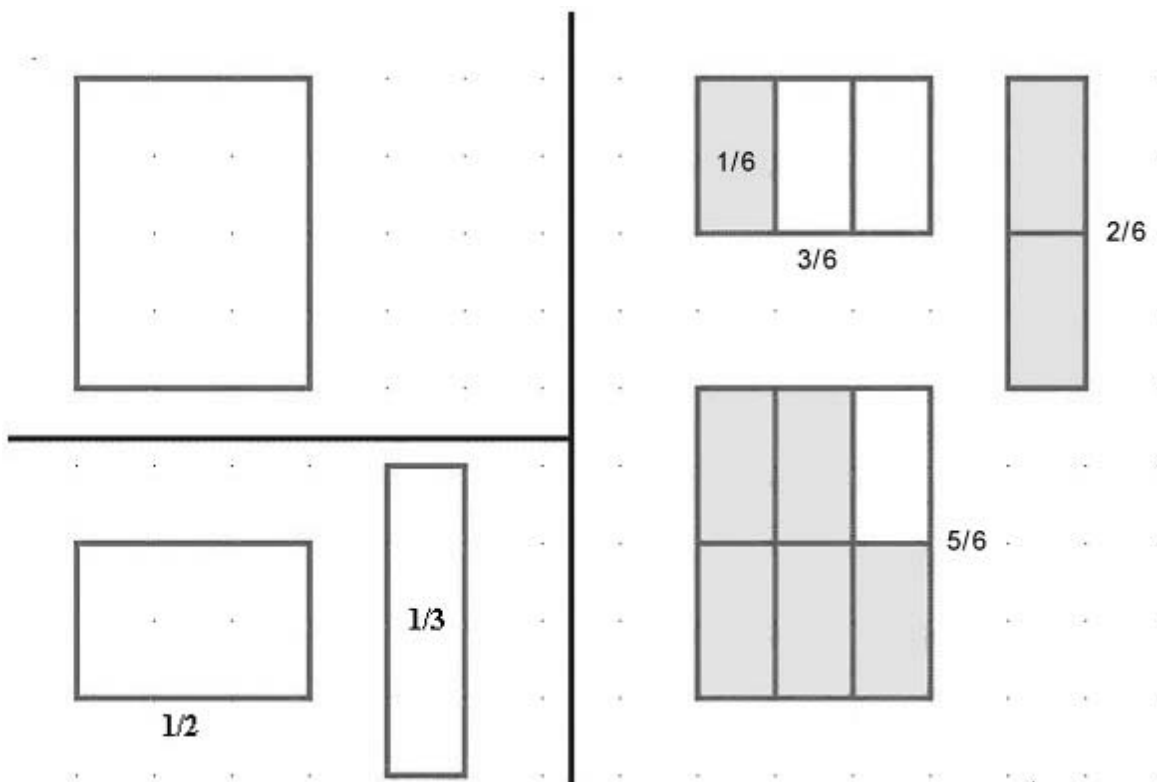
ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε στο γεωπίνακα να ορίσετε ένα από τα χρώματα της παλέτας να χρωματίζει την περίμετρο του σχήματος, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω σε αυτό. Ομοίως, μπορείτε να καθορίσετε το χρώμα που θέλετε να έχει το εσωτερικό του σχήματος, κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο χρώμα της παλέτας. Επιλέγοντας την εντολή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα», τα χρώματα εφαρμόζονται σε ένα σχήμα. Για να σχεδιάσετε το εσωτερικό των σχημάτων πατήστε το κουμπί «Γέμισμα».

Χωρίστε το ορθογώνιο σε δύο ίσα μέρη. Καθένα από αυτά αποτελεί το 1/2 του αρχικού σχήματος. Χωρίστε και πάλι το ορθογώνιο σε τρία ίσα μέρη. Καθένα από αυτά αποτελεί το 1/3 του αρχικού σχήματος. Προσπαθήστε να σχεδιάσετε ένα σχήμα που να είναι ίσο με το άθροισμα των δύο σχημάτων που δημιουργήσατε. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα στιγμιότυπο από το σχεδιασμό του ζητούμενου σχήματος.

Όπως φαίνεται, καθένα από τα δύο σχήματα, τα οποία είναι ίσα με το 1/2 και το 1/3 του αρχικού ορθογωνίου, χωρίστηκαν σε τρία και σε δύο ίσα μέρη αντίστοιχα. Με τον τρόπο αυτό είναι χωρισμένα σε κομμάτια τα οποία είναι ίσα μεταξύ τους. Καθένα από τα κομμάτια αυτά αποτελεί το 1/6 του αρχικού ορθογωνίου. Έτσι και τα δύο σχήματα μαζί αποτελούνται από τα 5/6 του αρχικού σχήματος.



Τι μέρος του αρχικού ορθογωνίου αποτελεί το σχήμα που ορίστηκε; Από τις πράξεις που έγιναν βρήκαμε ότι: $1/2 = 3/6$, $1/3 = 2/6$. Αντί, όμως, να προσθέσουμε τα κλάσματα $1/2 + 1/3$, προσθέσαμε τα ισοδύναμα κλάσματα $3/6 + 2/6$ και βρήκαμε άθροισμα $5/6$.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν ένα σχήμα ίσο με τη διαφορά δύο κλασμάτων, τα οποία, με τη σειρά τους, αντιστοιχούν σε δύο μέρη ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Θα πρέπει, λοιπόν, να σχεδιάσουν δύο σχήματα ίσα με τα κλάσματα: $1/2$ και $1/3$ ενός ορθογωνίου και στη συνέχεια να φτιάξουν ένα σχήμα, το οποίο θα ισούται με τη διαφορά που προκύπτει από την αφαίρεση $1/2 - 1/3$. Τέλος, να εκφράσουν τη σχέση της διαφοράς τους ως πράξη μεταξύ δύο κλασμάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατασκευάσουν γεωμετρικά, με τη βοήθεια ενός κανόνα, τη διαφορά δύο κλασμάτων.
- Να ορίσουν ένα κλάσμα ως διαφορά δύο κλασμάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1. Φάσεις

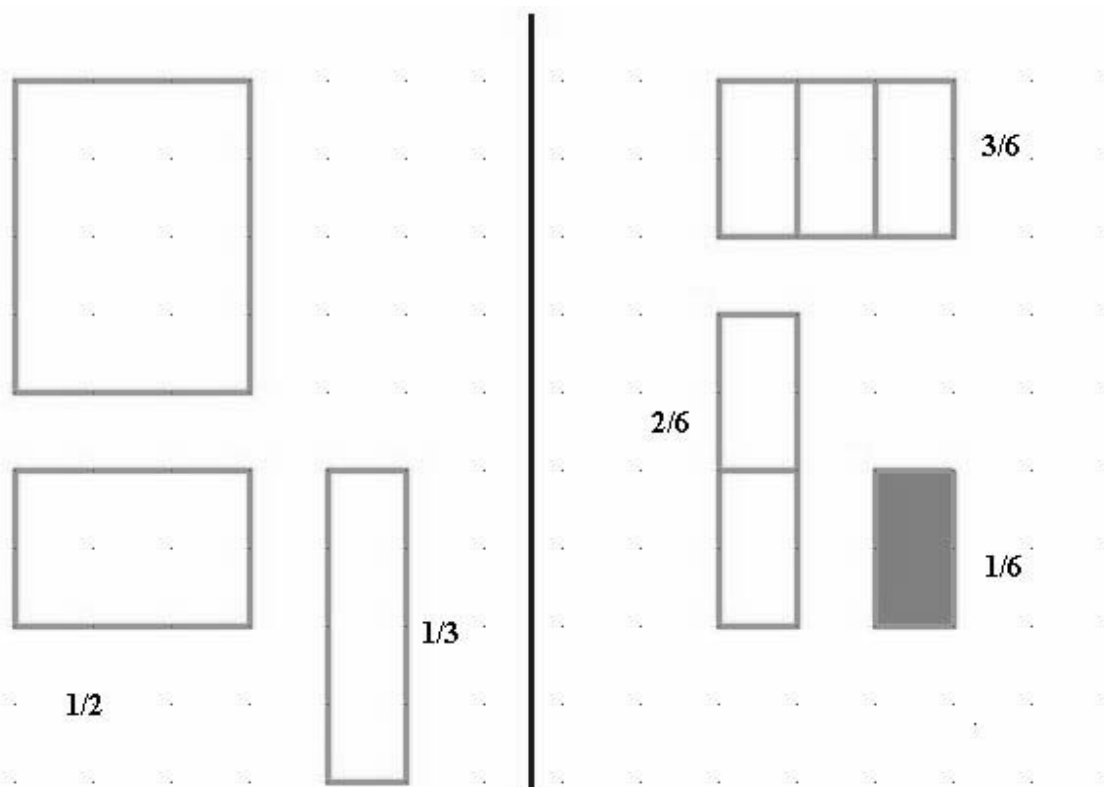
Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν τα μοναδιαία κλάσματα $1/2$ και $1/3$ ενός ορθογωνίου. Στη δεύτερη να ορίσουν τη διαφορά τους.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους για τον τρόπο που πρέπει ορίσουν τα ζητούμενα σχήματα. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται με σκοπό να ορίσουν κλάσματα ίσα με το $1/2$ και το $1/3$ του συγκεκριμένου ορθογωνίου. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» τους δίνει τη δυνατότητα να δημιουργήσουν εύκολα, σε ένα τετράγωνο πλαίσιο με κουκκίδες, ένα ορθογώνιο ίσο με ένα δεδομένο και με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος» να σχεδιάσουν τα ζητούμενα μέρη του. Με τα μοναδιαία τετράγωνα του πλέγματος ορίζουν τα παραπάνω κλάσματα. Κατόπιν συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για τον ορισμό των παραπάνω κλασμάτων.

Φάση 2: Οι μαθητές χρησιμοποιούν ως μονάδες τα σχήματα που ισούνται με το $1/2$ και το $1/3$ του ορθογωνίου, προκειμένου να σχεδιάσουν ένα σχήμα που να αναπαριστά τη διαφορά των δύο αυτών κλασμάτων. Με δεδομένη την ισότητα: $1/2 = 3/6$ και $1/3 = 2/6$, δε θα δυσκολευτούν να σχεδιάσουν σχήματα όπως αυτά της παρακάτω εικόνας.



Με τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές συνειδητοποιούν ότι όσον αφορά την αφαίρεση δύο ετερόνυμων κλασμάτων, π.χ. το $\frac{1}{2}$ και το $\frac{1}{3}$, μπορούν να κάνουν αντικατάστασή τους με δύο ισοδύναμα κλάσματα, τα οποία θα έχουν κοινό παρονομαστή (ομώνυμα), και κατόπιν να εκφράσουν τη διαφορά τους.

Στη δραστηριότητα αυτή ως αρχικό σχήμα χρησιμοποιήθηκε το ορθογώνιο, καθώς και τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{3}$ που είχαν χρησιμοποιηθεί και προηγουμένως στη δραστηριότητα «Πρόσθεση κλασμάτων». Ωστόσο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει και άλλα σχήματα, ανάλογα με τις εμπειρίες που έχουν οι μαθητές. Σκοπός είναι οι μαθητές να είναι καλά εξοικειωμένοι με το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα, ώστε να μπορούν να εστιάζουν στη διαδικασία προσδιορισμού του μέρους εκείνου που αντιστοιχεί στο άθροισμα των κλασμάτων. Ακόμα, η χρήση των ίδιων κλασμάτων τους βοηθά να εφαρμόσουν τις εμπειρίες που απέκτησαν από την προηγούμενη δραστηριότητα και να εστιάσουν ευκολότερα την προσοχή τους στη διαδικασία της αφαίρεσης κλασμάτων.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να αφαιρέσουν ετερόνυμα κλάσματα τα οποία αντιπροσωπεύουν μέρη ενός γεωμετρικού σχήματος.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Γεωπίνακας», σχεδιάζοντας διάφορα σχήματα. Επίσης, με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος», και πατημένο το πλήκτρο «Shift», μπορούν να δημιουργήσουν αντίγραφα τους και να συνθέσουν ένα μεγαλύτερο σχήμα. Με το εργαλείο κοψίματος κόβουν ένα σχήμα σε μικρότερα κομμάτια.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλα αθροίσματα κλασμάτων. Για παράδειγμα: $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ κτλ.

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

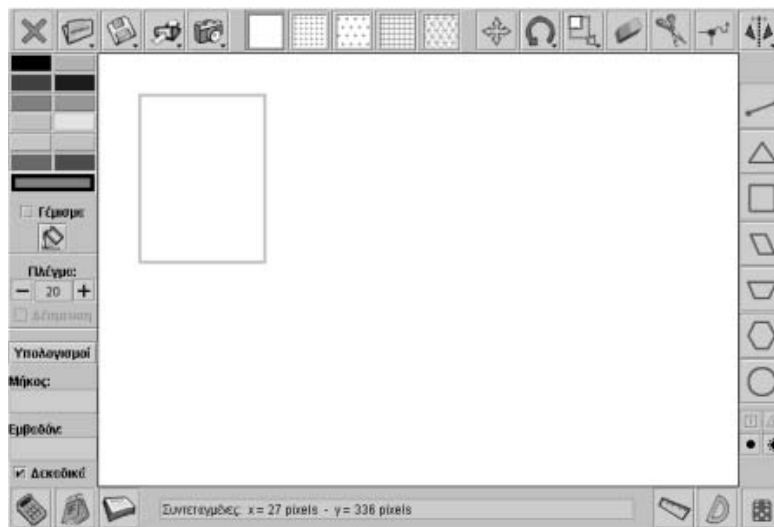
Επιλέξτε στο γεωπίνακα η επιφάνεια εργασίας να έχει ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 40.

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/2$ του ορθογωνίου που υπάρχει στην επιφάνεια εργασίας;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/3$ του ορθογωνίου;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/2 - 1/3$ του ορθογωνίου;

Τι μέρος του αρχικού ορθογωνίου αποτελεί το σχήμα που σχεδιάσατε;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

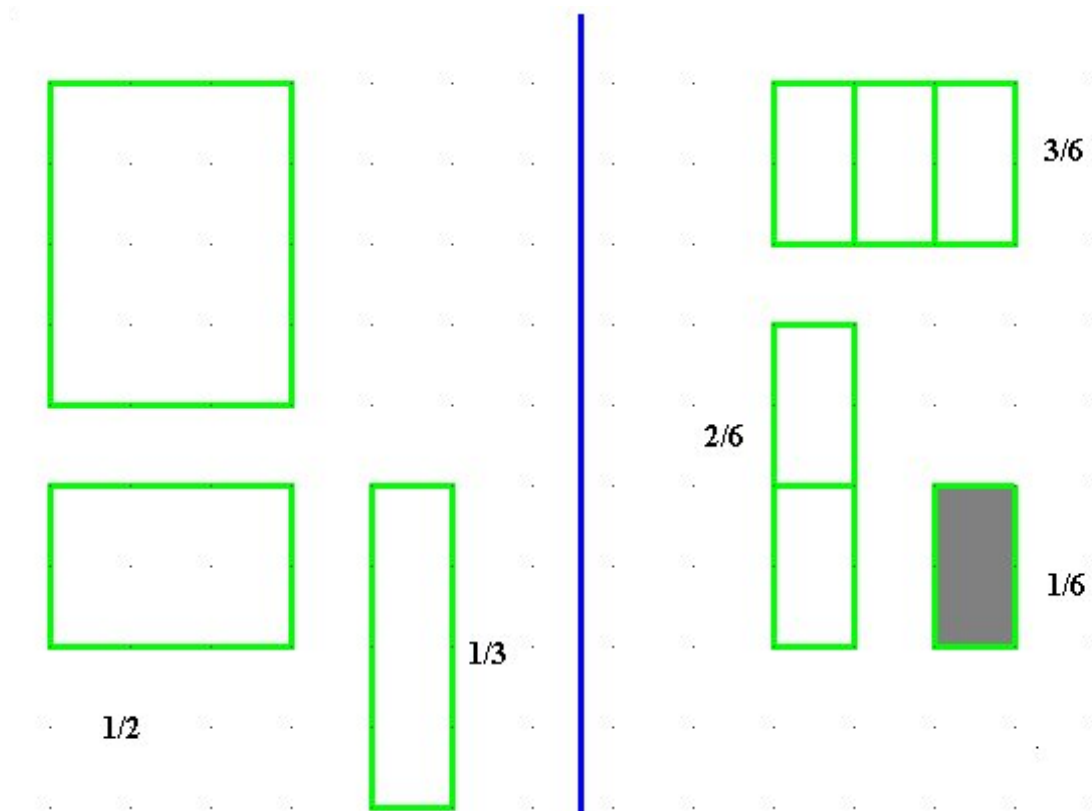
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε στο γεωπίνακα να ορίσετε ένα από τα χρώματα της παλέτας να χρωματίζει την περίμετρο του σχήματος, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω σε αυτό. Ομοίως, μπορείτε να καθορίσετε το χρώμα που θέλετε να έχει το εσωτερικό του σχήματος, κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο χρώμα της παλέτας. Επιλέγοντας την εντολή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα», τα χρώματα εφαρμόζονται σε ένα σχήμα. Για να σχεδιάσετε το εσωτερικό των σχημάτων πατήστε το κουμπί «Γέμισμα».

Χωρίστε το ορθογώνιο σε δύο ίσα μέρη. Καθένα από αυτά αποτελεί το $\frac{1}{2}$ του αρχικού σχήματος. Χωρίστε και πάλι το ορθογώνιο σε τρία ίσα μέρη. Καθένα από αυτά αποτελεί το $\frac{1}{3}$ του αρχικού σχήματος. Προσπαθήστε να σχεδιάσετε ένα σχήμα που να είναι ίσο με τη διαφορά των δύο σχημάτων που δημιουργήσατε. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα στιγμιότυπο από το σχεδιασμό του ζητούμενο σχήματος.

Όπως φαίνεται, καθένα από τα δύο σχήματα, τα οποία είναι ίσα με το $\frac{1}{2}$ και το $\frac{1}{3}$ του αρχικού ορθογωνίου, χωρίστηκαν σε τρία και σε δύο ίσα μέρη αντίστοιχα. Με τον τρόπο αυτό είναι χωρισμένα σε κομμάτια τα οποία είναι ίσα μεταξύ τους. Καθένα από τα κομμάτια αυτά αποτελεί το $\frac{1}{6}$ του αρχικού ορθογωνίου. Έτσι η διαφορά των δύο σχημάτων είναι ίση με ένα σχήμα που αποτελεί το $\frac{1}{6}$ του αρχικού σχήματος.



Τι μέρος του αρχικού ορθογωνίου αποτελεί το σχήμα που ορίστηκε; Από τις πράξεις που έγιναν βρήκαμε ότι: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. Αντί, όμως, να αφαιρέσουμε τα κλάσματα $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, αφαιρέσαμε τα ισοδύναμα κλάσματα $\frac{3}{6} - \frac{2}{6}$ και βρήκαμε τη διαφορά $\frac{1}{6}$.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν ένα σχήμα ίσο με ένα κλάσμα ενός κλάσματος που θα αντιστοιχεί σε κάποιο τμήμα ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Θα πρέπει, λοιπόν, να σχεδιάσουν ένα σχήμα ίσο με το $1/2$ του αρχικού και στη συνέχεια ένα δεύτερο σχήμα ίσο με το $1/3$ του προηγούμενου σχήματος. Να βρουν το κλάσμα που εκφράζει το τελευταίο σχήμα ως μέρος του αρχικού σχήματος και να εκφράσουν τη σχέση αυτή ως πράξη μεταξύ δύο κλασμάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατασκευάσουν γεωμετρικά το γινόμενο δύο κλασμάτων.
- Να ορίσουν το κλάσμα ενός κλάσματος ως γινόμενο δυο κλασμάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση κλασματικών αριθμών.

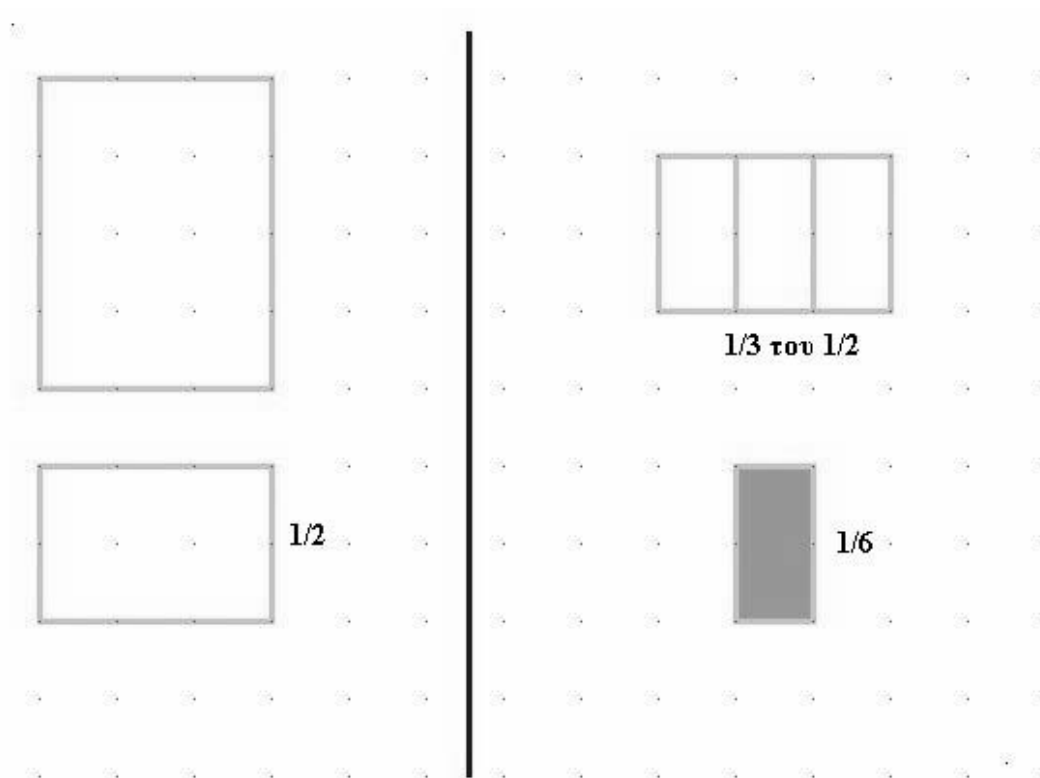
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους για τον τρόπο που πρέπει ορίσουν τα ζητούμενα σχήματα. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν το κλάσμα $1/2$ ενός ορθογωνίου και στη συνέχεια το κλάσμα $1/3$ του $1/2$. Στη δεύτερη να ορίσουν την πράξη του γινομένου δύο κλασμάτων.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται με σκοπό να ορίσουν κλάσματα ίσα με το $1/2$, καθώς και με το $1/3$ του $1/2$, του συγκεκριμένου ορθογωνίου. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» τους δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάσουν εύκολα, σε ένα τετράγωνο πλαίσιο με κουκκίδες, ένα ορθογώνιο ίσο με ένα δεδομένο και με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος» να σχεδιάσουν τα ζητούμενα μέρη αυτού. Με τα μοναδιαία τετράγωνα του πλέγματος ορίζουν τα παραπάνω κλάσματα. Κατόπιν συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για τον ορισμό των παραπάνω κλασμάτων.

Φάση 2: Οι μαθητές σχολιάζουν το σχήμα εκείνο που εκφράζει το $1/3$ του $1/2$ του αρχικού σχήματος. Με δεδομένη την ισότητα: $1/2 = 3/6$ και $1/3 = 2/6$, δε θα δυσκολευτούν να ανακαλύψουν ότι ο παρονομαστής 6 προκύπτει από το γινόμενο των παρονομαστών των δύο κλασμάτων. Αυτό δε εξηγείται λογικά, αφού πρώτα χώρισαν το ορθογώνιο σε δύο ίσα μέρη και στη συνέχεια ένα από τα μέρη αυτά το χώρισαν σε τρία ίσα μέρη. Έτσι, αν επαναλάβουν τη διαδικασία και για το άλλο $1/2$, θα έχουν χωρίσει το ορθογώνιο σε έξι ίσα μέρη, εκ των οποίων το ζητούμενο είναι το $1/6$. Σύμφωνα, λοιπόν, και με την παρακάτω εικόνα: $1/2 \times 1/3 = 1/6$.



Με τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές συνειδητοποιούν ότι μπορούν να πολλαπλασιάζουν κλάσματα και να εκφράζουν το αποτέλεσμα τους ως κλάσμα, όπου αριθμητής θα είναι το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστής το γινόμενο των παρονομαστών.

Στη δραστηριότητα αυτή ως αρχικό σχήμα χρησιμοποιήθηκε το ορθογώνιο, καθώς και τα κλάσματα $1/2$ και $1/3$ που είχαν χρησιμοποιηθεί και προηγουμένως στη δραστηριότητα «Πρόσθεση κλασμάτων». Ωστόσο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει και άλλα σχήματα, ανάλογα με τις εμπειρίες που έχουν οι μαθητές. Σκοπός είναι οι μαθητές να είναι καλά εξοικειωμένοι με το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα, ώστε να μπορούν να εστιάζουν στη διαδικασία προσδιορισμού του μέρους εκείνου που αντιστοιχεί στο άθροισμα των κλασμάτων. Ακόμα, η χρήση των ίδιων κλασμάτων τους βοηθά να εφαρμόσουν τις εμπειρίες που απέκτησαν από την προηγούμενη δραστηριότητα και να εστιάσουν ευκολότερα την προσοχή τους στη διαδικασία της αφαίρεσης κλασμάτων.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές πολλαπλασιάζουν κλάσματα τα οποία αντιπροσωπεύουν μέρη ενός γεωμετρικού σχήματος.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Γεωπίνακας», σχεδιάζοντας διάφορα σχήματα. Επίσης, με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος», και πατημένο το πλήκτρο «Shift», μπορούν να δημιουργήσουν αντίγραφα τους και να συνθέσουν ένα μεγαλύτερο σχήμα. Με το εργαλείο κοψίματος κόβουν ένα σχήμα σε μικρότερα κομμάτια.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλα γινόμενα κλασμάτων. Για παράδειγμα: $1/3 \times 1/4 = 1/12$, $1/4 \times 2/3 = 2/12$ κτλ.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

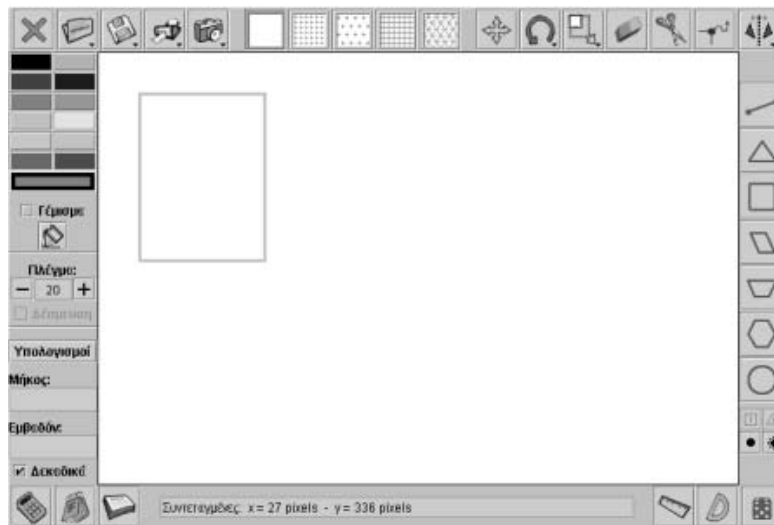
Επιλέξτε στο γεωπίνακα η επιφάνεια εργασίας να έχει ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 40.

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/2$ του ορθογωνίου;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ίσο με το $1/3$ του $1/2$ του ορθογωνίου;

Τι μέρος του αρχικού ορθογωνίου αποτελεί το σχήμα που σχεδιάσατε;

Ποιες πράξεις κάνατε για να βρείτε το $1/3$ του $1/2$;



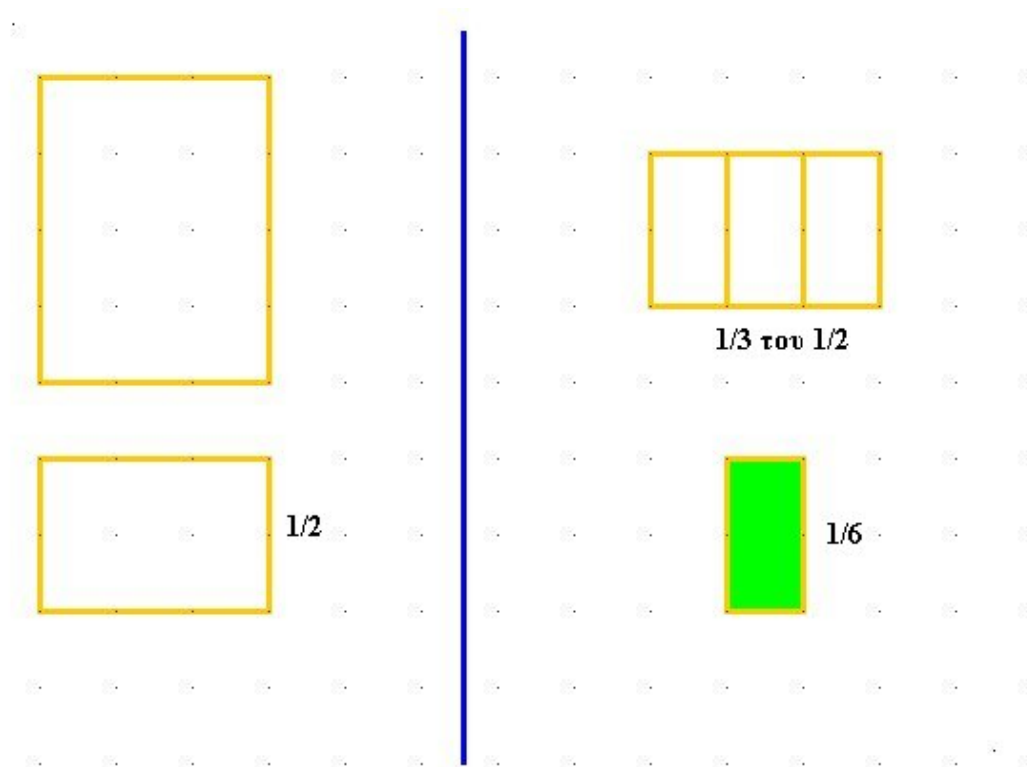
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε στο γεωπίνακα να ορίσετε ένα από τα χρώματα της παλέτας να χρωματίζει την περίμετρο του σχήματος, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω σε αυτό. Ομοίως, μπορείτε να καθορίσετε το χρώμα που θέλετε να έχει το εσωτερικό του σχήματος, κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο χρώμα της παλέτας. Επιλέγοντας την εντολή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα», τα χρώματα εφαρμόζονται σε ένα σχήμα. Για να σχεδιάσετε το εσωτερικό των σχημάτων πατήστε το κουμπί «Γέμισμα».

Χωρίστε το ορθογώνιο σε δύο ίσα μέρη. Καθένα από αυτά αντιστοιχεί στο $\frac{1}{2}$ του αρχικού σχήματος. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα στιγμιότυπο από το σχεδιασμό του ζητούμενου σχήματος. Όπως φαίνεται, το δεύτερο σχήμα είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του αρχικού ορθογωνίου. Αυτό χωρίστηκε σε τρία ίσα μέρη. Καθένα από τα κομμάτια αυτά αποτελεί το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ του ορθογωνίου. Δηλαδή, το μέρος αυτό αντιστοιχεί στο $\frac{1}{6}$ του αρχικού σχήματος.



Ποιες πράξεις πρέπει να κάνουμε για να βρούμε το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ του κλάσματος;

Οι πράξεις που πρέπει να κάνουμε είναι οι εξής:

- Πρώτα να βρούμε το $\frac{1}{2}$ του αρχικού σχήματος.
- Μετά να βρούμε το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ του αρχικού σχήματος.

Έτσι θα έχουμε βρει το $\frac{1}{6}$ του αρχικού σχήματος. Δηλαδή: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία σύγκρισης κλασμάτων. Καλούνται, λοιπόν, με τη βοήθεια του λογισμικού «Μπάρες» να βάλουν σε σειρά μεγέθους τα μοναδιαία κλάσματα $1/2$, $1/3$ κτλ., και στη συνέχεια να συγκρίνουν όσα κλάσματα έχουν κοινό αριθμητή και όσα έχουν κοινό παρονομαστή (ομώνυμα).

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν κλάσματα με κοινό αριθμητή και κλάσματα με κοινό παρονομαστή.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε τρεις φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν κλασματικές μονάδες, στη δεύτερη να συγκρίνουν κλάσματα με κοινό αριθμητή και στην τρίτη κλάσματα με κοινό παρονομαστή.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται με τις μπάρες, προκειμένου να συγκρίνουν τα μοναδιαία κλάσματα.

Φάση 2: Οι μαθητές πειραματίζονται με τις μπάρες, προκειμένου να συγκρίνουν κλάσματα με κοινούς παρονομαστές.

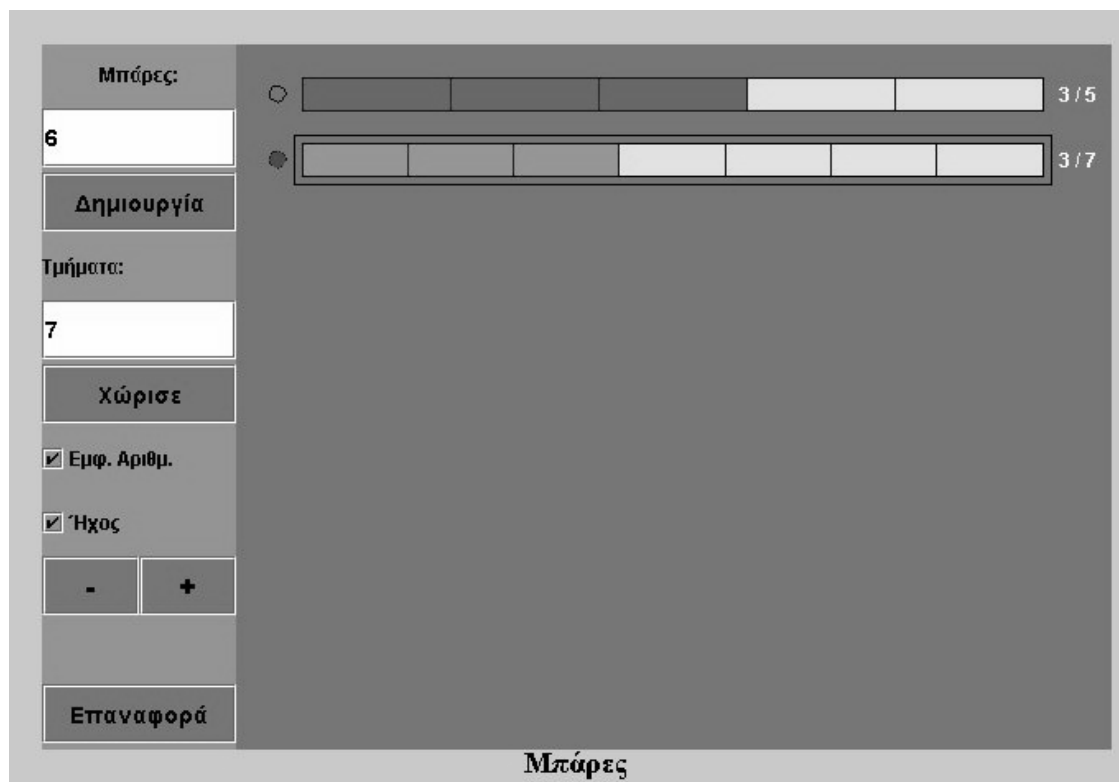
Φάση 3: Οι μαθητές πειραματίζονται με τις μπάρες, προκειμένου να συγκρίνουν κλάσματα με κοινούς αριθμητές.

Το λογισμικό «Μπάρες» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να πετύχουν το σωστό χωρισμό μιας μπάρας και να επιλέξουν συγκεκριμένα μέρη της. Στη διάρκεια των πειραμάτων μπορούν να διατυπώνουν κανόνες σχετικά με τη σύγκριση κλασμάτων. Με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν οι περιπτώσεις όπου μπορούν να συγκριθούν δύο κλάσματα.

Οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν σε κανόνες όπως:

«Όταν τα κλάσματα έχουν ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μικρότερο παρονομαστή».

«Όταν τα κλάσματα είναι ομώνυμα, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή».



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη σύγκριση κλασμάτων και καταλήγουν σε σχετικούς κανόνες.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Μπάρες», επιλέγοντας τα κλάσματα που θέλουν να εμφανίσουν.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να συγκρίνουν και άλλα κλάσματα, επιβεβαιώνοντας, έτσι, τους κανόνες στους οποίους κατέληξαν.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιο από τα κλάσματα $1/2$ και $1/3$ είναι μεγαλύτερο;

Ποιο από τα κλάσματα $1/3$ και $2/3$ είναι μικρότερο;

Ποιον κανόνα χρησιμοποιήσατε για τη σύγκριση κλασμάτων με κοινό παρονομαστή;

Μπορείτε να βάλετε σε μία σειρά, από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο, τα κλάσματα $1/5$, $1/3$, $1/6$, $1/2$, $1/4$;

Ποιον κανόνα χρησιμοποιήσατε για τη σύγκριση κλασμάτων με κοινό αριθμητή;

Μπάρες:	<input type="text"/>	0 / 0
6	<input type="text"/>	0 / 0
Δημιουργία	<input type="text"/>	0 / 0
Τμήματα:	<input type="text"/>	0 / 0
6	<input type="text"/>	0 / 0
Χώριστ	<input type="text"/>	0 / 0
<input type="checkbox"/> Εμφάνιση εθμών		
<input type="checkbox"/> Ήχος		
-	+	
Επανάφορ		

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

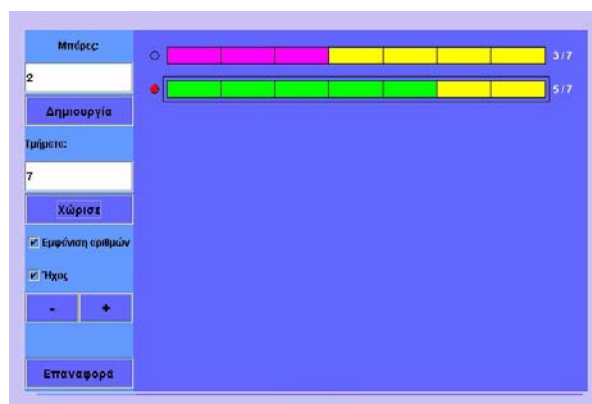
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Σχηματίστε, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα, τα κλάσματα που θέλετε να συγκρίνετε στο λογισμικό «Μπάρες».



Σχηματίστε, σύμφωνα με τις παρακάτω εικόνες, κλάσματα με κοινό αριθμητή και κλάσματα με κοινό παρονομαστή (ομώνυμα) και προχωρήστε σε συγκρίσεις στο λογισμικό «Μπάρες».



Ποιος είναι ο κανόνας για τη σύγκριση κλασμάτων με κοινό αριθμητή;

Ποιος είναι ο κανόνας για τη σύγκριση κλασμάτων με κοινό παρονομαστή;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού και έκφρασης ενός τμήματος από ένα τετράγωνο. Καλούνται, λοιπόν, να χωρίσουν ένα τετράγωνο σε ίσα μέρη και να επιλέξουν ένα συγκεκριμένο μέρος του πλέγματος, το οποίο θα εκφράσουν αριθμητικά. Κατόπιν, και αφού χωρίσουν το πλέγμα με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να επιλέξουν το $1/3$ και το $1/4$ από αυτό, να υπολογίσουν και να εκφράσουν το άθροισμα $1/3 + 1/4$.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκφράσουν με κλάσμα τα μέρη ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση, η οποία είναι προκαταρκτική, οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν και να εκφράσουν το τμήμα εκείνο ενός σχήματος που αντιστοιχεί σε μία έκφραση, π.χ. τα οκτώ εικοστά πέμπτα του. Στη δεύτερη φάση, η οποία αφορά τη δραστηριότητα, να προσδιορίσουν τον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να χωρίσουν το τετράγωνο, ώστε να επιλέξουν και το $1/3$ και το $1/4$ από αυτό, και κατόπιν να υπολογίσουν το άθροισμά τους.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται με το τετράγωνο, προκειμένου να προσδιορίσουν το ζητούμενο μέρος του και να το εκφράσουν κατάλληλα. Θα πρέπει, δηλαδή, να μεταφράσουν τη λεκτική έκφραση ενός κλάσματος σε μία διαδικασία χωρισμού του πλέγματος (εικοστά πέμπτα) και στη συνέχεια να επιλέξουν ένα μέρος αυτού (οκτώ). Τη διαδικασία αυτή θα πρέπει, επίσης, να την εκφράσουν και αριθμητικά, ως κλάσμα ($8/25$). Το λογισμικό «Τετράγωνο» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να πετύχουν το σωστό χωρισμό του τετραγώνου και να προσδιορίσουν το ζητούμενο τμήμα του σχήματος. Τέλος, με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν οι διαφορετικές περιπτώσεις χωρισμού του τετραγώνου σε ίσα μέρη.

Μπορούν, λοιπόν, να χωρίσουν ένα τετράγωνο σε 25 ίσα μέρη, επιλέγοντας στις δύο πλευρές του τους αριθμούς 5-5 ή 1-25 ή 25-1 και χρωματίζοντας οκτώ από τα μέρη αυτά. Υπάρχει, όμως, και άλλος τρόπος χωρισμού του τετραγώνου. Να χωριστεί σε 100 ίσα μέρη με την επιλογή στις δύο πλευρές του των αριθμών 10-10 ή 4-25 ή 20-5 κτλ. και το χρωματισμό των 32 από τα μέρη αυτά. Στη συνέχεια οι μαθητές επιλέγουν το μέρος που τους ζητείται και πατώντας «Εμφάνισε» ελέγχουν την αριθμητική έκφραση του συγκεκριμένου μέρους. Έτσι, χρησιμοποιούν την έννοια των ισοδύναμων κλασμάτων για να εκφράσουν το ζητούμενο μέρος του πλέγματος.

Φάση 2: Οι μαθητές συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τον τρόπο που πρέπει να χωρίσουν το τετράγωνο, ώστε να επιλέξουν το $1/3$ και το $1/4$ από αυτό. Καλούνται, δηλαδή, να μετατρέψουν τα δεδομένα κλάσματα σε ισοδύναμα και ομώνυμα. Στη φάση αυτή θα πρέπει να πειραματιστούν πάνω στον τρόπο χωρισμού του τετραγώνου και να αναζητήσουν έναν κοινό αριθμό με τον οποίο να εκφράζουν και τα δύο κλάσματα. Μία λύση είναι τα κλάσματα $3/12$ και $4/12$. Στο τέλος εντοπίζουν ποιο μέρος του κλάσματος εκφράζει το άθροισμα $1/3 + 1/4$. Ο τρόπος αυτός επιτρέπει στους μαθητές να αποκτήσουν μία οπτική άποψη της διαδικασίας πρόσθεσης δύο ετερόνυμων κλασμάτων: $1/3 + 1/4 = 4/12 + 3/12 = 7/12$.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό συγκεκριμένου μέρους ενός σχήματος και την έκφρασή του με τη βοήθεια των κλασμάτων. Στη συνέχεια εκφράζουν δύο ετερόνυμα κλάσματα ως ομώνυμα και τα προσθέτουν.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Τετράγωνο πλέγμα», επιλέγοντας τον τρόπο με τον οποίο θα το χωρίσουν, ώστε να επιλέξουν το μέρος που τους ζητείται.

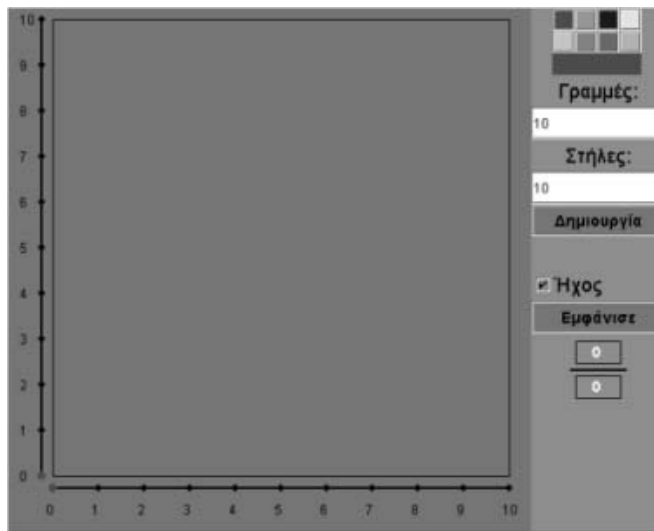
ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πώς πρέπει να χωρίσετε το τετράγωνο πλαίσιο, ώστε να μπορείτε στη συνέχεια να επιλέξετε το μέρος εκείνο που αντιστοιχεί στα οκτώ εικοστά πέμπτα του πλαισίου;

Μπορείτε να χωρίσετε το τετράγωνο πλαίσιο κατάλληλα και να επιλέξετε με κόκκινο χρώμα το $\frac{1}{3}$ και με πράσινο το $\frac{1}{4}$ από αυτό;

Τι μέρος καταλαμβάνουν και τα δύο μέρη, πράσινο και κόκκινο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

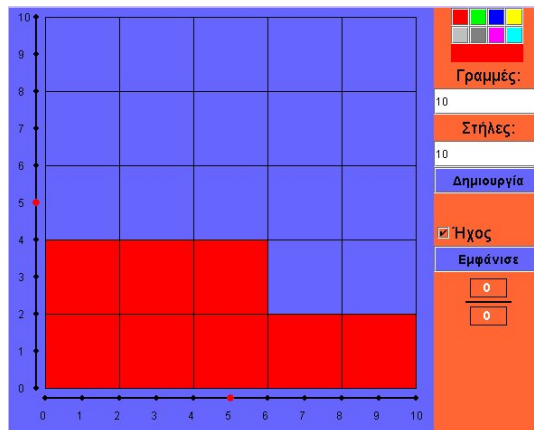
ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

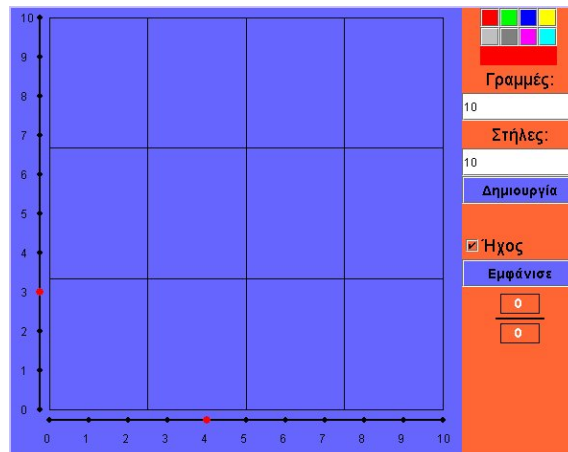
Μπορείτε να χωρίσετε το τετράγωνο σε όσα μέρη θέλετε, αρκεί να μην υπερβαίνουν τα 400. Για παράδειγμα, αν θέλετε να το χωρίσετε σε 20 ίσα μέρη, επιλέξτε τις κουκκίδες που αντιστοιχούν στους αριθμούς:

- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 2 και στην κατακόρυφη αριστερά το 10.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 4 και στην κατακόρυφη αριστερά το 5.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 5 και στην κατακόρυφη αριστερά το 4.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 10 και στην κατακόρυφη αριστερά το 2.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 1 και στην κατακόρυφη αριστερά το 20.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 20 και στην κατακόρυφη αριστερά το 1.
- Επιλέξτε ένα χρώμα της αρεσκείας σας από την παλέτα των χρωμάτων και κάντε αριστερό κλικ στα ορθογώνια που θέλετε.

Η πρώτη από τις παρακάτω εικόνες δείχνει τα 8 από τα 25 μέρη, στα οποία χωρίσαμε το τετράγωνο. Χωρίστε και εσείς ανάλογα το τετράγωνο και επιλέξτε τα 8 από τα 25 μέρη του. Στη συνέχεια πατήστε «Εμφάνισε». Ποιος αριθμός εμφανίζεται;



Για να επιλέξετε το $\frac{1}{3}$ και το $\frac{1}{4}$ του τετραγώνου θα πρέπει να το χωρίσετε σε 12 ίσα μέρη, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΕ ΕΝΑ ΣΧΗΜΑ**1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό****1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας**

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού και έκφρασης ενός συγκεκριμένου τμήματος από ένα σχήμα. Καλούνται, λοιπόν, να προσδιορίσουν ένα μέρος ενός ορθογωνίου και να το εκφράσουν αριθμητικά.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

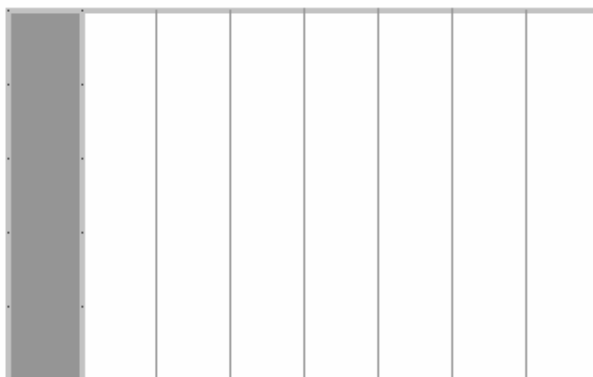
- Να εκφράσουν κλασματικά τα μέρη ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν και να εκφράσουν συγκεκριμένο μέρος ενός σχήματος και στη συνέχεια, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μέρος αυτό, να επαναλάβουν τη διαδικασία προσδιορισμού και έκφρασης του μέρους που εκφράζει.

Οι μαθητές πειραματίζονται στο γεωπίνακα, προκειμένου να προσδιορίσουν το ζητούμενο τμήμα του ορθογωνίου και να το εκφράσουν κατάλληλα. Τρεις είναι οι τρόποι που μπορούν να εργαστούν. Ο ένας είναι να συγκρίνουν τα δύο μέρη με βάση τα τετραγωνίδια που καλύπτουν. Ο δεύτερος είναι να κόψουν το ένα από αυτά σε ίσα μέρη και να καλύψουν το άλλο με τα αντίγραφά του. Ο τρίτος να υπολογίσουν τα εμβαδά τους. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να πετύχουν το σωστό χωρισμό ενός ορθογωνίου και να προσδιορίσουν τι μέρος του αρχικού σχήματος αποτελεί το χρωματισμένο μέρος του. Με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν οι στρατηγικές προσδιορισμού του χρωματισμένου μέρους του σχήματος, όπως συμβαίνει στα παρακάτω σχήματα.





1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

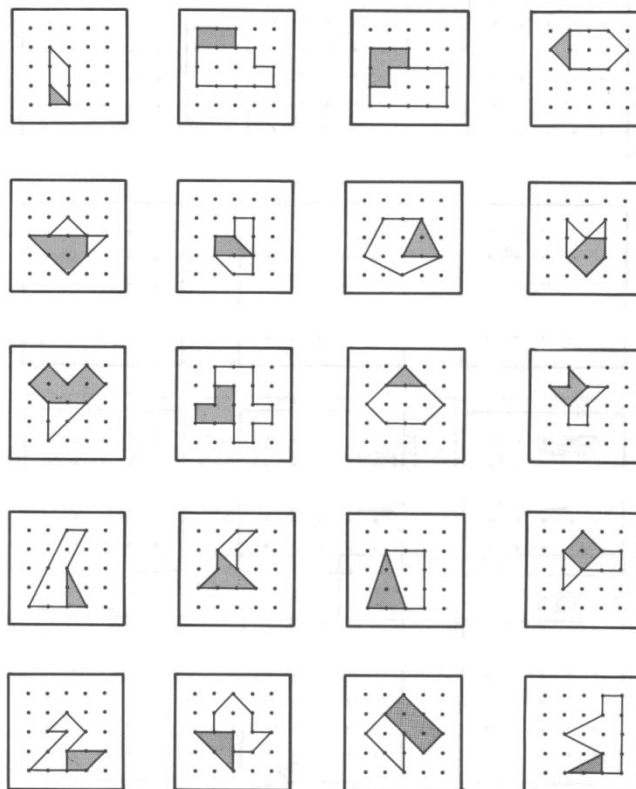
Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό συγκεκριμένου τμήματος από ένα σχήμα και την έκφρασή του με τη βοήθεια των κλασμάτων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Γεωπίνακας», επιλέγοντας τον τρόπο με τον οποίο θα προσδιορίσουν τι μέρος του αρχικού σχήματος αποτελεί το χρωματισμένο μέρος.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να προσδιορίσουν και να εκφράσουν τμήματα διαφόρων σχημάτων, όπως αυτά της παρακάτω εικόνας.



ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΕ ΕΝΑ ΣΧΗΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

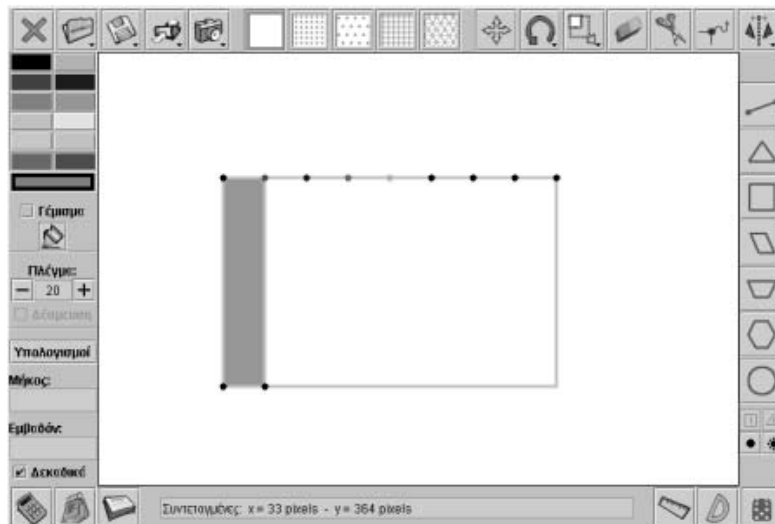
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Τι μέρος του ορθογωνίου αποτελεί το χρωματισμένο σχήμα στο γεωπίνακα;

Επιλέξτε ένα τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 40. Με το εργαλείο «Μετακίνηση/δημιουργία κορυφών» μετακινήστε την κόκκινη κορυφή του γραμμοσκιασμένου μέρους στο διπλανό μπλε σημείο.

Τι μέρος του ορθογωνίου θα καλύπτει τώρα το χρωματισμένο μέρος;

Τι μέρος θα καλυφθεί, αν μετακινήσετε την κορυφή στα επόμενα σημεία;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΕ ΕΝΑ ΣΧΗΜΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

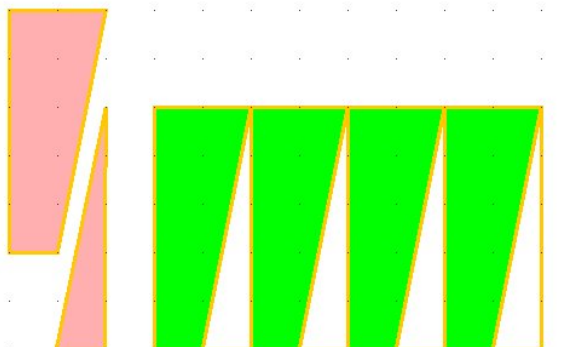
Με το εργαλείο «Μετακίνηση κορυφών πλευρών» επιλέξτε το σημείο Β. Με πατημένο το αριστερό πλήκτρο σύρετε το σημείο αυτό σε ένα από τα επόμενα σημεία. Για να σχεδιάσετε το χρωματισμένο μέρος επιλέξτε:

1. Τα χρώματα που θέλετε να έχει η περίμετρος και το εσωτερικό του σχήματος.
2. Την εντολή «Γέμισμα». Στη συνέχεια κάντε κλικ στον κάδο με το χρώμα.

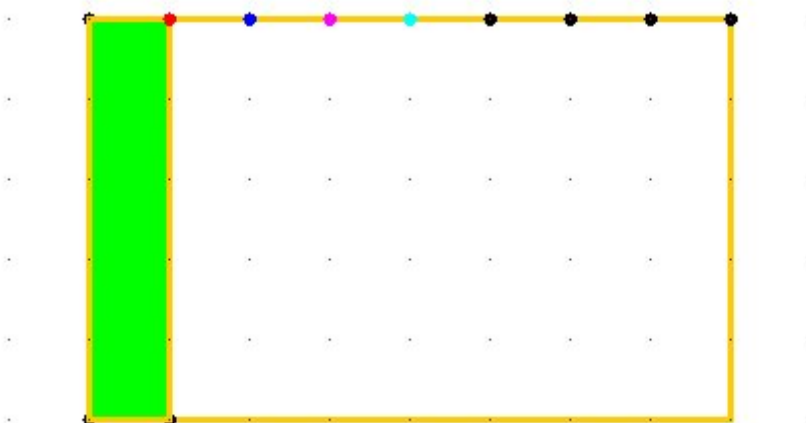
Στη διπλανή εικόνα έχουμε χαράξει με πράσινο χρώμα μερικές ευθείες. Όπως παρατηρείτε, το χρωματισμένο μέρος αποτελεί το $\frac{1}{8}$ του μεγάλου ορθογωνίου. Δηλαδή, το μεγάλο ορθογώνιο χρειάζεται οκτώ χρωματισμένα ορθογώνια για να καλυφθεί. Με άλλα λόγια, το χρωματισμένο ορθογώνιο αντιστοιχεί στο ένα από τα οκτώ μέρη του μεγάλου ορθογωνίου ή στο $\frac{1}{8}$ του ορθογωνίου.



Για να βρείτε τι μέρος του ορθογωνίου καλύπτει το χρωματισμένο μέρος, μπορείτε να δημιουργήσετε αντίγραφα του μέρους αυτού και να τα τοποθετήσετε κατάλληλα, ώστε να καλύψετε το ορθογώνιο σύμφωνα με τη διπλανή εικόνα.



Ένας άλλος τρόπος είναι να υπολογίσετε το εμβαδόν των δύο σχημάτων και στη συνέχεια να προσδιορίσετε το κλάσμα τους. Για παράδειγμα, στην παρακάτω εικόνα τα εμβαδά των δύο σχημάτων είναι αντίστοιχα 40 και 5 τετραγωνίδια του πλέγματος. Επομένως, το μικρό αποτελεί τα $\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$ του μεγάλου.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΠΛΕΓΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού και έκφρασης δεκαδικών αριθμών στο τετράγωνο πλέγμα. Καλούνται, λοιπόν, να χωρίσουν ένα τετράγωνο σε ίσα μέρη και να επιλέξουν το μέρος εκείνο που αντιστοιχεί στο 0,12 του σχήματος. Με άλλα λόγια, θα πρέπει να εκφράσουν ένα δεκαδικό αριθμό σε κλάσμα και στη συνέχεια να χωρίσουν το τετράγωνο, έτσι ώστε να μπορούν να επιλέξουν το μέρος που εκφράζει ο δεκαδικός αυτός.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκφράσουν με δεκαδικούς αριθμούς τα μέρη ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος με δεκαδικό αριθμό.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές εξετάζουν ποιο κλάσμα εκφράζει ο δεκαδικός αριθμός 0,12 και πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό του ζητούμενου μέρους του στο τετράγωνο. Το λογισμικό «Τετράγωνο πλέγμα» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να χωρίσουν το σχήμα κατάλληλα, ώστε να μπορούν να προσδιορίσουν με ένα δεκαδικό αριθμό το ζητούμενο μέρος. Με τη συζήτηση μέσα στην τάξη θα αναδειχθούν οι διαφορετικές περιπτώσεις χωρισμού του τετραγώνου. Για παράδειγμα, μπορούν να επιλέξουν στις δύο πλευρές του τετραγώνου τους αριθμούς 10-10 και να επιλέξουν τα 12 από τα 100 τετραγωνίδια. Μπορούν ακόμη να το χωρίσουν σε 50 ίσα μέρη (5-10) και να επιλέξουν τα έξι από αυτά ή σε 25 μέρη (5-5) και να επιλέξουν τα τρία από αυτά. Στη συνέχεια χρωματίζουν με το ποντίκι τους το ζητούμενο μέρος και με την επιλογή «Εμφάνισε» ελέγχουν την αριθμητική έκφραση του μέρους που επιλέγουν.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό μέρους ενός σχήματος, το οποίο να αντιστοιχεί σε ένα δεκαδικό αριθμό, και, αντιστρόφως, εκφράζουν με δεκαδικό αριθμό ένα κλάσμα του σχήματος. Κατόπιν δημιουργούν οπτικές αναπαραστάσεις των δεκαδικών αριθμών.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Τετράγωνο πλέγμα», καθορίζοντας το πλήθος των δεκάτων και των εκατοστών που χρειάζονται, για να εκφράσουν το ζητούμενο μέρος του τετραγώνου.

1.6. Προεκτάσεις

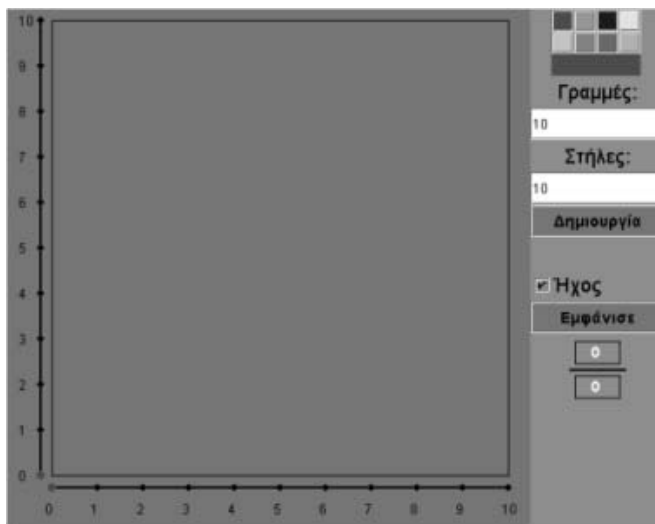
Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για τον προσδιορισμό και την έκφραση και άλλων δεκαδικών αριθμών.

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΠΛΕΓΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στο παρακάτω πρόγραμμα με τίτλο «Τετράγωνο πλέγμα» μπορείτε να καθορίσετε σε πόσα ίσα μέρη θέλετε να χωρίσετε το τετράγωνο πλαίσιο, επιλέγοντας τις κουκκίδες που αντιστοιχούν στις γραμμές και τις στήλες στις οποίες θα χωριστεί.

Πώς πρέπει να χωρίσετε το τετράγωνο, ώστε να μπορείτε να επιλέξετε το 0,12 από αυτό;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

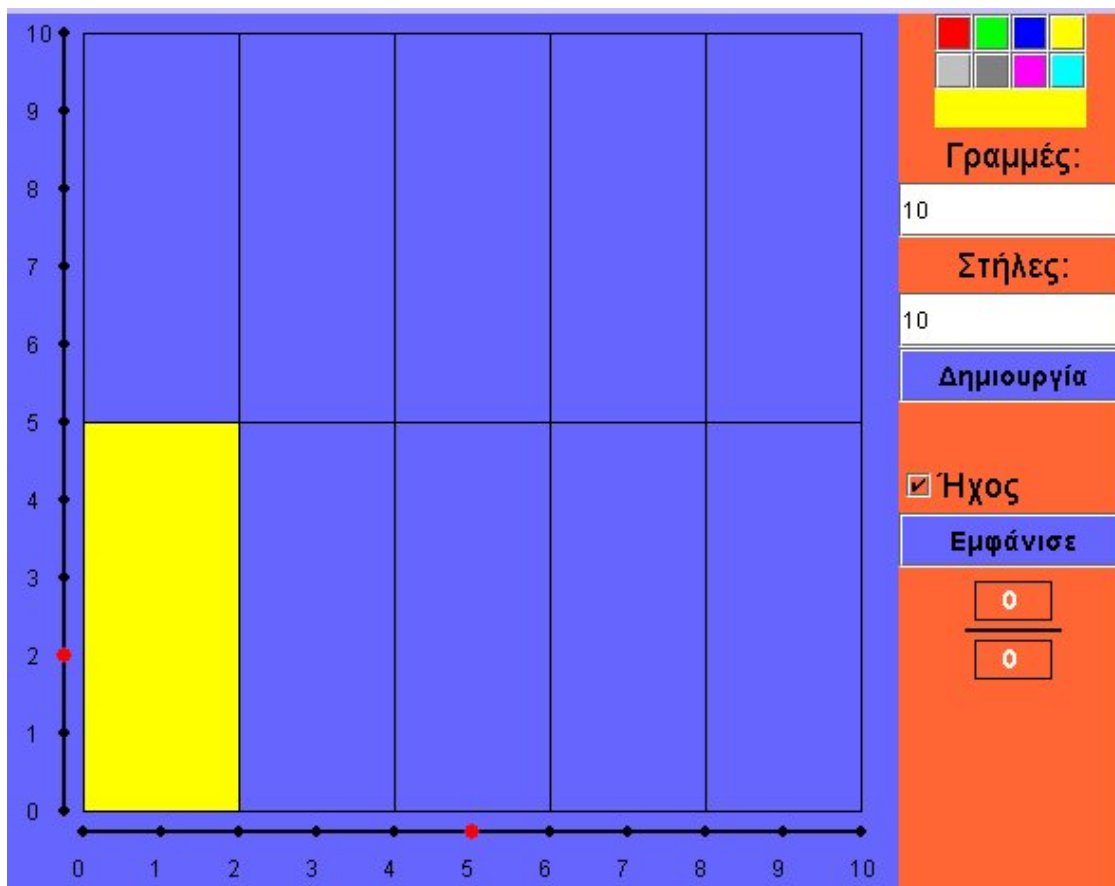
ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΠΛΕΓΜΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να χωρίσετε το τετράγωνο σε όσα μέρη θέλετε, αρκεί να μην υπερβαίνουν τα 400. Για παράδειγμα, αν θέλετε να το χωρίσετε σε 20 ίσα μέρη, επιλέξτε τις κουκκίδες που αντιστοιχούν στους αριθμούς:

- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 2 και στην κατακόρυφη αριστερά το 10.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 4 και στην κατακόρυφη αριστερά το 5.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 5 και στην κατακόρυφη αριστερά το 4.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 10 και στην κατακόρυφη αριστερά το 2.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 1 και στην κατακόρυφη αριστερά το 20.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 20 και στην κατακόρυφη αριστερά το 1.
- Επιλέξτε ένα χρώμα της αρεσκείας σας από την παλέτα των χρωμάτων και κάντε αριστερό κλικ στα ορθογώνια που θέλετε.

Η παρακάτω εικόνα αναπαριστά το δεκαδικό αριθμό 0,1.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟΝ ΚΕΡΜΑΤΟΔΕΚΤΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού και έκφρασης δεκαδικών αριθμών με δύο δεκαδικά ψηφία στον κερματοδέκτη. Καλούνται, λοιπόν, να επιλέξουν τον αριθμό των θέσεων και το πλήθος των κερμάτων που χρειάζονται για να εμφανίσουν τον αριθμό 34,25.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκφράσουν συμβολικά και να ονομάσουν δεκαδικούς αριθμούς με δύο δεκαδικά ψηφία.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος με δεκαδικό αριθμό, αποτελούμενο από δύο δεκαδικά ψηφία.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν το πλήθος των κερμάτων που χρειάζονται για να σχηματίσουν τον αριθμό 34,25 και να καταναείμουν τα κέρματα στις κατάλληλες θέσεις του αριθμού.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό και στην έκφραση του ζητούμενου δεκαδικού αριθμού στον κερματοδέκτη. Με τη συζήτηση μέσα στην τάξη θα αναδειχθεί ο τρόπος συμβολισμού και ονομασίας των δεκαδικών αριθμών, αλλά και ο ρόλος του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης και γραφής φυσικών αριθμών στο συμβολισμό και στην έκφραση δεκαδικών αριθμών. Με τον τρόπο αυτό κατανοούν το γεγονός ότι το ψηφίο της μονάδας (1) αποκτά διαφορετική αξία, ανάλογα με τη θέση στην οποία τοποθετείται.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό του ελάχιστου πλήθους των ψηφίων που χρειάζονται, προκειμένου να σχηματίσουν το δεκαδικό αριθμό 34,25. Κατόπιν δημιουργούν οπτικές και συμβολικές αναπαραστάσεις δεκαδικών αριθμών με δύο δεκαδικά ψηφία.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα στον «Κερματοδέκτη», επιλέγοντας το πλήθος των κερμάτων που χρειάζονται για να αναπαραστήσουν δεκαδικούς αριθμούς.

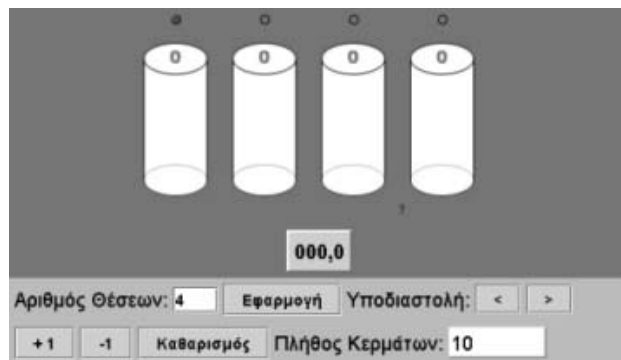
1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να προσδιορίσουν και να εκφράσουν και άλλους δεκαδικούς αριθμούς με δύο ως έξι ψηφία.

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟΝ ΚΕΡΜΑΤΟΔΕΚΤΗ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσες θέσεις πρέπει να έχει ο κερματοδέκτης και πόσα κέρματα χρειάζεται να πληκτρολογήσετε στη θέση «Πλήθος κερμάτων», για να μπορέσετε να αναπαραστήσετε τον αριθμό 34,25;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟΝ ΚΕΡΜΑΤΟΔΕΚΤΗ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

1. Επιλογή θέσεων: Πληκτρολογήστε στον ειδικό χώρο «Αριθμός ψηφίων» τον αριθμό των θέσεων που θέλετε να έχει ο κερματοδέκτης και κάντε αριστερό κλικ στο κουμπί «Εφαρμογή». Μπορείτε να πληκτρολογήσετε από δύο ως έξι θέσεις για: εκατοστά, δέκατα, μονάδες, δεκάδες μονάδες, εκατοντάδες μονάδες και χιλιάδες μονάδες.

2. Επιλογή διαθέσιμων κερμάτων: Στην ειδική θέση κάτω αριστερά πληκτρολογήστε το διαθέσιμο αριθμό των κερμάτων της μικρότερης αξίας. Προσοχή! Τα κέρματα πριν τοποθετηθούν στον κερματοδέκτη δεν έχουν καμία αξία. Όμως αποκτούν αξία όταν τοποθετηθούν στις θέσεις του κερματοδέκτη. Αποκτούν την αξία της θέσης.

3. Πρόσθεση και αφαίρεση κερμάτων στον κερματοδέκτη: Το πρόγραμμα επιτρέπει να προσθέσετε ή να αφαιρέσετε κέρματα από κάθε κουτί με τα κουμπιά «+1 Μονάδα» και «-1 Μονάδα». Μπορείτε σε μια θέση να προσθέσετε όσα κέρματα θέλετε. Προσοχή! Μία θέση μπορεί να χωρέσει μέχρι 9 κέρματα. Αν επιχειρήσετε να προσθέσετε ένα ακόμη κέρμα, το πρόγραμμα σας ρωτά αν θέλετε να κάνετε την πρόσθεση ή να την ακυρώσετε.

Σας εξηγεί ότι αν προσθέσετε ένα ακόμα, αυτό θα μεταφερθεί αυτόματα στην επόμενη θέση και θα επιστραφούν τα υπόλοιπα εννέα κέρματα στο διαθέσιμο πλήθος. Αυτό γίνεται διότι το κέρμα που θα μεταφερθεί στην επόμενη θέση έχει 10πλάσια αξία από τη θέση στην οποία αρχικά τοποθετήθηκε.

Μπορείτε να αφαιρέσετε κέρματα από μία θέση με το κουμπί «-1».

4. Επιλογή της θέσης της υποδιαστολής: Με τα κουμπιά «>», «<» μπορείτε να μετακινείτε την υποδιαστολή στη θέση που θέλετε και να καθορίζετε έτσι την αξία των νομισμάτων κάθε θέσης.

5. Καθαρισμός: Με το κουμπί «Καθαρισμός» μπορείτε να καθαρίσετε όλες τις επιλογές σας και να αρχίσετε από την αρχή.

Επιλέξτε το πλήθος των θέσεων του κερματοδέκτη, καθώς και τη θέση της υποδιαστολής. Σκεφτείτε πόσα κέρματα χρειάζεστε σε κάθε θέση του κερματοδέκτη. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα στιγμιότυπο από τη διαδικασία. Πόσα κέρματα χρησιμοποιήθηκαν και πόσα χρειάζονται ακόμη;



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΜΜΗ**1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό**

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα πρέπει να χωρίσουν την αριθμογραμμή σε δέκα ίσα μέρη και να προσδιορίσουν διάφορους αριθμούς που πρέπει να πληκτρολογήσουν στα δύο άκρα της, ώστε σε κάποια θέση ανάμεσά τους να εμφανιστεί ο αριθμός 3,24.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να τοποθετήσουν δεκαδικούς αριθμούς σε μία αριθμογραμμή.
- Να παρεμβάλλουν δεκαδικούς αριθμούς ανάμεσα σε δύο άλλους.
- Να διακρίνουν τη σημασία που έχει καθένα από τα ψηφία ενός δεκαδικού αριθμού.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να αναπτυχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές εξετάζουν πώς μπορούν να χωρίσουν την αριθμογραμμή στον κατάλληλο αριθμό τμημάτων, ώστε επιλέγοντας τους σωστούς αριθμούς στα άκρα της, να εμφανιστεί ο αριθμός 3,24. Ένας πρώτος τρόπος είναι η αριθμογραμμή να χωριστεί σε δέκα ίσα μέρη και στα άκρα της να πληκτρολογηθούν οι αριθμοί 3.2 και 3.3. Ο εκπαιδευτικός, ωστόσο, μπορεί να παροτρύνει τους μαθητές να εφαρμόσουν και άλλον τρόπο χωρισμού της αριθμογραμμής. Για παράδειγμα, να χωριστεί σε δύο ίσα μέρη και στα άκρα της να πληκτρολογηθούν οι αριθμοί 3.22 και 3.26.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας ο εκπαιδευτικός επικεντρώνει την προσοχή του στα εξής σημεία:

- Να αντιληφθούν οι μαθητές ότι ένας δεκαδικός αριθμός μπορεί να εμφανιστεί ανάμεσα σε άλλους, ανάλογα με τον τρόπο χωρισμού του διαστήματος που καταλαμβάνουν.
- Να ενθαρρύνει τους μαθητές πρώτα να προβλέπουν και μετά να ελέγχουν τους αριθμούς.
- Να τους παροτρύνει, επίσης, να καταλήγουν σε κανόνες σχετικούς με την τοποθέτηση των δεκαδικών αριθμών σε μία ευθεία.

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΜΜΗ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Χωρίστε την αριθμογραμμή σε δέκα ίσα μέρη. Πληκτρολογήστε διάφορους αριθμούς στο αριστερό και το δεξί λευκό κουτάκι, ώστε να εμφανιστεί σε ένα από τα ενδιάμεσα κουτάκια ο αριθμός 3,24.

Χωρίσε σε: ίσα μέρη Ήχος

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΜΜΗ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

1. Χωρισμός της αριθμογραμμής σε δέκα ίσα μέρη: Πληκτρολογήστε τον αριθμό 10 στο λευκό κουτί και επιλέξτε την εντολή «Χώρισε».

2. Ο πρώτος και ο τελευταίος αριθμός: Επιλέξτε με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού το πρώτο λευκό κουτάκι αριστερά. Πληκτρολογήστε τον αριθμό που θέλετε να έχετε στην αρχή. Επιλέξτε το τελευταίο λευκό κουτάκι και πληκτρολογήστε τον τελευταίο αριθμό.

3. Οι ενδιάμεσοι αριθμοί: Πληκτρολογήστε μέσα στα λευκά κουτάκια, που βρίσκονται κάτω από τη γραμμή, τους αριθμούς που πρέπει να δείχνουν τα σημεία διαίρεσης. Διαδοχικά, τον ένα κατόπιν του άλλου, έως ότου τελειώσουν όλοι.

4. Έλεγχος αν είναι σωστοί: Επιλέξτε το κουμπί με τη λέξη «Εμφάνισε». Συγκρίνετε τους αριθμούς που γράψατε με εκείνους που εμφανίστηκαν στα κυκλάκια. Κάντε όσες διορθώσεις χρειάζονται.

5. Άλλος τρόπος: Μπορείτε να ζητήσετε από το πρόγραμμα να εμφανίσει τους ενδιάμεσους αριθμούς έναν έναν, επιλέγοντας το κουμπί «>». Έτσι μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το πρόγραμμα για να καταλάβετε τον τρόπο με τον οποίο χωρίζεται η αριθμογραμμή. Κατόπιν συμπληρώνετε μόνοι σας τις υπόλοιπες ταμπέλες.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού δεκαδικών αριθμών σε μία αριθμογραμμή. Καλούνται, λοιπόν, να βρουν τους δεκαδικούς αριθμούς που πρέπει να τοποθετηθούν στα άδεια κουτάκια μιας εικόνας και, κατόπιν πειραμάτων, να καταλήξουν σε έναν κανόνα με τον οποίο θα προσδιορίζουν δεκαδικούς αριθμούς που ανήκουν στο διάστημα δύο αριθμών, όταν αυτό διαιρεθεί σε ίσα μέρη.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να υπολογίσουν, με τη βοήθεια του συστήματος γραφής δεκαδικών αριθμών, τους αριθμούς εκείνους που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης ενός διαστήματος δεκαδικών αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν την ανάγκη για διαφορετική μονάδα διαίρεσης ενός διαστήματος, ανάλογα με τους αριθμούς που πρέπει να αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

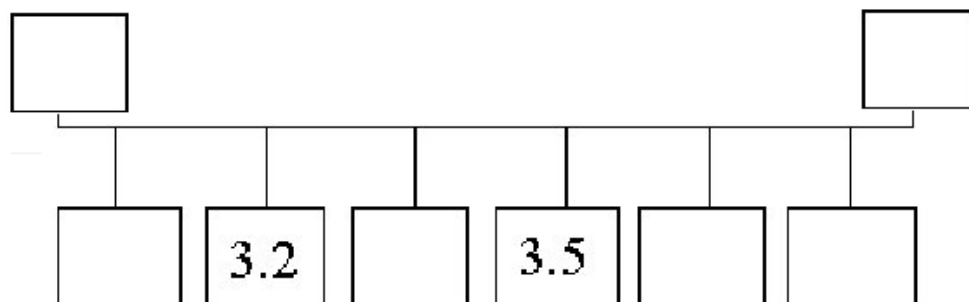
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να εντοπίσουν τους αριθμούς εκείνους που πρέπει να συμπληρωθούν στα κουτάκια, ώστε να αντιστοιχούν σωστά στα σημεία διαίρεσης, και κατόπιν να εξάγουν κανόνες για τον τρόπο διαίρεσης της αριθμογραμμής, σύμφωνα πάντα με το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Για παράδειγμα, μπορούν να τοποθετήσουν τους αριθμούς 3,2 και 3,5 στα άκρα της αριθμογραμμής και, αφού τη χωρίσουν σε δύο ίσα μέρη, να βρουν τον ενδιάμεσο αριθμό. Στη συνέχεια, τη διαφορά μεταξύ των διαδοχικών αυτών αριθμών μπορούν να την προσθέσουν ή να την αφαιρέσουν από τους γνωστούς αριθμούς που εμφανίζονται στην εικόνα και να προσδιορίσουν, έτσι, τους υπόλοιπους αριθμούς που πρέπει να τοποθετήσουν στα άδεια κουτάκια.

Οι μαθητές διερευνούν τα ερωτήματα του θέματος και συζητούν μέσα στην τάξη σχετικά με τα αποτελέσματά τους. Για παράδειγμα, σχολιάζουν τα χαρακτηριστικά των αριθμών που βρίσκονται στα άκρα της αριθμογραμμής, για την εμφάνιση των ζητούμενων αριθμών.



Το λογισμικό «Αριθμογραμμή» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν διάφορα πειράματα, προκειμένου να διαμορφώσουν μια σωστή εκτίμηση για το θέμα. Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων θα διαπιστώσουν ότι μπορούν να τοποθετούν διάφορους αριθμούς στα άκρα της αριθμογραμμής και να τη χωρίζουν σε όσα μέρη θέλουν. Οι μαθητές αναμένεται να διατυπώσουν κανόνες υπολογισμού των ενδιάμεσων αριθμών και των αριθμών που βρίσκονται στα άκρα της αριθμογραμμής, στους οποίους θα εμπλέκεται η διαφορά των δεδομένων αριθμών και το πλήθος των ενδιάμεσων, όπως επίσης και η πράξη της διαίρεσης. Για παράδειγμα, μπορούν να διατυπώσουν έναν κανόνα εύρεσης του αριθμού εκείνου που πρέπει κάθε φορά να προσθέτουν για να βρουν τον επόμενο αριθμό, αφαιρώντας τους δύο δεδομένους αριθμούς και διαιρώντας τη διαφορά τους με το πλήθος των τμημάτων στα οποία είναι χωρισμένοι.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται διαστήματα δεκαδικών αριθμών, τα οποία χωρίζουν σε διάφορα μέρη. Καθώς η αριθμογραμμή έχει συγκεκριμένο μήκος, οι μαθητές αναγκάζονται να επιλέγουν διαφορετική μονάδα διαίρεσης κάθε φορά. Αν, για παράδειγμα, θέλουν να χωρίσουν το διάστημα από 0 έως 1 σε δέκα ίσα μέρη, η μονάδα διαίρεσης θα έχει μήκος 0,1. Αν θέλουν να χωρίσουν σε δέκα ίσα μέρη το διάστημα από 1 έως 3, η μονάδα θα έχει μήκος 0,2 κ.ο.κ.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

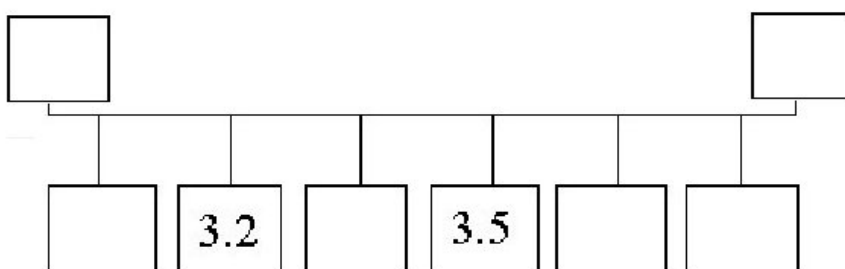
Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Αριθμογραμμή», πληκτρολογώντας στα άκρα της τους αριθμούς που θέλουν.

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιους αριθμούς πρέπει να συμπληρώσετε στα κενά κουτάκια της παρακάτω εικόνας;



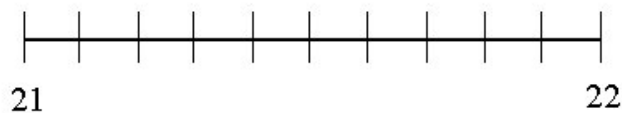
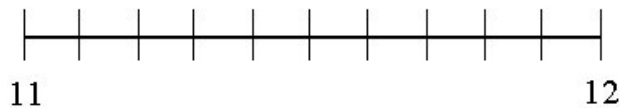
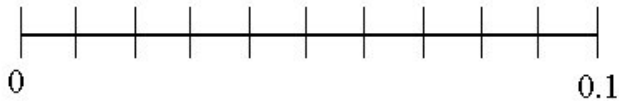
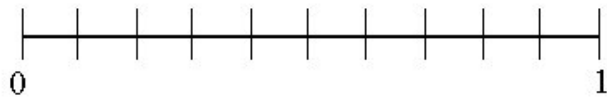
A screenshot of a digital math interface. It shows a number line from 0.0 to 1.8. There are three empty boxes above the line and three empty boxes below the line. There are also three empty ovals above the line and three empty ovals below the line. At the bottom, there is a control bar with buttons: "Χώρισε σε: 8", "ίσα μέρη", "Χώρισε", "Εμφάνισε", ">", and a checked checkbox for "Ήχος".

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Απαντήστε πρώτα στο παρακάτω παράδειγμα.

Ποιοι αριθμοί αντιστοιχούν στα βέλη της παρακάτω εικόνας; Η αντίστοιχη αριθμογραμμή είναι χωρισμένη σε 10 ίσα μέρη; Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα «αριθμογραμμή» για να βρείτε τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία που δείχνουν τα βέλη.



Στη συνέχεια, για να βρείτε τον αριθμό που είναι μεταξύ των 3,5 και 3,2 στην αρχική δραστηριότητα σκεφτείτε ότι ο ζητούμενος αριθμός απέχει ίδια απόσταση από το 3,2 και το 3,5.

Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό αυτό; Μπορείτε στη συνέχεια να βρείτε και τους άλλους ζητούμενους αριθμούς;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΓΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού του αθροίσματος δύο δεκαδικών αριθμών στο ηλεκτρονικό κατάστημα. Καλούνται, λοιπόν, να επιλέξουν δύο αντικείμενα από τα ράφια του καταστήματος και να σχηματίσουν το ακριβές αντίτιμό τους. Δηλαδή, να προσθέσουν τους δύο δεκαδικούς αριθμούς και στη συνέχεια να σχηματίσουν το άθροισμά τους σε ευρώ.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκτιμήσουν σωστά τον αμέσως μεγαλύτερο του αθροίσματος δυο δεκαδικών αριθμών, φυσικό αριθμό, χωρίς να κάνουν την πρόσθεση.
- Να εκφράσουν το άθροισμα δύο δεκαδικών αριθμών.
- Να εκφράσουν, επίσης, τους δεκαδικούς αριθμούς και το άθροισμά τους με τη βοήθεια νομισμάτων του ευρώ.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος με δεκαδικό αριθμό, αποτελούμενο από δύο δεκαδικά ψηφία.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να επιλέξουν δύο αντικείμενα στο ηλεκτρονικό κατάστημα και, αφού προσθέσουν τις τιμές τους, να εκφράσουν το άθροισμά τους με νομίσματα.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην εκτίμηση του φυσικού αριθμού που είναι ο αμέσως μεγαλύτερος του αθροίσματος δύο δεκαδικών αριθμών. Κατόπιν χρησιμοποιούν το ευρώ και τις υποδιαίρεσεις του για να σχηματίσουν το άθροισμα των δυο δεκαδικών αριθμών και να αγοράσουν τα δύο αντικείμενα. Το λογισμικό «Ηλεκτρονικό κατάστημα» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν συνδυασμό αντικειμένων και να σχηματίζουν το άθροισμα δύο δεκαδικών αριθμών. Με τη συζήτηση μέσα στην τάξη θα αναδειχθεί ο τρόπος εκτίμησης του αμέσως μεγαλύτερου του αθροίσματος δύο δεκαδικών αριθμών, φυσικού αριθμού, χωρίς την εύρεσή του εν λόγω αθροίσματος, αλλά και η έκφρασή του με τη βοήθεια νομισμάτων του ευρώ.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται, στο πλαίσιο μιας αγοράς, τον προσδιορισμό του αθροίσματος δύο δεκαδικών αριθμών με τη βοήθεια νομισμάτων του ευρώ. Κατόπιν δημιουργούν οπτικές αναπαραστάσεις των δεκαδικών αριθμών και του αθροίσματός τους.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Ηλεκτρονικό κατάστημα», επιλέγοντας ζεύγη αντικειμένων και εκφράζοντας το άθροισμα των τιμών τους.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση και για άλλους δεκαδικούς αριθμούς με τη βοήθεια νομισμάτων του ευρώ.

ΑΓΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να αγοράσετε από το ηλεκτρονικό κατάστημα της σελίδας την μπάλα που βρίσκεται στο κάτω ράφι αριστερά και το κουτί που βρίσκεται στο κάτω ράφι δεξιά;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΓΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να αγοράσετε ένα αντικείμενο θα πρέπει να καταφέρετε να το βάλετε στο καλάθι. Θα πρέπει λοιπόν:

1. Να μάθετε την τιμή του προϊόντος: Αυτό γίνεται κάνοντας κλικ με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού πάνω στο αντικείμενο. Η τιμή του εμφανίζεται στην ταμειακή μηχανή.

2. Να πάρετε χρήματα από την τράπεζα: Μπορείτε να ζητήσετε από την τράπεζα τα χρήματα που θέλετε, πληκτρολογώντας στο ειδικό πλαίσιο πόσα ευρώ χρειάζεστε για την αγορά δύο αντικειμένων.

Προσοχή: Η τράπεζα δίνει μόνο ευρώ.

3. Να σχηματίσετε το ακριβές ποσό στα τρία συρτάρια: Τα ευρώ που ζητήσατε βρίσκονται στο πρώτο συρτάρι αριστερά. Μπορείτε να χαλάσετε 1 ευρώ σε δεκάλεπτα, μεταφέροντάς το στο δεξί συρτάρι. Ομοίως, μπορείτε να χαλάσετε ένα δεκάλεπτο μεταφέροντάς το στο δεξί συρτάρι. Όσα νομίσματα περισσεύουν μπορείτε να τα επιστρέψετε στον κουμπαρά της τράπεζας.

4. Να πληρώσετε: Κάντε αριστερό κλικ στο κουμπί «Πλήρωσε». Η πληρωμή γίνεται αυτόματα.

5. Να τοποθετήσετε το αντικείμενο στην ειδική θέση: Αν έχετε σχηματίσει το ακριβές ποσό που χρειάζεστε για να αγοράσετε τα δύο αντικείμενα και τα έχετε πληρώσει, μπορείτε να τα μεταφέρετε με το ποντίκι σας στη θέση δίπλα στην ταμειακή μηχανή.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΥΟ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία νοερού προσδιορισμού του αθροίσματος δύο δεκαδικών αριθμών και εμφάνισης αυτού στον κερματοδέκτη. Καλούνται, λοιπόν, να επιλέξουν το ελάχιστο πλήθος των κερμάτων που τους χρειάζονται προκειμένου να εμφανίσουν στον κερματοδέκτη το άθροισμά τους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να υπολογίσουν νοερά το άθροισμα δυο δεκαδικών αριθμών.
- Να εκφράσουν το άθροισμα δύο δεκαδικών αριθμών στον κερματοδέκτη.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση του αθροίσματος δυο δεκαδικών αριθμών αποτελούμενων από δύο δεκαδικά ψηφία.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Η δραστηριότητα μπορεί να διεξαχθεί ως εξής: Οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν νοερά το άθροισμα των δύο δεκαδικών αριθμών και στη συνέχεια να προβλέψουν το λιγότερο πόσα κέρματα χρειάζονται για να εμφανίσουν το άθροισμα στον κερματοδέκτη. Με άλλα λόγια, καλούνται να εφαρμόσουν μια διαδικασία πρόσθεσης δεκαδικών αριθμών με το νου τους, καθώς και έναν τρόπο ελέγχου της ορθότητας του αποτελέσματος. Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας οι μαθητές αναμένεται:

(1) Να μπορούν να υπολογίσουν νοερά το άθροισμα των ψηφίων της ίδιας τάξης και να διαχειριστούν σωστά τα κρατούμενα. Δηλαδή: (α) να υπολογίσουν το άθροισμα $35,12 + 74,65 = 109,77$, (β) να επιλέξουν ο κερματοδέκτης να έχει πέντε θέσεις, (γ) να τοποθετήσουν την υποδιαστολή στη δεύτερη από δεξιά θέση και (δ) να έχουν ελάχιστο αριθμό κερμάτων 24. Στη συνέχεια τοποθετούν σε κάθε θέση τα ανάλογα κέρματα και εμφανίζουν τον αριθμό 109,77, επιβεβαιώνοντας έτσι τους υπολογισμούς τους.

(2) Να μην μπορούν να προβλέψουν σωστά το πλήθος των ψηφίων του αθροίσματος και άρα το πλήθος των θέσεων του κερματοδέκτη. Αυτό σημαίνει ότι δυσκολεύονται να υπολογίσουν νοερά το άθροισμα και δεν μπορούν να κάνουν εκτιμήσεις, βασιζόμενοι στο πλήθος των ψηφίων των δύο αριθμών που ανήκουν στην ίδια τάξη. Η προτροπή να κάνουν εκτιμήσεις και να τις ελέγχουν με τον κερματοδέκτη τους βοηθά να σχηματιστούν μια διαδικασία υπολογισμού του αθροίσματος με το νου τους, καθώς και έναν τρόπο ελέγχου αυτού. Για παράδειγμα, οι μαθητές μπορούν να εκτιμήσουν ότι:

- Για τη θέση των εκατοστών χρειάζονται $2 + 5 = 7$ κέρματα.
- Για τη θέση των δεκάτων χρειάζονται $1 + 6 = 7$ κέρματα.
- Για τη θέση των μονάδων χρειάζονται $5 + 4 = 9$ κέρματα.
- Για τη θέση των δεκάδων χρειάζονται $3 + 7 = 10$ κέρματα.

Επομένως, χρειάζονται συνολικά 33 κέρματα. Ωστόσο, όταν τοποθετήσουν τα κέρματα στις θέσεις τους, θα διαπιστώσουν ότι:

- (1) Δεν μπορούν να τοποθετήσουν 10 κέρματα στη θέση των δεκάδων και ότι, αντί αυτών, χρειάζονται 1 μόνο κέρμα για τη θέση των εκατοντάδων.
(2) Χρειάζονται μόνο 24 κέρματα για να εμφανίσουν το άθροισμα.

Η διαδικασία που περιγράφεται εδώ φανερώνει και το ρόλο του κερματοδέκτη στην υποστήριξη της πρόσθεσης δεκαδικών αριθμών νοητικά. Οι μαθητές, ενώ δεν δυσκολεύονται να κάνουν νοερά τις προσθέσεις των ψηφίων της ίδιας τάξης και να εμφανίσουν το αποτέλεσμα στον κερματοδέκτη, συναντούν δυσκολίες στη διαχείριση των κρατούμενων, όταν αυτά υπάρχουν. Η απαίτηση της εμφάνισης του αθροίσματος στον κερματοδέκτη καθιστά φανερή αυτή τη δυσκολία και τους υποδεικνύει τον τρόπο διαχείρισης των κρατούμενων στην περίπτωση που το άθροισμα των ψηφίων μιας τάξης ξεπερνά το 9.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται, τον προσδιορισμό του αθροίσματος δύο δεκαδικών αριθμών με τη βοήθεια κερμάτων τα οποία αποκτούν την αξία της θέσης που τοποθετούνται.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Κερματοδέκτης», επιλέγοντας ζεύγη αντικειμένων και εκφράζοντας το άθροισμα των τιμών τους.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση και για άλλους δεκαδικούς αριθμούς.

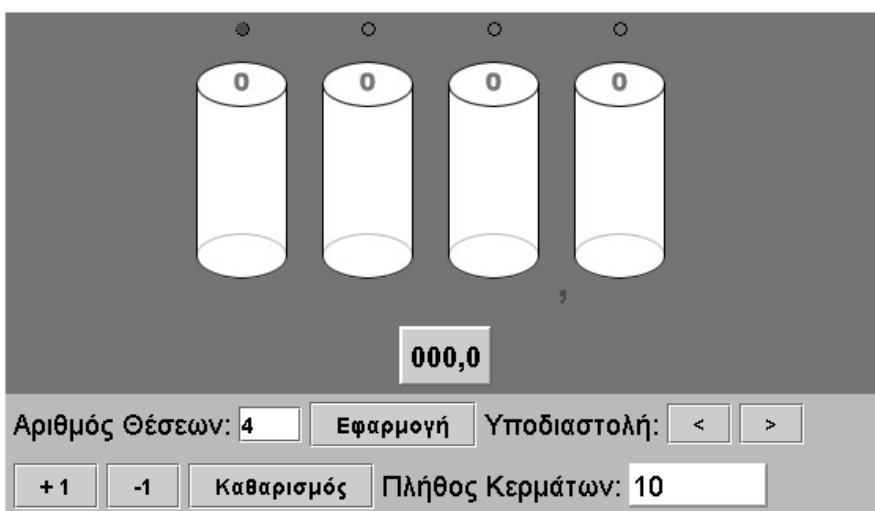
ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΥΟ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να υπολογίσετε με το νου σας το άθροισμα των δεκαδικών αριθμών 35,12 και 74,65;

Πόσα κέρματα χρειάζεστε για να εμφανίσετε το άθροισμα αυτό στον «Κερματοδέκτη»;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΥΟ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

1. Επιλογή θέσεων: Πληκτρολογήστε στον ειδικό χώρο «Αριθμός ψηφίων» τον αριθμό των θέσεων που θέλετε να έχει ο κερματοδέκτης και κάντε αριστερό κλικ στο κουμπι «Εφαρμογή». Μπορείτε να πληκτρολογήσετε από δύο ως έξι θέσεις για: λεπτά, δεκάλεπτα, μονάδες, δεκάδες μονάδες, εκατοντάδες μονάδες και χιλιάδες μονάδες.

2. Επιλογή διαθέσιμων κερμάτων: Στην ειδική θέση κάτω αριστερά πληκτρολογήστε το διαθέσιμο αριθμό κερμάτων της μικρότερης αξίας. Προσοχή! Τα κέρματα πριν τοποθετηθούν στον κερματοδέκτη δεν έχουν καμιά αξία. Ωστόσο, όταν τοποθετηθούν στον κερματοδέκτη, αποκτούν την αξία της θέσης που κατέχουν.

3. Πρόσθεση και αφαίρεση κερμάτων στον κερματοδέκτη: Το πρόγραμμα επιτρέπει να προσθέσετε ή να αφαιρέσετε κέρματα από κάθε κουτί με τα κουμπιά «+1 Μονάδα» και «-1 Μονάδα». Μπορείτε σε μια θέση να προσθέσετε όσα κέρματα θέλετε. Προσοχή! Μία θέση μπορεί να χωρέσει μέχρι 9 νομίσματα. Αν επιχειρήσετε να προσθέσετε ένα ακόμη κέρμα, το πρόγραμμα σας ρωτά αν θέλετε να κάνετε την πρόσθεση ή να την ακυρώσετε.

Σας εξηγεί ότι αν προσθέσετε ένα ακόμα, αυτό θα μεταφερθεί αυτόματα στην επόμενη θέση και θα επιστραφούν τα υπόλοιπα εννέα κέρματα στο διαθέσιμο πλήθος.

Αυτό γίνεται διότι το κέρμα που θα μεταφερθεί στην επόμενη θέση έχει δεκαπλάσια αξία από τη θέση στην οποία αρχικά τοποθετήθηκε.

Μπορείτε να αφαιρέσετε κέρματα από μία θέση με το κουμπι «-1».

4. Επιλογή της θέσης της υποδιαστολής: Με τα κουμπιά «>» και «<» μπορείτε να μετακινείτε την υποδιαστολή στη θέση που θέλετε και να καθορίζετε έτσι την αξία των νομισμάτων κάθε θέσης.

5. Καθαρισμός: Με το κουμπι «Καθαρισμός» μπορείτε να καθαρίσετε όλες τις επιλογές σας και να αρχίσετε από την αρχή.

Επιλέξτε το πλήθος των θέσεων του κερματοδέκτη, καθώς και τη θέση της υποδιαστολής. Σκεφτείτε πόσα κέρματα χρειάζεστε σε κάθε θέση του κερματοδέκτη. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα στιγμιότυπο από τη διαδικασία. Πόσα κέρματα χρησιμοποιήθηκαν και πόσα χρειάζονται ακόμη;



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ ΤΟ ΑΡΙΘΜΗΤΗΡΙΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού και έκφρασης ενός φυσικού αριθμού, ο οποίος προκύπτει από ένα δεδομένο αριθμό, αν αυτός αυξηθεί κατά έναν αριθμό. Καλούνται, λοιπόν, να αναπαραστήσουν τον αριθμό 234.567.801 και να εντοπίσουν τον αριθμό εκείνο που είναι κατά 1.234 μονάδες μεγαλύτερος. Το ιδιαίτερο φαινόμενο που θα αντιμετωπίσουν εδώ οι μαθητές είναι το γεγονός ότι στη θέση των χιλιάδων δημιουργούνται 10 μονάδες και θα πρέπει να τακτοποιήσουν αυτή τη δυσκολία, μετατρέποντας αυτές τις μονάδες σε μία μονάδα της επόμενης τάξης.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναπαραστήσουν και να ονομάσουν μεγάλους αριθμούς.
- Να υπολογίσουν τις μεταβολές του αριθμού, ώστε να προκύπτει ένας νέος αριθμός μεγαλύτερος του αρχικού κατά ένα συγκεκριμένο ποσό.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχηματίσουν και να ονομάσουν το δεδομένο φυσικό αριθμό, ενώ στη συνέχεια να προσδιορίσουν τον αυξημένο κατά 1.234 μονάδες φυσικό αριθμό.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην αναπαράσταση του αριθμού 234.567.801, καθώς και του αυξημένου κατά 1.234 μονάδες ζητούμενου αριθμού, στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο. Στη συνέχεια εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο θα χρησιμοποιήσουν το πλήθος των μονάδων κάθε θέσης, ώστε να σχηματίσουν το νέο αριθμό. Το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για τη σωστή αναπαράσταση του δεδομένου αριθμού. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να χειριστούν κατάλληλα τις μπίλιες κάθε θέσης, ώστε να βρουν το νέο αριθμό. Ωστόσο, θα διαπιστώσουν ότι δεν μπορούν να μεταφέρουν δέκα μπίλιες στη θέση των χιλιάδων και ότι η λύση του προβλήματος αυτού βρίσκεται στη μεταφορά μιας μπίλιας στην επόμενη στήλη. Σε κάθε επιλογή τους συγκρίνουν τον αριθμό που σχηματίζεται με αυτόν που αναγράφεται στο γκρι πλαίσιο του προγράμματος.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αναπαράσταση και ονομασία μεγάλων αριθμών, καθώς και τις αλλαγές που συμβαίνουν όταν προστίθενται μονάδες στις θέσεις του αριθμού και δημιουργούνται κρατούμενα.

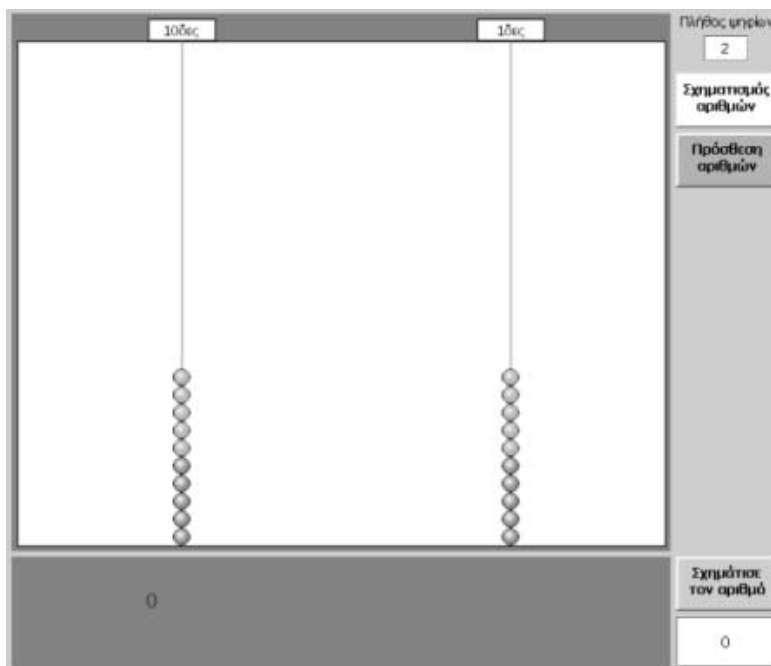
1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο», επιλέγοντας τις μπίλιες και τις θέσεις όπου θα αναπαραστήσουν το ζητούμενο αριθμό. Κατόπιν ονομάζουν τον αριθμό αυτό σε σχέση με την αναπαράστασή του στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ ΤΟ ΑΡΙΘΜΗΤΗΡΙΟ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό που είναι μεγαλύτερος του 234.567.801 κατά 1.234 μονάδες;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

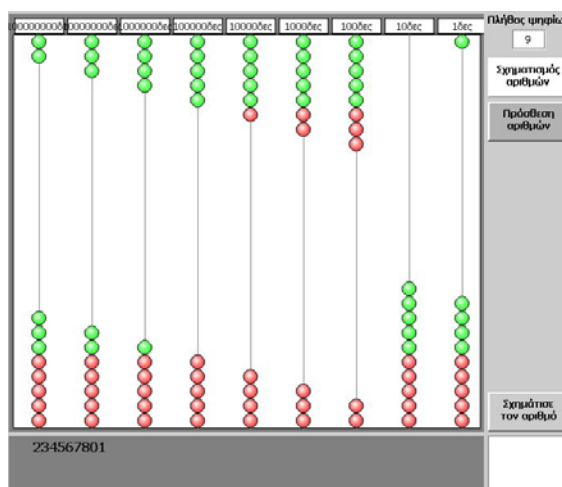
ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ ΤΟ ΑΡΙΘΜΗΤΗΡΙΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στη θέση «Πλήθος ψηφίων» πληκτρολογήστε τον αριθμό των στηλών που θέλετε να έχει ο αριθμός. Για να μετακινήσετε μία μπίλια από το κάτω μέρος στο επάνω, επιλέξτε τη με το δείκτη του ποντικιού σας και πιέστε το αριστερό του πλήκτρο. Με τον ίδιο τρόπο μεταφέρετε τη μπίλια στη βάση της.

Προσοχή: Όταν επιλέγετε μία μπίλια, μαζί της μεταφέρονται και όλες οι μπίλιες που βρίσκονται πάνω από αυτή. Αν θέλετε να μεταφέρετε τη μπίλια από την επάνω περιοχή στην κάτω, κάντε το ίδιο.

Κατά τη μεταφορά της μπίλιας από τη βάση (κάτω μέρος) στο επάνω μέρος σχηματίζεται ο αριθμός που αντιπροσωπεύεται στο κάτω γκρι πλαίσιο. Σχηματίστε στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο τον αριθμό 234.567.801. Πόσες μπίλιες και σε ποιες στήλες πρέπει να τις μετακινήσετε, ώστε να σχηματίσετε έναν άλλο αριθμό, μεγαλύτερο του κατά 1.234; Δείτε στη διπλανή εικόνα πώς σχηματίζεται ο αριθμός 234.567.801 στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

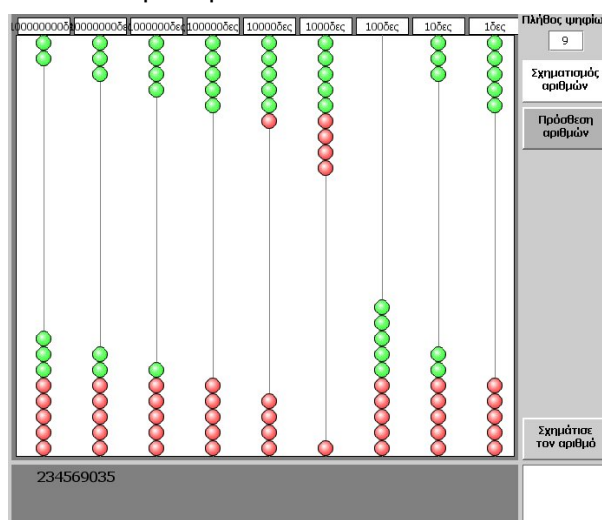


Για να βρούμε τον αριθμό που ζητάμε θα πρέπει να προσθέσουμε: μία μπίλια στη στήλη των χιλιάδων, δύο στη στήλη των εκατοντάδων, τρεις στη στήλη των δεκάδων και τέσσερις στη στήλη των μονάδων, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

Όπως παρατηρείτε, προσθέσαμε τέσσερις μπίλιες στην πρώτη στήλη και τρεις στη δεύτερη. Στην τρίτη στήλη, όμως, δεν μπορούμε να προσθέσουμε δύο μπίλιες, διότι το πρόγραμμα δεν επιτρέπει να έχουμε δέκα μπίλιες σε μία στήλη.

Η δυσκολία αυτή μπορεί να ξεπεραστεί, αν μεταφέρουμε στη βάση όλες τις μπίλιες της στήλης αυτής και προσθέσουμε μία ακόμα στην επόμενη στήλη.

Δηλαδή, να μεταφέρουμε στη στήλη των χιλιάδων δύο μπίλιες, αντί για μία.



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού και έκφρασης παλινδρομικών φυσικών αριθμών με τη βοήθεια του ηλεκτρονικού αριθμητηρίου. Καλούνται, λοιπόν, να αναπαραστήσουν παλινδρομικούς αριθμούς στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο και να βρουν το μεγαλύτερο εξ αυτών με ορισμένο πλήθος ψηφίων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

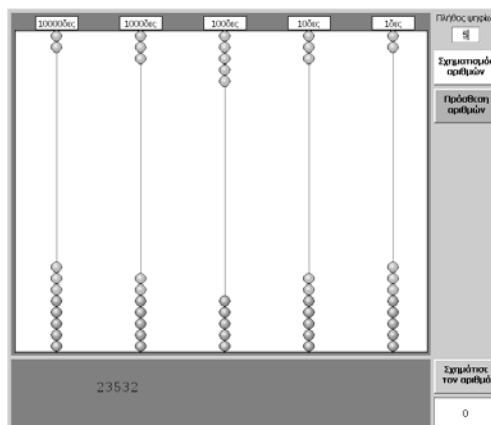
- Να αναπαραστήσουν και να ονομάσουν μεγάλους αριθμούς.
- Να αναπαραστήσουν, επίσης, αριθμούς αποτελούμενους από ψηφία τα οποία ακολουθούν ένα συγκεκριμένο μοτίβο.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην αναπαράσταση τριψήφων παλινδρομικών αριθμών στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο. Κατόπιν ανταλλάσσουν απόψεις σχετικά με το ποιος από αυτούς είναι μεγαλύτερος. Σύντομα συνειδητοποιούν ότι ο ζητούμενος αριθμός θα πρέπει να έχει ως πρώτο και τελευταίο ψηφίο το 9, ενώ υπάρχει πιθανότητα να είναι και το μεσαίο ψηφίο 9. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να θέσει και άλλους περιορισμούς στο πρόβλημα, όπως για παράδειγμα, το μεσαίο ψηφίο να είναι διαφορετικό από τα υπόλοιπα. Τέλος, με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού, εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο θα εντοπίσουν το μεγαλύτερο αριθμό και πώς θα χειριστούν τις μπίλιες σε κάθε θέση, για την αναπαράστασή του. Το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να αναπαραστήσουν κατάλληλα το ζητούμενο αριθμό. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να χειριστούν κατάλληλα τις μπίλιες κάθε θέσης, ώστε να βρουν τον επόμενο παλινδρομικό αριθμό. Σε κάθε επιλογή τους συγκρίνουν τον αριθμό που σχηματίζεται με αυτόν που αναγράφεται στο γκρι πλαίσιο του προγράμματος. Μπορούν, επίσης, να κάνουν εικασίες για τον επόμενο παλινδρομικό αριθμό, να τον πληκτρολογήσουν στο λευκό τετραγωνίδιο και να ελέγξουν τη αναπαράστασή του με τις μπίλιες. Στη συνέχεια να διαπιστώσουν αν ο αριθμός αυτός ακολουθεί το μοτίβο των παλινδρομικών αριθμών.

Η δραστηριότητα που προτείνεται εδώ είναι ενδεικτική της χρησιμότητας του λογισμικού «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο» στην εύρεση αριθμών που τα ψηφία τους έχουν μια ιδιαίτερη σχέση μεταξύ τους. Στους παλινδρομικούς αριθμούς τα ψηφία που ισαπέχουν από το μεσαίο ψηφίο έχουν το ίδιο πλήθος μονάδων, διαφορετικών όμως τάξεων. Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιούν το



λογισμικό για να ανακαλύπτουν εύκολα παλινδρομικούς αριθμούς και να ερευνούν τις ιδιότητές τους. Για παράδειγμα, αν προσθέσουν δύο παλινδρομικούς αριθμούς, τότε διατηρείται η ιδιότητα στο άθροισμα και τότε όχι;

Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ορίσει αριθμούς που να έχουν άλλες ιδιότητες τα ψηφία τους. Για παράδειγμα, κάθε ψηφίο να έχει διπλάσιο αριθμό μονάδων από τις μονάδες του ψηφίου της προηγούμενης θέσης (421 ή 8421 ή 842 κτλ.). Έτσι, να ζητήσει από τους μαθητές να βρουν όλους τους τριψήφιους ή τετραψήφιους και να ερευνήσουν τις ιδιότητές τους, π.χ. αν το άθροισμα ή η διαφορά δύο τέτοιων αριθμών έχει την ίδια ιδιότητα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αναπαράσταση και την ονομασία φυσικών αριθμών και αναζητούν αριθμούς που τα ψηφία τους ακολουθούν ένα μοτίβο.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο», επιλέγοντας τις μπίλιες και τις θέσεις όπου θα αναπαραστήσουν το ζητούμενο αριθμό. Κατόπιν ονομάζουν τον αριθμό αυτό σε σχέση με την αναπαράστασή του στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

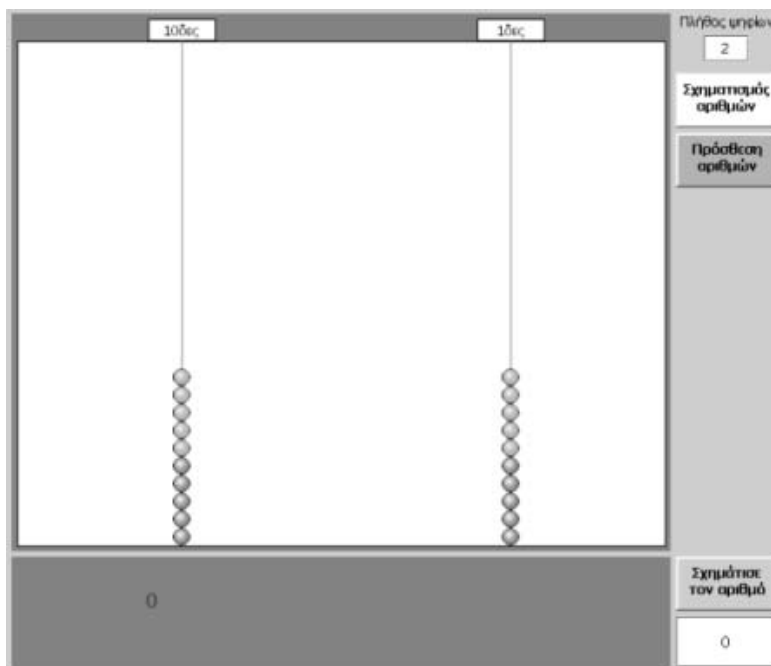
ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Σχηματίστε τον αριθμό 121 στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο. Όπως θα παρατηρήσετε, έχει τα ίδια ψηφία, τα οποία εμφανίζονται με την ίδια σειρά από την αρχή προς το τέλος και από το τέλος προς την αρχή, όπως συμβαίνει και με τα γράμματα της λέξης «ΑΜΑ». Ο αριθμός αυτός ονομάζεται «παλινδρομικός αριθμός».

Μπορείτε να βρείτε και άλλους παλινδρομικούς αριθμούς με τρία ψηφία;

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος τριψήφιος παλινδρομικός αριθμός που υπάρχει;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στη θέση «Πλήθος ψηφίων» πληκτρολογήστε τον αριθμό των στηλών που θέλετε να έχει ο αριθμός. Για να μετακινήσετε μία μπίλια από το κάτω μέρος στο επάνω, επιλέξτε τη με το δείκτη του ποντικιού σας και πιέστε το αριστερό του πλήκτρο. Με τον ίδιο τρόπο μεταφέρετε τη μπίλια στη βάση της.

Προσοχή: Όταν επιλέγετε μία μπίλια, μαζί της μεταφέρονται και όλες οι μπίλιες που βρίσκονται πάνω από αυτή. Αν θέλετε να μεταφέρετε τη μπίλια από την πάνω περιοχή στην κάτω, κάντε το ίδιο.

Κατά τη μεταφορά της μπίλιας από τη βάση (κάτω μέρος) στο επάνω μέρος σχηματίζεται ο αριθμός που αντιπροσωπεύεται στο κάτω γκρι πλαίσιο. Μερικοί τριψήφιοι παλινδρομικοί αριθμοί είναι οι: 121, 131, 141, 151, 161, 171. Μπορείτε στη θέση του 1 να βάλετε κάποιον άλλο αριθμό;

Μπορείτε και εσείς να βρείτε τετραψήφιους, πενταψήφιους, εξαψήφιους, επταψήφιους, και οκταψήφιους παλινδρομικούς αριθμούς; Ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος παλινδρομικός αριθμός που υπάρχει σε καθεμία από τις παραπάνω κατηγορίες; Αν το 12321 είναι ένας πενταψήφιος παλινδρομικός αριθμός, ποιος θα είναι ο επόμενος; Μπορείτε με πρώτο ψηφίο το 9 να δημιουργήσετε έναν παλινδρομικό αριθμό; Είναι, αυτός που δημιουργήσατε, ο μεγαλύτερος;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού αναζητούν τους αριθμούς μεταξύ του 100 και 200, οι οποίοι, όταν διαιρούνται με το 12, δίνουν υπόλοιπο 1. Το πρόγραμμα «Διαίρεση» μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία εύρεσης των ζητούμενων αριθμών, αφού επιτρέπει στους μαθητές να κάνουν πειράματα με το πλήθος των στηλών, όπου κάθε στήλη περιλαμβάνει 12 τετραγωνίδια. Επιπλέον, με τη βοήθεια των γκρι τετραγωνιδίων μπορούν να υπολογίσουν κάθε φορά πόσα ακόμη τετραγωνίδια χρειάζονται, προκειμένου να εντοπίσουν τους επόμενους αριθμούς. Τέλος, η κατάσταση που ερευνούν στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» μπορεί να μεταφερθεί και στα υπόλοιπα πλαίσια του προγράμματος, όπου οι μαθητές θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται και με άλλους τρόπους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν την έννοια των ισουπόλοιπων αριθμών.
- Να κατανοήσουν ότι το υπόλοιπο, που προκύπτει από τη διαίρεση αριθμών με ίδιο διαιρέτη, είναι το ίδιο, όταν οι αριθμοί αυτοί διαφέρουν κατά ένα πολλαπλάσιο του διαιρέτη.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση των ισουπολοίπων ως «σύστημα» ομαδοποίησης αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν τους αριθμούς από το 100 έως το 200, οι οποίοι, διαιρούμενοι με το 12, δίνουν υπόλοιπο 1.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον εντοπισμό του πρώτου αριθμού μετά το 100, ο οποίος, όταν διαιρείται με το 12, δίνει υπόλοιπο 1. Το πρόγραμμα «Διαίρεση», και ιδιαίτερα το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο», επιτρέπει στους μαθητές να πληκτρολογούν διάφορους αριθμούς μεταξύ 100 και 200 στο πράσινο τετραγωνίδιο, και, με σταθερό τον μπλε δείκτη στο 12, να επιλέγουν τον κίτρινο δείκτη, ώστε να υπάρχει ένα τετραγωνίδιο με κόκκινο χρώμα. Σκοπός αυτής της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να καταλήξουν σε συμπεράσματα γύρω από τους αριθμούς εκείνους, οι οποίοι, όταν διαιρούνται με το 12, δίνουν υπόλοιπο 1. Μερικά από τα συμπεράσματα αυτά έχουν ως εξής:

- Αν ο πρώτος αριθμός, ο οποίος διαιρούμενος με το 12 δίνει υπόλοιπο 1, είναι το 109, τότε ο επόμενος αριθμός, που, όταν διαιρεθεί με το 12, θα δώσει υπόλοιπο 1, είναι ο $109 + 12 = 121$. Ο αμέσως επόμενος αριθμός προκύπτει από την πρόσθεση του 12 στον προηγούμενο αριθμό.
- Δύο αριθμοί, οι οποίοι όταν διαιρούνται με το 12 δίνουν το ίδιο υπόλοιπο, διαφέρουν κατά ένα πολλαπλάσιο του 12.

Οι μαθητές χρησιμοποιούν και άλλους αριθμούς, διευρύνοντας, έτσι, τα πειράματά τους και γενικεύοντας τα συμπεράσματά τους. Κατόπιν αυτών, επιβεβαιώνουν τον κανόνα υπολογισμού των ισουπόλοιπων αριθμών. Το λογισμικό «Διαίρεση» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα υπολογισμού των αριθμών, οι οποίοι δίνουν το ίδιο υπόλοιπο όταν διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό. Η συμβολική αναπαράσταση στα τέσσερα πλαίσια τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν το συμπέρασμα που απεκόμισαν από το ένα πλαίσιο με αριθμητικούς συμβολισμούς.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται αριθμούς που δίνουν το ίδιο υπόλοιπο. Η αξία της διερεύνησης έγκειται στο γεγονός ότι:

- Οι μαθητές μπορούν να οργανώνουν τους φυσικούς αριθμούς σε ομάδες, οι οποίες έχουν ως κοινό χαρακτηριστικό το να δίνουν το ίδιο υπόλοιπο όταν διαιρούνται με έναν αριθμό. Περιπτώσεις τέτοιων ομαδοποιήσεων αποτελούν οι άρτιοι και περιττοί αριθμοί, καθώς και οι αριθμοί που όταν διαιρούνται με το 3 δίνουν υπόλοιπο 0, 1, 2 κτλ.
- Δύο αριθμοί, οι οποίοι βρίσκονται στην ίδια ομάδα, διαφέρουν ως προς ένα πολλαπλάσιο του διαιρέτη.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Διαίρεση», πληκτρολογώντας τους αριθμούς εκείνους των οποίων θέλουν να υπολογίσουν το πηλίκο.

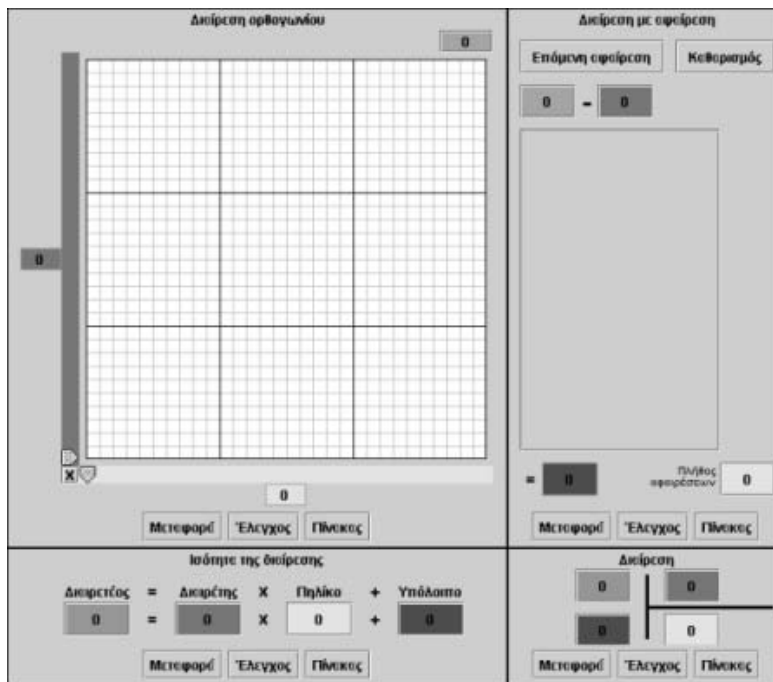
ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να βρείτε ποιοι ακέραιοι αριθμοί, μεταξύ του 100 και του 200, διαιρούμενοι με το 12, δίνουν υπόλοιπο 1;

Με ποιον τρόπο μπορείτε να υπολογίζετε τους αριθμούς εκείνους, οι οποίοι, όταν διαιρούνται με έναν αριθμό, να δίνουν το ίδιο υπόλοιπο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να καθορίσετε το μέγεθος του πλέγματος επιλέγοντας το γράμμα X που βρίσκεται στο κάτω αριστερό άκρο του πλέγματος. Το λογισμικό «Διαίρεση» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αριθμούς που δεν υπερβαίνουν το $90 \times 90 = 8.100$. Μπορείτε να πληκτρολογήσετε αριθμούς σε όλα τα κουτάκια, εκτός από αυτά που καθορίζονται από τους δύο δείκτες. Το κουμπί «Έλεγχος» σας επιτρέπει να ελέγξετε αν έχετε κάνει σωστά την επιλογή σας. Δηλαδή αν έχετε πληκτρολογήσει τους κατάλληλους αριθμούς στα διάφορα κουτάκια και αν είναι σωστοί οι υπολογισμοί σας.

Η επιλογή σας δεν θα είναι σωστή αν:

1. Στο πλαίσιο «Η διαίρεση ως αφαίρεση» δεν έχετε εξαντλήσει όλες τις δυνατές αφαιρέσεις που μπορούν να γίνουν.
2. Στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» δεν είναι σωστή η ισότητα ή αν το υπόλοιπο είναι μεγαλύτερο από το διαιρέτη.
3. Στο πλαίσιο «Διαίρεση» δεν έχετε κάνει σωστά τη διαίρεση ή αν το υπόλοιπο δεν είναι μικρότερο του διαιρέτη.

Προσοχή: Το υπόλοιπο θα πρέπει να είναι μικρότερο του διαιρέτη.

Βρείτε τον πρώτο αριθμό μετά το 100, ο οποίος, όταν διαιρείται με το 12, να δίνει υπόλοιπο 1. Ποιος αριθμός ακολουθεί; Πώς συνεχίζεται η εύρεση των επόμενων αριθμών; Ο πρώτος αριθμός, που διαιρούμενος με το 12 δίνει υπόλοιπο 1, είναι το 109, σύμφωνα με τη διπλανή εικόνα.

Ποιος είναι ο επόμενος αριθμός από το 109 που θα δίνει υπόλοιπο 1, όταν διαιρείται με το 12;

Ο κανόνας

Ο αριθμός 36, όταν διαιρείται με το 5, αφήνει υπόλοιπο 1.

Ο επόμενος αριθμός που δίνει το ίδιο υπόλοιπο, όταν διαιρείται με το 5, είναι ο $36 + 5 = 41$. Όπως παρατηρείτε, $41 - 36 = 5$.

Ο επόμενος αριθμός που δίνει το ίδιο υπόλοιπο όταν διαιρείται με το 5 είναι ο $41 + 5 = 46$. Όπως παρατηρείτε, $46 - 41 = 5$.

Ο επόμενος αριθμός που δίνει το ίδιο υπόλοιπο όταν διαιρείται με το 5 είναι ο $51 + 5 = 56$. Όπως παρατηρείτε, $56 - 46 = 5$.

Μπορείτε ακόμη να διαπιστώσετε ότι:

$$41 - 36 = 1 \times 5 \quad 46 - 36 = 2 \times 5 \quad 51 - 36 = 3 \times 5 \quad 56 - 36 = 4 \times 5$$

Επομένως μπορούμε να υποθέσουμε ότι: «Δύο αριθμοί, που, διαιρούμενοι με ένα συγκεκριμένο διαιρέτη, δίνουν το ίδιο υπόλοιπο, διαφέρουν μεταξύ τους ως προς ένα πολλαπλάσιο αυτού του διαιρέτη».

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΣΤΟ ΓΕΩΠΙΝΑΚΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να περιγράψουν με τη βοήθεια κλασμάτων ένα συγκεκριμένο μέρος ενός τετραγώνου, το οποίο περιέχει τέσσερα χρωματισμένα ορθογώνια τρίγωνα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

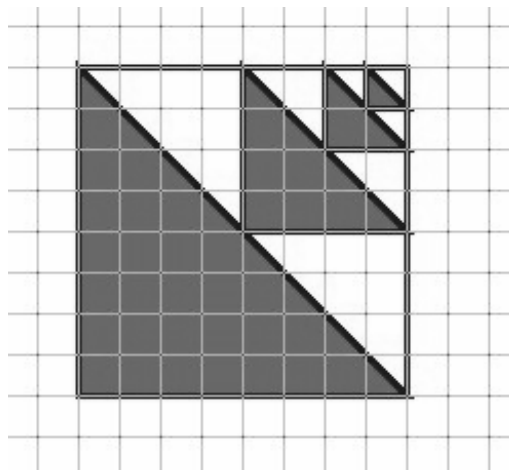
- Να χρησιμοποιήσουν τα κλάσματα για να περιγράψουν το μέρος ενός τετραγώνου.
- Να εντοπίσουν και άλλα κλάσματα, με τα οποία θα περιγράψουν το ίδιο μέρος του σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές χρησιμοποιούν κλάσματα για να περιγράψουν το μέρος ενός τριγώνου, το οποίο εκφράζει το αμέσως μικρότερο σε μέγεθος τρίγωνο. Οι τρόποι για να εκφράσουν τους ζητούμενους αριθμούς ποικίλλουν. Αν επιλέξουν το μικρότερο τρίγωνο ως μονάδα, θα διαπιστώσουν ότι το αμέσως μεγαλύτερο ισούται με τέσσερα τρίγωνα και συνεπώς το κλάσμα $1/4$ εκφράζει το λόγο τους. Το δεύτερο σε μέγεθος τρίγωνο περιέχει 16 τρίγωνα, κάτι που σημαίνει ότι το κλάσμα $4/16$ εκφράζει το λόγο του προτελευταίου με το αμέσως μεγαλύτερο τρίγωνο. Τέλος, το μεγάλο τρίγωνο είναι ίσο με 64 τριγωνάκια και το κλάσμα $16/64$ εκφράζει το λόγο των δύο μεγαλύτερων τριγώνων. Κατόπιν αυτών, οι μαθητές καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι κάθε τρίγωνο είναι τετραπλάσιο του αμέσως μικρότερου τριγώνου και επομένως τα κλάσματα: $1/4$, $4/16$ και $16/64$ εκφράζουν το ίδιο κλάσμα: $1/4$.

Ένας άλλος τρόπος είναι ο προσδιορισμός των εμβαδών τους και στη συνέχεια ο προσδιορισμός του λόγου τους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση τα εμβαδά τους είναι: 0,5, 2, 8 και 32. Έτσι τα κλάσματα: $0,5/2$, $2/8$ και $8/32$ εκφράζουν τους λόγους των σχημάτων.



Το λογισμικό «Γεωπίνακας» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να σχεδιάζουν διάφορα τετράγωνα και να υπολογίζουν τι μέρος αντιπροσωπεύουν τα χρωματιστά τρίγωνα. Για να το πετύχουν αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν διάφορα κλάσματα και να εκφράσουν ένα μέρος του τετραγώνου.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται διάφορα κλάσματα, όπως το $4/64$, το $2/8$, το $0,5/2$ κτλ., τα οποία περιγράφουν το μέρος ενός σχήματος.

1.5. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλες κατηγορίες ισοδύναμων κλασμάτων.

ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΣΤΟ ΓΕΩΠΙΝΑΚΑ

2. Φύλλο εργασίας

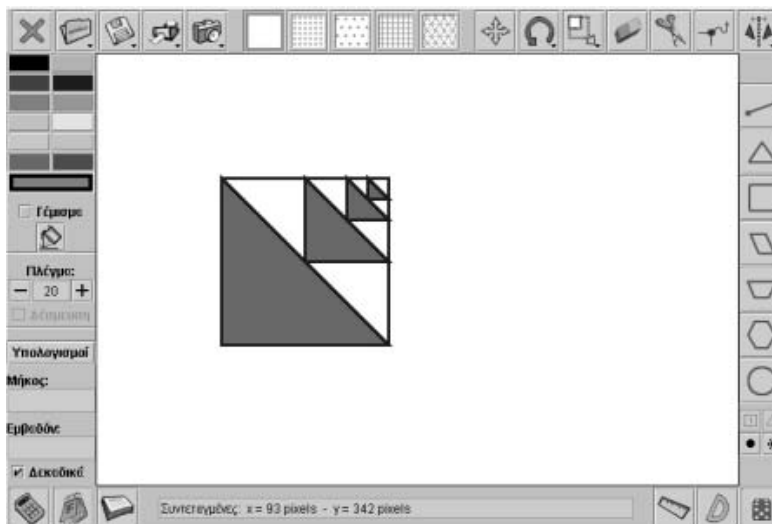
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Το σχήμα που εμφανίζεται στο γεωπίνακα περιέχει τέσσερα χρωματισμένα ορθογώνια τρίγωνα. Το μεγάλο, το δεύτερο σε μέγεθος, το τρίτο σε μέγεθος και το πιο μικρό.

Σε τι μέρος του τρίτου σε μέγεθος τριγώνου αντιστοιχεί το μικρότερο τρίγωνο;

Σε τι μέρος του δευτέρου σε μέγεθος τριγώνου αντιστοιχεί το τρίτο;

Σε τι μέρος του πρώτου σε μέγεθος τριγώνου αντιστοιχεί το δεύτερο τρίγωνο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΣΤΟ ΓΕΩΠΙΝΑΚΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Επιλέξτε στο γεωπίνακα ένα τετράγωνο πλαίσιο μεγέθους 20 (ή και περισσότερο). Σχεδιάστε ένα τετράγωνο με πλευρά 8 μονάδες. Επιλέξτε το εργαλείο «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος» και σχεδιάστε τα χρωματισμένα τρίγωνα.

Όπως παρατηρείτε, το μικρότερο τρίγωνο είναι το μισό του τετραγωνιδίου. Υπολογίστε πόσα τέτοια μικρά τρίγωνα περιλαμβάνει καθένα από τα υπόλοιπα τρίγωνα.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΣΩΣΤΟ ΜΕΡΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να επιλέξουν και να χρωματίσουν το μέρος ενός τετραγώνου που εκφράζεται με ένα συγκεκριμένο κλάσμα. Θα πρέπει, λοιπόν, να χωρίσουν το σχήμα κατάλληλα, ώστε να μπορούν να επιλέξουν και να χρωματίσουν ένα μέρος του που να εκφράζεται με το κλάσμα $\frac{3}{14}$, καθώς και ένα δεύτερο μέρος του που να εκφράζεται με κλάσμα μεγαλύτερο του $\frac{3}{14}$.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκφράσουν ένα κλάσμα ως μέρος ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν και να εκφράσουν το μέρος εκείνο ενός σχήματος που αντιστοιχεί σε μία αριθμητική έκφραση, όπως το κλάσμα $\frac{3}{14}$.

Οι μαθητές αρχικά πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό και στην έκφραση του μέρους εκείνου του τετραγώνου που εκφράζεται με το κλάσμα $\frac{3}{4}$. Το λογισμικό «Τετράγωνο» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα, ώστε να χωρίσουν το σχήμα κατάλληλα και να προσδιορίσουν το ζητούμενο μέρος. Με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν οι διαφορετικές περιπτώσεις χωρισμού του τετραγώνου σε ίσα μέρη. Για παράδειγμα, αν θέλουν να το χωρίσουν σε 14 ίσα μέρη, μπορούν να επιλέξουν στις δύο πλευρές του τους αριθμούς 1 - 14 ή 2 - 7. Στη συνέχεια επιλέγουν το μέρος που πρέπει να χρωματίσουν και πατώντας «Εμφάνισε» ελέγχουν την αριθμητική του έκφραση. Τέλος, εξετάζουν ποιο μέρος του τετραγώνου εκφράζει μεγαλύτερο κλάσμα από το $\frac{3}{14}$. Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές αναμένεται να χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις τους σχετικά με τη σύγκριση κλασμάτων, προκειμένου να εντοπίσουν: (1) κλάσματα μεγαλύτερα από το $\frac{3}{14}$, τα οποία όμως έχουν κοινό παρονομαστή, π.χ. $\frac{4}{14}$ ή $\frac{5}{14}$, (2) κλάσματα μεγαλύτερα από το $\frac{3}{14}$, τα οποία όμως έχουν κοινό αριθμητή, π.χ. $\frac{3}{12}$ ή $\frac{3}{5}$ κτλ. Μπορούν να χωρίσουν ένα δεύτερο τετράγωνο σε δώδεκα ίσα μέρη και να χρωματίσουν τα τρία και στη συνέχεια να συγκρίνουν το χρωματισμένο μέρος στα δύο τετράγωνα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό μέρους ενός σχήματος, το οποίο εκφράζεται με τη βοήθεια ενός κλάσματος. Κατόπιν θα πρέπει να συγκρίνουν τα δύο ομώνυμα κλάσματα που αναφέρθηκαν παραπάνω.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

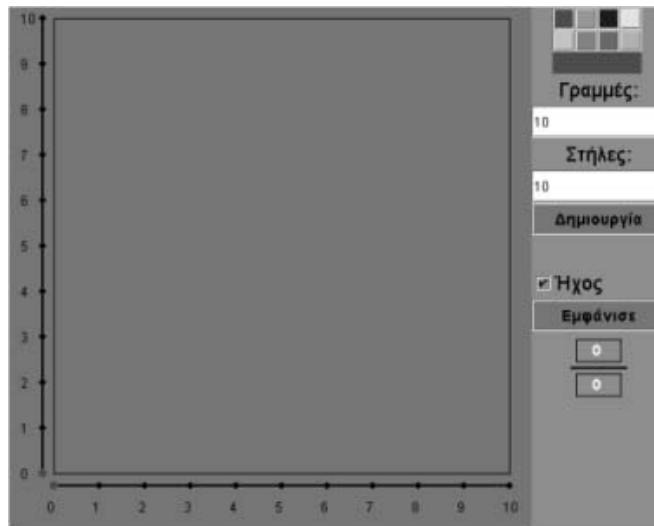
Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Τετράγωνο πλέγμα», επιλέγοντας τον τρόπο με τον οποίο θα το χωρίσουν, ώστε να μπορούν να επιλέξουν το μέρος που τους ζητείται.

ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΣΩΣΤΟ ΜΕΡΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο παρακάτω πρόγραμμα να χρωματίσετε με πράσινο χρώμα ένα μέρος του τετραγώνου που να αντιπροσωπεύει το κλάσμα $3/14$;

Μπορείτε να χρωματίσετε ένα κλάσμα που είναι μεγαλύτερο από τα $3/14$;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΣΩΣΤΟ ΜΕΡΟΣ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μπορείτε να χωρίσετε το τετράγωνο σε όσα μέρη θέλετε, αρκεί να μην υπερβαίνουν τα 400. Για παράδειγμα, αν θέλετε να το χωρίσετε σε 20 ίσα μέρη, επιλέξτε τις κουκκίδες που αντιστοιχούν στους αριθμούς:

- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 2 και στην κατακόρυφη αριστερά το 10.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 4 και στην κατακόρυφη αριστερά το 5.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 5 και στην κατακόρυφη αριστερά το 4.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 10 και στην κατακόρυφη αριστερά το 2.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 1 και στην κατακόρυφη αριστερά το 20.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 20 και στην κατακόρυφη αριστερά το 1.
- Επιλέξτε ένα χρώμα της αρεσκείας σας από την παλέτα των χρωμάτων και κάντε αριστερό κλικ στα ορθογώνια που θέλετε.

Χωρίστε το τετράγωνο σε 14 ίσα μέρη. Μπορείτε να το πετύχετε επιλέγοντας τον αριθμό 1 κάτω και το 14 αριστερά ή το 2 κάτω και το 7 αριστερά. Επιλέξτε τα κομμάτια που θέλετε.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να επιλέξουν και να χρωματίσουν το μέρος εκείνο του τετραγώνου που εκφράζεται με τα κλάσματα $3/14$ και $5/14$, καθώς και με το άθροισμα που προκύπτει από την πρόσθεση $3/14 + 5/14$.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκφράσουν ένα κλάσμα ως μέρος ενός σχήματος.
- Να εκφράσουν, επίσης, το άθροισμα δύο κλασμάτων ως μέρος ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν και να εκφράσουν το μέρος εκείνο του τετραγώνου που αντιστοιχεί σε μία αριθμητική έκφραση, όπως το κλάσμα $3/14$ ή το $5/14$. Στη συνέχεια θα πρέπει να εκφράσουν το άθροισμα αυτών.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό και στην έκφραση του μέρους εκείνου του τετραγώνου που εκφράζεται με τα συγκεκριμένα κλάσματα. Το λογισμικό «Τετράγωνο» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα, ώστε να χωρίσουν το σχήμα κατάλληλα και να προσδιορίσουν το ζητούμενο μέρος. Με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν οι διαφορετικές περιπτώσεις χωρισμού του τετραγώνου σε ίσα μέρη. Για παράδειγμα, αν θέλουν να το χωρίσουν σε 14 ίσα μέρη, μπορούν να επιλέξουν στις δύο πλευρές του τους αριθμούς 1 - 14 ή 2 - 7. Στη συνέχεια επιλέγουν το μέρος που πρέπει να χρωματίσουν και πατώντας «Εμφάνισε» ελέγχουν την αριθμητική του έκφραση. Τέλος, εξετάζουν ποιο μέρος του τετραγώνου εκφράζει το άθροισμα των κλασμάτων $3/14 + 5/14$ και το συνδέουν με την πράξη της πρόσθεσης των δύο ομώνυμων κλασμάτων.

Στη δραστηριότητα αυτή προτάθηκαν τα συγκεκριμένα κλάσματα: (1) για να μπορούν οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις εμπειρίες που απέκμισαν από τη δραστηριότητα «Χρωματίστε το σωστό μέρος» και (2) να έχουν λίγες επιλογές χωρισμού του τετραγώνου: είτε 2×7 είτε 1×14 . Ο εκπαιδευτικός μπορεί να προτείνει στους μαθητές να επαναλάβουν τη δραστηριότητα, χρησιμοποιώντας όμως διαφορετικά κλάσματα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό μέρους ενός σχήματος που εκφράζεται με τη βοήθεια ενός κλάσματος. Κατόπιν θα πρέπει να προσθέσουν τα δύο ομώνυμα κλάσματα που αναφέρθηκαν παραπάνω.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Τετράγωνο πλέγμα», επιλέγοντας τον τρόπο με τον οποίο θα το χωρίσουν, ώστε να μπορούν να επιλέξουν το μέρος που τους ζητείται.

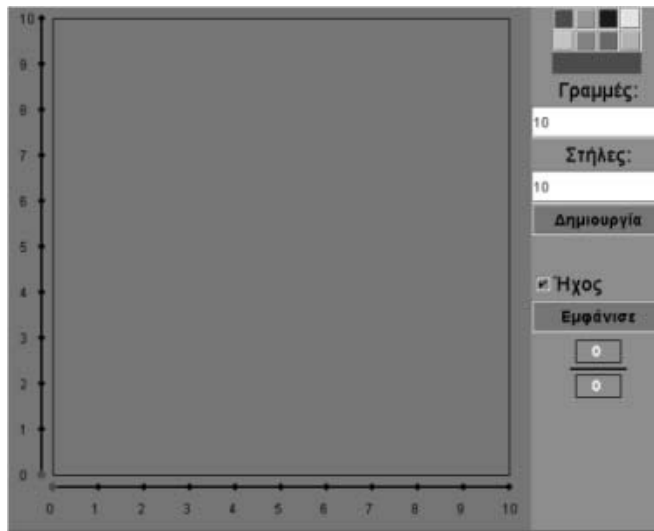
ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο παρακάτω πρόγραμμα να χρωματίσετε με πράσινο χρώμα το μέρος εκείνο του τετραγώνου που εκφράζει τα $3/14$ και με κίτρινο χρώμα το μέρος που εκφράζει τα $5/14$;

Ποιο κλάσμα εκφράζει το άθροισμα $3/14 + 5/14$;

Αν χωρίσετε το τετράγωνο σε επτά ίσα μέρη, μπορείτε να χρωματίσετε το μέρος εκείνο που ισούται με το άθροισμα $3/14 + 5/14$;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να χωρίσετε το τετράγωνο σε όσα μέρη θέλετε, αρκεί να μην υπερβαίνουν τα 400. Για παράδειγμα, αν θέλετε να το χωρίσετε σε 20 ίσα μέρη, επιλέξτε τις κουκκίδες που αντιστοιχούν στους αριθμούς:

- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 2 και στην κατακόρυφη αριστερά το 10.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 4 και στην κατακόρυφη αριστερά το 5.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 5 και στην κατακόρυφη αριστερά το 4.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 10 και στην κατακόρυφη αριστερά το 2.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 1 και στην κατακόρυφη αριστερά το 20.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 20 και στην κατακόρυφη αριστερά το 1.
- Επιλέξτε ένα χρώμα της αρεσκείας σας από την παλέτα των χρωμάτων και κάντε αριστερό κλικ στα ορθογώνια που θέλετε.

Χωρίστε το τετράγωνο σε 14 ίσα μέρη. Μπορείτε να το πετύχετε επιλέγοντας τον αριθμό 1 κάτω και το 14 αριστερά ή το 2 κάτω και το 7 αριστερά. Επιλέξτε τα κομμάτια που θέλετε.

Το άθροισμα $3/14 + 5/14$ εκφράζεται με το χρωματισμό οκτώ τετραγωνιδίων. Αν χωρίσετε το τετράγωνο σε επτά ίσα μέρη, θα πρέπει να επιλέξετε τέσσερα από αυτά για να εκφράσετε το ίδιο αποτέλεσμα.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να επιλέξουν και να χρωματίσουν το μέρος εκείνο του τετραγώνου που εκφράζεται με τα κλάσματα $3/14$ και $5/14$, καθώς και με τη διαφορά που προκύπτει από την αφαίρεση $5/14 - 3/14$.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκφράσουν ένα κλάσμα ως μέρος ενός σχήματος.
- Να εκφράσουν, επίσης, τη διαφορά δύο κλασμάτων ως μέρος ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον προσδιορισμό και την έκφραση μέρους ενός σχήματος.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν και να εκφράσουν το μέρος εκείνο του τετραγώνου που αντιστοιχεί σε μία αριθμητική έκφραση, όπως το κλάσμα $3/14$ ή το $5/14$. Στη συνέχεια θα πρέπει να εκφράσουν τη διαφορά αυτών.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό και στην έκφραση του μέρους εκείνου του τετραγώνου που εκφράζεται με τα συγκεκριμένα κλάσματα. Το λογισμικό «Τετράγωνο» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα, ώστε να χωρίσουν το σχήμα κατάλληλα και να προσδιορίσουν το ζητούμενο μέρος. Με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν οι διαφορετικές περιπτώσεις χωρισμού του τετραγώνου σε ίσα μέρη. Για παράδειγμα, αν θέλουν να το χωρίσουν σε 14 μέρη, μπορούν να επιλέξουν στις δύο πλευρές του τους αριθμούς 1-14 ή 2-7. Στη συνέχεια επιλέγουν το μέρος που πρέπει να χρωματίσουν και πατώντας «Εμφάνισε» ελέγχουν την αριθμητική του έκφραση. Τέλος, εξετάζουν ποιο μέρος του τετραγώνου εκφράζει τη διαφορά των κλασμάτων $5/14 - 3/14$. Το γεγονός ότι τα κλάσματα είναι ομώνυμα δεν δημιουργεί ιδιαίτερες δυσκολίες.

Στη δραστηριότητα αυτή προτάθηκαν τα συγκεκριμένα κλάσματα: (1) για να μπορούν οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις εμπειρίες που απέκμισαν από τη δραστηριότητα «Χρωμάτιστε το σωστό μέρος» και «Χρωμάτιστε το άθροισμα», και (2) να έχουν λίγες επιλογές χωρισμού του τετραγώνου: είτε 2×7 είτε 1×14 . Ο εκπαιδευτικός μπορεί να προτείνει στους μαθητές να επαναλάβουν τη δραστηριότητα, χρησιμοποιώντας όμως διαφορετικά κλάσματα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό μέρους ενός σχήματος που εκφράζεται με τη βοήθεια ενός κλάσματος. Κατόπιν θα πρέπει να αφαιρέσουν τα δύο ομώνυμα κλάσματα που αναφέρθηκαν παραπάνω.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Τετράγωνο πλέγμα», επιλέγοντας τον τρόπο με τον οποίο θα το χωρίσουν, ώστε να μπορούν να επιλέξουν το μέρος που τους ζητείται.

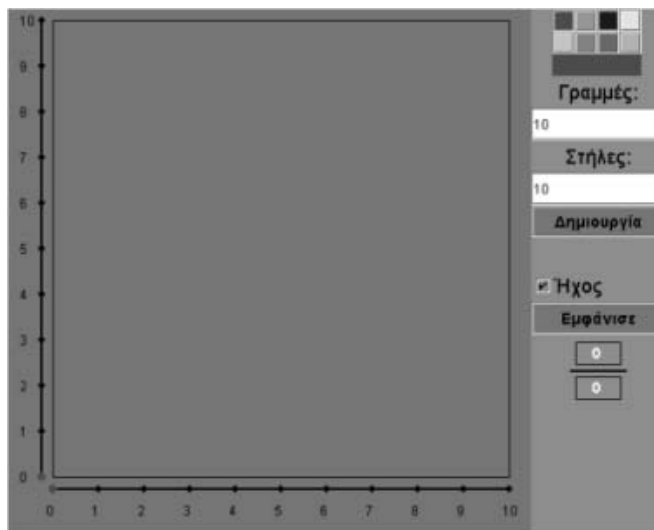
ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο παρακάτω πρόγραμμα να χρωματίσετε με πράσινο χρώμα το μέρος εκείνο του τετραγώνου που εκφράζει τα $3/14$ και με κίτρινο χρώμα το μέρος που εκφράζει τα $5/14$;

Ποιο κλάσμα εκφράζει τη διαφορά $5/14 - 3/14$;

Αν χωρίσετε το τετράγωνο σε επτά ίσα μέρη, μπορείτε να χρωματίσετε το μέρος εκείνο που ισούται με τη διαφορά $5/14 - 3/14$;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΧΡΩΜΑΤΙΣΤΕ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να χωρίσετε το τετράγωνο σε όσα μέρη θέλετε, αρκεί να μην υπερβαίνουν τα 400. Για παράδειγμα, αν θέλετε να το χωρίσετε σε 20 ίσα μέρη, επιλέξτε τις κουκκίδες που αντιστοιχούν στους αριθμούς:

- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 2 και στην κατακόρυφη αριστερά το 10.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 4 και στην κατακόρυφη αριστερά το 5.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 5 και στην κατακόρυφη αριστερά το 4.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 10 και στην κατακόρυφη αριστερά το 2.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 1 και στην κατακόρυφη αριστερά το 20.
- Στην κάτω οριζόντια πλευρά το 20 και στην κατακόρυφη αριστερά το 1.
- Επιλέξτε ένα χρώμα της αρεσκείας σας από την παλέτα των χρωμάτων και κάντε αριστερό κλικ στα ορθογώνια που θέλετε.

Χωρίστε το τετράγωνο σε 14 ίσα μέρη. Μπορείτε να το πετύχετε επιλέγοντας τον αριθμό 1 κάτω και το 14 αριστερά ή το 2 κάτω και το 7 αριστερά. Επιλέξτε τα κομμάτια που θέλετε.

Το άθροισμα $5/14 - 3/14$ εκφράζεται με το χρωματισμό δύο τετραγωνιδίων. Αν χωρίσετε το τετράγωνο σε επτά ίσα μέρη, θα πρέπει να επιλέξετε ένα από αυτά για να εκφράσετε το ίδιο αποτέλεσμα.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν ένα σχήμα ίσο με το κλάσμα ενός κλάσματος, το οποίο αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο μέρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Θα πρέπει, λοιπόν, να σχεδιάσουν ένα σχήμα ίσο με το κλάσμα $\frac{2}{3}$ και στη συνέχεια ένα δεύτερο σχήμα ίσο με το $\frac{1}{4}$ του προηγούμενου σχήματος. Με άλλα λόγια, να βρουν το κλάσμα που εκφράζει το τελευταίο σχήμα ως μέρος του αρχικού σχήματος.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

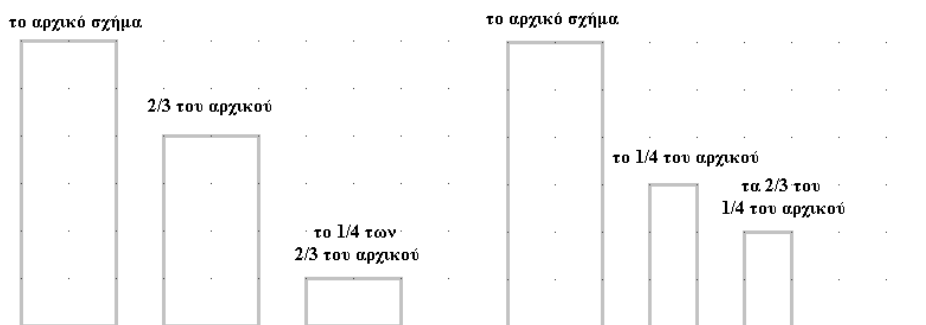
- Να ορίσουν ένα κλάσμα ως μέρος ενός κλάσματος.
- Να κατασκευάσουν γεωμετρικά, με τη βοήθεια ενός κανόνα, το γινόμενο δύο κλασμάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση κλασματικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν το κλάσμα $\frac{2}{3}$ ενός ορθογωνίου και στη συνέχεια το κλάσμα εκείνο που προκύπτει από το γινόμενο $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$.

Οι μαθητές πειραματίζονται με σκοπό να σχεδιάσουν σχήματα αρχικά ίσα με τα $\frac{2}{3}$ του ορθογωνίου και κατόπιν ίσα με το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{3}$. Ωστόσο μπορούν να εργαστούν και αλλιώς: στην αρχή να σχεδιάσουν σχήματα ίσα με το $\frac{1}{4}$ του αρχικού σχήματος και στη συνέχεια με τα $\frac{2}{3}$ του $\frac{1}{4}$. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» τους δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάσουν εύκολα, με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος», τα ζητούμενα μέρη. Με τα μοναδιαία τετράγωνα του πλέγματος ορίζουν τα παραπάνω κλάσματα. Κατόπιν συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για τον ορισμό των παραπάνω κλασμάτων, καθώς και για το σχήμα εκείνο που εκφράζει το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{3}$ του αρχικού σχήματος. Με δεδομένη την ισότητα: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ και $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, δε θα δυσκολευτούν να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι το τελικό σχήμα είναι ίσο με τα $\frac{2}{12}$ του αρχικού σχήματος, όπως επίσης και ότι ο παρονομαστής (12) προκύπτει από το γινόμενο των παρονομαστών των δύο κλασμάτων, ενώ ο αριθμητής (2) από το γινόμενο των αριθμητών. Αυτό δε εξηγείται λογικά, αφού πρώτα χώρισαν το ορθογώνιο σε τρία ίσα μέρη και στη συνέχεια το σχήμα που ισούται με τα $\frac{2}{3}$ αυτού το χώρισαν σε τέσσερα ίσα μέρη και επέλεξαν το 1. Σύμφωνα, λοιπόν, και με την παρακάτω εικόνα: $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$.



Με αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές συνειδητοποιούν ότι μπορούν να πολλαπλασιάζουν κλάσματα και να εκφράζουν το αποτέλεσμα τους ως κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές πολλαπλασιάζουν κλάσματα τα οποία αντιπροσωπεύουν συγκεκριμένα μέρη ενός γεωμετρικού σχήματος.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

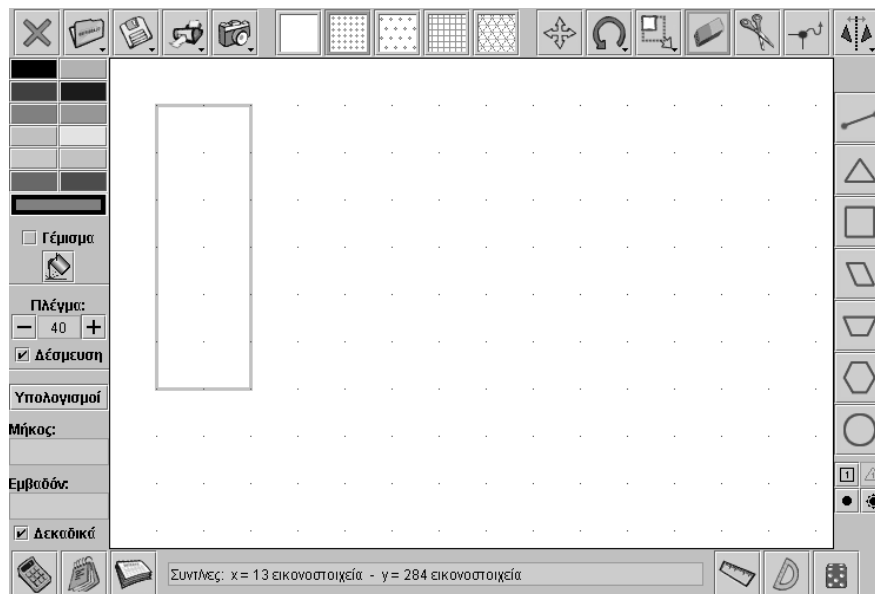
Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Γεωπίνακας», σχεδιάζοντας διάφορα σχήματα. Επίσης, με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος», και πατημένο το πλήκτρο «Shift», μπορούν να δημιουργήσουν αντίγραφά τους και να συνθέσουν ένα μεγαλύτερο σχήμα. Με το εργαλείο κοψίματος κόβουν ένα σχήμα σε μικρότερα κομμάτια.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Επιλέξτε στο γεωπίνακα η επιφάνεια εργασίας να έχει ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 40.

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα σχήμα που να ισούται με το γινόμενο $1/4 \times 2/3$ του ορθογωνίου που υπάρχει στην επιφάνεια εργασίας;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

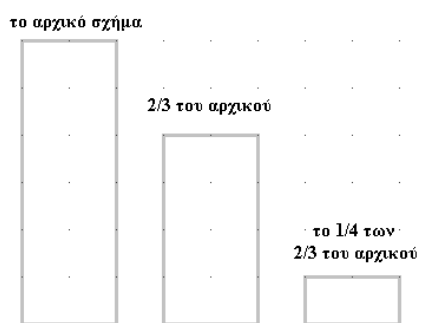
ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε στο γεωπίνακα να ορίσετε ένα από τα χρώματα της παλέτας να χρωματίζει την περίμετρο του σχήματος, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω σε αυτό. Ομοίως, μπορείτε να καθορίσετε το χρώμα που θέλετε να έχει το εσωτερικό του σχήματος, κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο χρώμα της παλέτας. Επιλέγοντας την εντολή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα», τα χρώματα εφαρμόζονται σε ένα σχήμα. Για να σχεδιάσετε το εσωτερικό των σχημάτων πατήστε το κουμπί «Γέμισμα».

Χωρίστε το ορθογώνιο σε τρία ίσα μέρη και επιλέξτε ένα ορθογώνιο που είναι ίσο με τα $\frac{2}{3}$ του αρχικού. Στη συνέχεια χωρίστε το νέο ορθογώνιο σε τέσσερα ίσα μέρη.

Μπορείτε τώρα να σχεδιάσετε ένα σχήμα ίσο με το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{3}$;



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΔΙΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν ένα σχήμα που να εκφράζει το μέρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου που αντιστοιχεί στο αποτέλεσμα της διαίρεσης $2/3 : 4$. Θα πρέπει, λοιπόν, να σχεδιάσουν ένα σχήμα ίσο με το κλάσμα $2/3$ ενός συγκεκριμένου ορθογωνίου και στη συνέχεια ένα δεύτερο σχήμα, το οποίο θα προκύψει από τη διαίρεση του προηγούμενου σχήματος με το 4. Με άλλα λόγια, να βρουν το κλάσμα εκείνο που εκφράζει το τελευταίο σχήμα ως μέρος του αρχικού σχήματος. Τέλος, να εκφράσουν την πράξη που έκαναν μεταξύ των αριθμών $2/3$ και 4, από την οποία προέκυψε το αποτέλεσμα $2/12$.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να ορίσουν ένα κλάσμα ως κλάσμα ενός κλάσματος.
- Να κατασκευάσουν γεωμετρικά, με τη βοήθεια ενός κανόνα, το πηλίκο που προκύπτει από τη διαίρεση ενός κλάσματος με ένα φυσικό αριθμό.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση κλασματικών αριθμών.

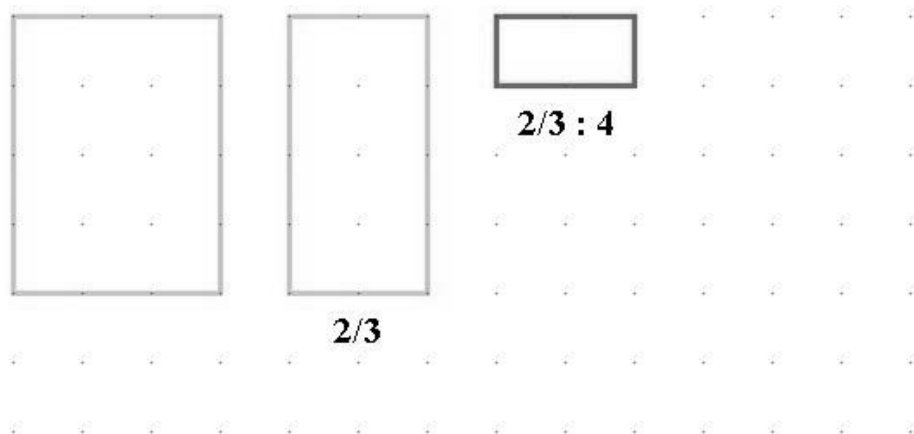
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν το σχήμα εκείνο που αντιστοιχεί στο κλάσμα $2/3$ ενός ορθογωνίου και στη συνέχεια το $1/4$ αυτού. Στη δεύτερη να ορίσουν την πράξη της διαίρεσης του κλάσματος με ένα φυσικό αριθμό.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται με σκοπό να ορίσουν σχήμα αρχικά ίσο με τα $2/3$ του ορθογωνίου και κατόπιν ένα άλλο ίσο με το $1/4$ του $2/3$. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» τους δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάσουν εύκολα, με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος», τα ζητούμενα μέρη. Με τα μοναδιαία τετράγωνα του πλέγματος ορίζουν τα παραπάνω κλάσματα. Κατόπιν συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για τον ορισμό των παραπάνω κλασμάτων.

Φάση 2: Στη δεύτερη φάση οι μαθητές ανταλλάσσουν απόψεις για το σχήμα εκείνο που εκφράζει το $1/4$ των $2/3$ του αρχικού σχήματος. Με δεδομένη την ισότητα: $2/3 : 4 = 2/12$, δε θα δυσκολευτούν να ανακαλύψουν ότι ο παρονομαστής 12 προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του παρονομαστή του κλάσματος με το φυσικό αριθμό. Αυτό δε εξηγείται λογικά, αφού πρώτα χώρισαν το ορθογώνιο σε τρία ίσα μέρη και στη συνέχεια τα δύο από τα μέρη αυτά τα χώρισαν σε τέσσερα ίσα μέρη. Σύμφωνα, λοιπόν, και με την παρακάτω εικόνα: $2/3 : 4 = 2/3 \times 1/4 = 2/12$.



Με αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές συνειδητοποιούν ότι μπορούν να διαιρούν ένα κλάσμα με ένα φυσικό αριθμό και να εκφράζουν το αποτέλεσμα ως γινόμενο δύο κλασμάτων, δηλαδή του κλάσματος που θέλουν να διαιρέσουν επί το κλάσμα που αναπαριστά τον αντίστροφο του διαιρέτη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαιρούν κλάσματα με ένα φυσικό αριθμό, τα οποία (κλάσματα) αντιπροσωπεύουν συγκεκριμένα μέρη ενός γεωμετρικού σχήματος.

1.5. Προεκτάσεις

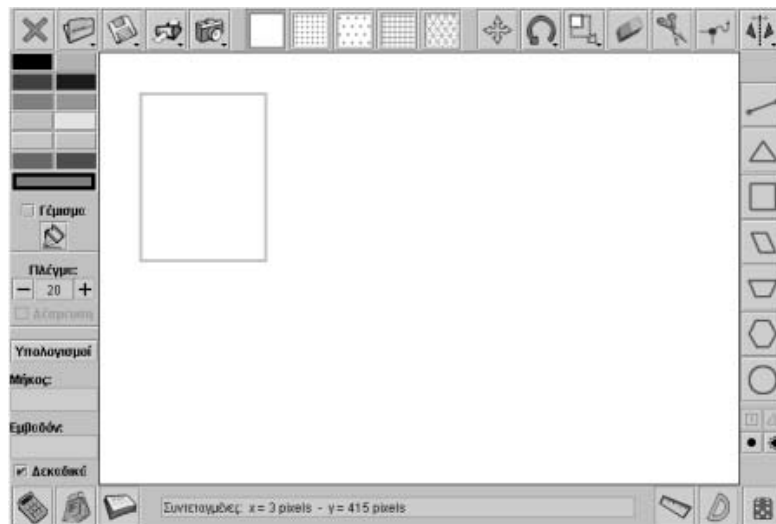
Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να αναζητήσουν και άλλα κλάσματα, τα οποία εκφράζονται ως διαιρέσεις κλασμάτων με ένα φυσικό αριθμό. Για παράδειγμα: $\frac{2}{3} : 6 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{18}$.

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΔΙΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Επιλέξτε στο γεωπίνακα η επιφάνεια εργασίας να έχει ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 40.

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ορθογωνίου που να ισούται με το αποτέλεσμα της διαίρεσης $2/3 : 4$;



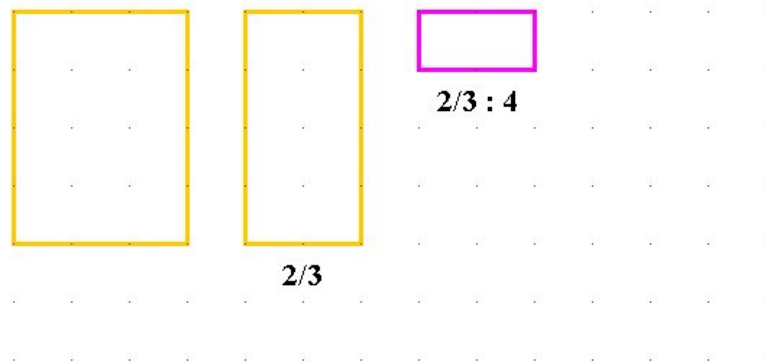
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΔΙΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε στο γεωπίνακα να ορίσετε ένα από τα χρώματα της παλέτας να χρωματίζει την περίμετρο του σχήματος, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω σε αυτό. Ομοίως, μπορείτε να καθορίσετε το χρώμα που θέλετε να έχει το εσωτερικό του σχήματος, κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο χρώμα της παλέτας. Επιλέγοντας την εντολή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα», τα χρώματα εφαρμόζονται σε ένα σχήμα. Για να σχεδιάσετε το εσωτερικό των σχημάτων πατήστε το κουμπί «Γέμισμα».

Χωρίστε το ορθογώνιο σε τρία ίσα μέρη και σχεδιάστε τα $\frac{2}{3}$ αυτού. Χωρίστε και πάλι το νέο ορθογώνιο σε τέσσερα ίσα μέρη. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα στιγμιότυπο από το σχεδιασμό του ζητούμενο σχήματος. Όπως φαίνεται, το δεύτερο σχήμα είναι ίσο με τα $\frac{2}{3}$ του αρχικού ορθογωνίου. Αυτό χωρίστηκε σε τέσσερα ίσα μέρη. Καθένα από τα κομμάτια αυτά αποτελεί το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{3}$ του ορθογωνίου. Δηλαδή το μέρος αυτό αντιστοιχεί στα $\frac{2}{12}$ του αρχικού σχήματος.



Από τις πράξεις που έγιναν βρήκαμε τα $\frac{2}{3}$ του αρχικού σχήματος και στη συνέχεια το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{3}$ του αρχικού σχήματος. Έτσι βρήκαμε τα $\frac{2}{12}$ του αρχικού σχήματος. Με άλλα λόγια, κάναμε τη διαίρεση $\frac{2}{3} : 4$. Το αποτέλεσμα είναι ίσο με $\frac{2}{12}$.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟ ΚΛΑΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να βρουν ένα κλάσμα μεγαλύτερο ενός δεδομένου κλάσματος και κατόπιν αυτού να βρουν ένα κλάσμα το οποίο να βρίσκεται μεταξύ δύο άλλων κλασμάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τους κανόνες σύγκρισης κλασμάτων για την επίλυση σχετικών προβλημάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να αναζητήσουν ένα κλάσμα μεγαλύτερο ενός δεδομένου και στη δεύτερη να βρουν ένα κλάσμα που βρίσκεται ανάμεσα σε δύο άλλα κλάσματα.

Φάση 1: Οι μαθητές χρησιμοποιούν το λογισμικό «Μπάρες» για να απαντήσουν στο πρώτο ερώτημα. Μία απάντηση είναι το κλάσμα $13/13$ ή ένα δεύτερο κλάσμα μεγαλύτερο της μονάδας. Ωστόσο ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει και δεύτερο κλάσμα μεγαλύτερο του $12/13$, αλλά μικρότερο της μονάδας. Όσον αφορά τη δεύτερη περίπτωση, οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι πρέπει να χωρίσουν την μπάρα σε περισσότερα από 13 ίσα τμήματα, ώστε να μπορέσουν να επιλέξουν ένα κλάσμα μεγαλύτερο του $12/13$. Για παράδειγμα, το κλάσμα $13/14$ είναι μεγαλύτερο από το $12/13$.

Φάση 2: Οι μαθητές χρησιμοποιούν το λογισμικό «Μπάρες» για να εμφανίσουν τα κλάσματα $7/8$ και $9/11$ και στη συνέχεια αναζητούν σε μια άλλη μπάρα ένα μέρος της που να είναι ανάμεσα στα δυο κλάσματα. Το λογισμικό «Μπάρες» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για να υπολογίσουν το ζητούμενο κλάσμα. Στη συνέχεια καλούνται να επιβεβαιώσουν τη σχέση μετατρέποντας και τα τρία κλάσματα σε ομώνυμα. Για παράδειγμα, αν με τη βοήθεια του λογισμικού βρουν ότι το ζητούμενο κλάσμα είναι το $10/12$, οπότε ισχύει η σχέση: $9/11 < 10/12 < 7/8$, τότε για τα τρία κλάσματα, όταν γίνουν ομώνυμα, θα ισχύει η σχέση: $216/264 < 220/264 < 231/264$.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται κλάσματα μεγαλύτερα του $12/13$ ή αναζητούν τα κλάσματα που βρίσκονται ανάμεσα στα $7/8$ και $9/11$.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Μπάρες» για να απαντήσουν στα ερωτήματα ή να επιβεβαιώσουν τους κανόνες που εφάρμοσαν κατά την επίλυση του προβλήματος.

ΠΟΙΟ ΚΛΑΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να βρείτε ένα κλάσμα μεγαλύτερο του $12/13$;

Μπορείτε να βρείτε ένα κλάσμα που να βρίσκεται ανάμεσα στα κλάσματα $7/8$ και $9/11$;

Μπόνες:	<input type="text"/>	0 / 0
6	<input type="text"/>	0 / 0
Δημιουργία	<input type="text"/>	0 / 0
Τμήματα:	<input type="text"/>	0 / 0
6	<input type="text"/>	0 / 0
Χώρισε	<input type="text"/>	0 / 0
ή Εμφάνιση αριθμών	<input type="text"/>	0 / 0
ή Πίνακας		
-	+	
Επανάφορα		

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΙΟ ΚΛΑΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στο λογισμικό «Μπάρες» μπορείτε:

- Να πληκτρολογείτε όσες μπάρες χρειάζεστε, δίνοντας την εντολή «Δημιουργία».
- Να χωρίζετε μία μπάρα στα τμήματα που θέλετε, δίνοντας την εντολή «Χώρισε».
- Να εμφανίζετε τους κλασματικούς αριθμούς στο τέλος κάθε μπάρας, δίνοντας την εντολή «Εμφάνιση Αριθμών».
- Να προσθέτετε ή να αφαιρείτε μια μπάρα με τα πλήκτρα «+» ή «-».
- Να κάνετε κλικ πάνω σε κάθε μπάρα και να επιλέγετε ένα μέρος της.
- Να επαναφέρετε το λογισμικό στην αρχική του μορφή, δίνοντας την εντολή «Επαναφορά».

Χρησιμοποιήστε το λογισμικό «Μπάρες» και σχηματίστε τα κλάσματα που θέλετε να συγκρίνετε. Σχηματίστε το κλάσμα $\frac{7}{8}$ στην πρώτη μπάρα και το κλάσμα $\frac{9}{11}$ στην τρίτη. Χωρίστε τη μεσαία μπάρα κατάλληλα, ώστε να βρείτε ένα κλάσμα ανάμεσα στα δύο προηγούμενα.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΛΕΙΠΟΥΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να προσδιορίσουν τους δεκαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης μίας αριθμογραμμής.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

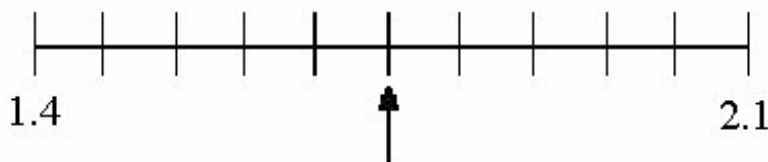
- Να κάνουν εκτιμήσεις για τους δεκαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης μίας αριθμογραμμής.
- Να υπολογίσουν, με τη βοήθεια του συστήματος γραφής δεκαδικών αριθμών, τους αριθμούς εκείνους που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης ενός διαστήματος δεκαδικών αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν τον αριθμό που αντιστοιχεί στο βέλος μιας δεδομένης εικόνας και στη συνέχεια τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα άλλα σημεία διαίρεσης.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην εύρεση των αριθμών που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης της αριθμογραμμής.



Το λογισμικό «Αριθμογραμμή» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα με τους αριθμούς που πρέπει να τοποθετήσουν στα άκρα της, ώστε να είναι χωρισμένη σε έναν ορισμένο αριθμό ίσων διαστημάτων και να εμφανίζεται ένας συγκεκριμένος αριθμός σε κάποιο σημείο της διαίρεσης της.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται διαστήματα δεκαδικών αριθμών, τα οποία έχουν χωρίσει σε διάφορα ίσα μέρη, και υπολογίζουν τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσής τους.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Αριθμογραμμή», όπως περιγράφονται στην παράγραφο: «Οργάνωση της τάξης».

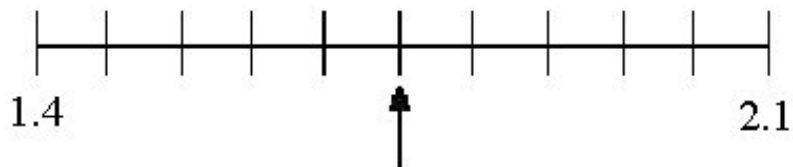
1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση για να δημιουργήσουν διάφορες σειρές αριθμών ανάμεσα σε άλλους αριθμούς.

ΠΟΙΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΛΕΙΠΟΥΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στην παρακάτω εικόνα ποιοι αριθμοί πρέπει να τοποθετηθούν: (1) στο σημείο που δείχνει το βέλος και (2) στα υπόλοιπα σημεία διαίρεσης;



The image shows a digital workspace for the problem. It features a number line from 1.4 to 2.1 with 10 intervals. There are 10 empty ovals, one above each interval, and 10 empty boxes, one below each interval. At the bottom, there is a control panel with the following elements: "Χώρισε σε: 10" (with a text input field containing "10"), "ίσα μέρη", a "Χώρισε" button, an "Εμφάνισε" button, a right arrow button, and a checked checkbox labeled "Ήχος".

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΙΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΛΕΙΠΟΥΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην αριθμογραμμή μπορείτε:

1. Να πληκτρολογείτε τους αριθμούς που θέλετε στα ορθογώνια κουτάκια.
2. Να πληκτρολογείτε δεκαδικούς αριθμούς.
3. Να χωρίζετε τη γραμμή σε όσα μέρη θέλετε, δίνοντας την εντολή «Χώρισε».
4. Να εμφανίζετε στα οβάλ κουτάκια τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης, δίνοντας την εντολή «Εμφάνισε».
5. Να εμφανίζετε έναν έναν τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα οβάλ κουτάκια, δίνοντας την εντολή «>».

Σκεφτείτε τα εξής: Ποιοι αριθμοί αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης, αν τοποθετήσετε στα άκρα τους αριθμούς 14 και 21;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΒΡΕΙΤΕ ΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΠΟΥ ΛΕΙΠΟΥΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να προσδιορίσουν τους φυσικούς αριθμούς που λείπουν από μία αριθμογραμμή. Θα πρέπει, λοιπόν, να χωρίσουν την αριθμογραμμή κατάλληλα, ώστε να εντοπίσουν τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα κουτάκια του δεδομένου σχήματος.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

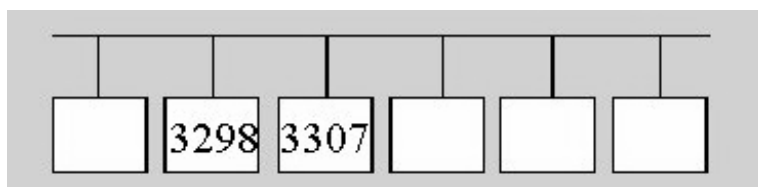
Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κάνουν εκτιμήσεις για τους φυσικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης μιας αριθμογραμμής.
- Να υπολογίσουν, με τη βοήθεια του συστήματος γραφής φυσικών αριθμών, τους αριθμούς εκείνους που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης ενός διαστήματος φυσικών αριθμών.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη για διαφορετική μονάδα διαίρεσης ενός διαστήματος, ανάλογα με τους αριθμούς που πρέπει να αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν τους φυσικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα κενά κουτάκια μιας δεδομένης αριθμογραμμής.

Όσον αφορά τη δραστηριότητα αυτή, αναμένεται να υπολογίσουν τη διαφορά των δύο αριθμών $3.307 - 3.298 = 9$ την οποία και θα χρησιμοποιήσουν για να προσδιορίσουν τόσο τους προηγούμενους όσο και τους επόμενους αριθμούς. Μπορούν ωστόσο να χρησιμοποιήσουν το λογισμικό, όπου θα κάνουν δοκιμές και πειράματα, έως ότου βρουν τους ζητούμενους αριθμούς, και στη συνέχεια να σκεφτούν έναν τρόπο γενίκευσης, όπως αυτός που προηγήθηκε.



Το λογισμικό «Αριθμογραμμή» τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα, κατά τη διάρκεια των οποίων θα διαπιστώσουν ότι μπορούν να χωρίζουν την αριθμογραμμή σε όσα μέρη θέλουν και να τοποθετούν διάφορους αριθμούς στα άκρα της.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται διαστήματα δεκαδικών αριθμών, τα οποία έχουν χωρίσει σε διάφορα ίσα μέρη, και, σύμφωνα με τη διαφορά των δύο διαδοχικών αριθμών, υπολογίζουν τους αριθμούς που λείπουν.

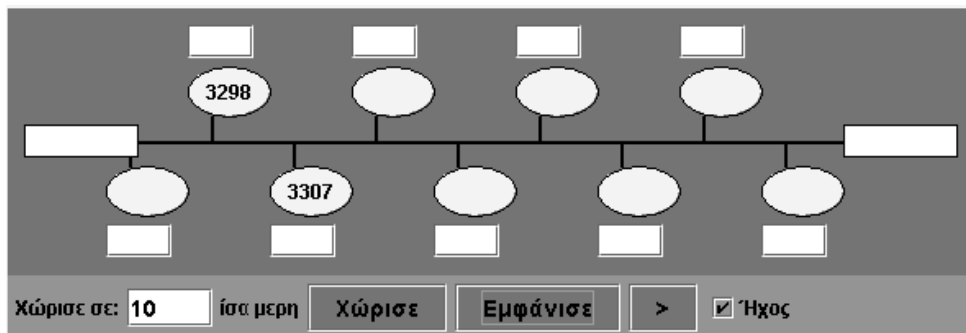
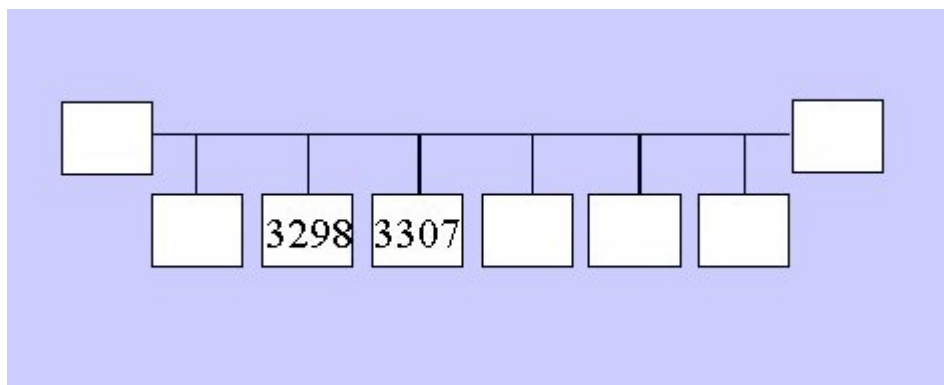
1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Αριθμογραμμή», πληκτρολογώντας στα άκρα της τους αριθμούς που θέλουν, καθώς και να χωρίζουν το τμήμα της αριθμογραμμής σε όσα, ίσα, μέρη επιθυμούν.

ΒΡΕΙΤΕ ΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΠΟΥ ΛΕΙΠΟΥΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Με ποιους αριθμούς πρέπει να συμπληρωθούν τα άδεια κουτάκια στην παρακάτω εικόνα;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΒΡΕΙΤΕ ΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΠΟΥ ΛΕΙΠΟΥΝ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Στην αριθμογραμμή μπορείτε:

1. Να πληκτρολογείτε τους αριθμούς που θέλετε στα ορθογώνια κουτάκια.
2. Να χωρίζετε τη γραμμή σε όσα μέρη θέλετε, δίνοντας την εντολή «Χώρισε».
3. Να εμφανίζετε στα οβάλ κουτάκια τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης, δίνοντας την εντολή «Εμφάνισε».
4. Να εμφανίζετε έναν έναν τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα οβάλ κουτάκια, δίνοντας την εντολή «>».

Επιλέξτε στην αριθμογραμμή το πλήθος των σημείων διαίρεσης, καθώς και τους φυσικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα άκρα της.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 5

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού ενός κανόνα σχετικού με το τελευταίο ψηφίο του αποτελέσματος που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό φυσικών αριθμών με το 5. Καλούνται, λοιπόν, σε μερικά παραδείγματα πολλαπλασιασμού με το 5, να παρατηρήσουν το γινόμενο τους και να εκφράσουν λεκτικά έναν κανόνα για το τελευταίο ψηφίο του. Κατόπιν θα πρέπει να εξετάσουν αν ισχύει ο ίδιος κανόνας και για άλλους φυσικούς αριθμούς και να εξηγήσουν το φαινόμενο αυτό με τη βοήθεια του λογισμικού «Πολλαπλασιασμός».

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να ερευνήσουν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού με το 5 και αναζητήσουν ένα μοτίβο στο αποτέλεσμα.
- Να εξηγήσουν το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν με τη βοήθεια των εκφράσεων του πολλαπλασιασμού.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον πολλαπλασιασμό του 5 με ένα μονοψήφιο ή διψήφιο φυσικό αριθμό.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το γινόμενο που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του 5 με διάφορους άρτιους και περιττούς μονοψήφιους φυσικούς αριθμούς, να διατυπώσουν ένα σχετικό κανόνα και να εξετάσουν αν επαληθεύεται και για άλλους φυσικούς αριθμούς. Στη δεύτερη φάση θα πρέπει να εξηγήσουν το μοτίβο αυτό.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον πολλαπλασιασμό του 5 με μονοψήφιους και διψήφιους φυσικούς αριθμούς. Κατόπιν εξετάζουν το αποτέλεσμα που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό άρτιων και από τον πολλαπλασιασμό περιττών μονοψηφίων αριθμών με το 5. Αυτό που θα παρατηρήσουν είναι ότι κάθε φορά που πολλαπλασιάζουν άρτιους μονοψηφίους αριθμούς με το 5, το αποτέλεσμα τελειώνει σε 0, ενώ κάθε φορά που πολλαπλασιάζουν περιττούς μονοψηφίους, το αποτέλεσμα τελειώνει σε 5. Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τα ερωτήματα του πειραματισμού, παρακινώντας τους μαθητές να δοκιμάσουν όλους τους μονοψηφίους και αρκετούς διψήφιους αριθμούς και να καταγράψουν ποιοι επαληθεύουν τη μία ή την άλλη περίπτωση στον παραπάνω κανόνα. Το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός» τους δίνει τη δυνατότητα να μεταφέρουν στα άλλα πλαίσια το γινόμενο που προκύπτει κάθε φορά και να το συσχετίζουν με τους δύο αριθμούς που πολλαπλασίασαν. Ιδιαίτερα η μεταφορά στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση» μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να διατυπώσουν μια εξήγηση του κανόνα στον οποίο κατέληξαν. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα, καθώς και η αναπαράσταση στα άλλα πλαίσια, τους χρησιμεύει στο να διαπιστώσουν το γεγονός ότι δύο πεντάδες σχηματίζουν μία δεκάδα.

Φάση 2: Οι μαθητές σχολιάζουν και προσπαθούν να εξηγήσουν το μοτίβο που παρατήρησαν. Ο εκπαιδευτικός τους παροτρύνει να λάβουν υπόψη και το γεγονός ότι η παραπάνω κατάσταση συνέβη, επειδή οι πολλαπλασιασμοί τους ήταν με το 5, το οποίο αποτελεί το μισό της δεκάδας.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την εύρεση ενός κανόνα, τον οποίο καλούνται να εξηγήσουν και να διατυπώσουν λεκτικά. Με τον τρόπο αυτό διαπιστώνουν ότι ο κανόνας οφείλεται στο γεγονός ότι 1 δεκάδα είναι ίση με 2 πεντάδες. Έτσι, στην περίπτωση των άρτιων αριθμών όλες οι μονάδες του αριθμού μετατρέπονται σε δεκάδες, χωρίς να περισσεύουν μονάδες. Για παράδειγμα, για τον αριθμό 6, το γινόμενο 5×6 γράφεται ως άθροισμα:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = (5 + 5) + (5 + 5) + (5 + 5) = 10 + 10 + 10 = 30$$

Επίσης, στην περίπτωση των περιττών αριθμών, όλες οι μονάδες του αριθμού μετατρέπονται σε δεκάδες, ενώ περισσεύει και 1 πεντάδα. Για παράδειγμα, για τον αριθμό 7, το γινόμενο 5×7 γράφεται ως άθροισμα:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = (5 + 5) + (5 + 5) + (5 + 5) + 5 = 10 + 10 + 10 + 5 = 30 + 5 = 35$$

Η ιδιότητα αυτή, όπως εύκολα θα διαπιστώσουν, ισχύει και για διψήφιους ή μεγαλύτερους φυσικούς αριθμούς.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 5

2. Φύλλο εργασίας

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε κάθε φορά που πολλαπλασιάζετε φυσικούς αριθμούς με το 5 να υπολογίζετε το τελευταίο ψηφίο του γινομένου τους, χωρίς να κάνετε την πράξη;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 5

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον πολλαπλασιασμό φυσικών αριθμών που δεν υπερβαίνουν το 90. Σε όλα τα κουτάκια μπορούν να πληκτρολογηθούν αριθμοί. Το κουμπί «Έλεγχος» σας επιτρέπει να ελέγξετε αν έχετε κάνει σωστά την επιλογή σας. Δηλαδή αν έχετε πληκτρολογήσει τους κατάλληλους αριθμούς στα διάφορα κουτάκια και αν είναι σωστοί οι υπολογισμοί σας.

Η επιλογή σας δεν θα είναι σωστή αν:

1. Στο πλαίσιο «Ο πολλαπλασιασμός ως άθροισμα» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το άθροισμα.
2. Στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το τελικό άθροισμα ή δεν έχετε αναλύσει σωστά το δεύτερο παράγοντα.
3. Στο πλαίσιο «Κάθετος πολλαπλασιασμός» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το τελικό αποτέλεσμα ή αν δεν έχετε αναλύσει σωστά το δεύτερο παράγοντα σε μονάδες και δεκάδες.

Χρησιμοποιήστε το λογισμικό της σελίδας. Υπολογίστε στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» τα γινόμενα του 5 και μεταφέρετε την κατάσταση και στα υπόλοιπα πλαίσια. Κάντε δοκιμές πρώτα με μονοψήφιους και μετά με διψήφιους αριθμούς. Παρατηρήστε προσεκτικά τα γινόμενα: $5 \times 4 = 20$, $5 \times 6 = 30$.

Το αποτέλεσμα που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό άρτιων αριθμών με το 5 έχει 0 μονάδες, ενώ το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού περιττών αριθμών με το 5 έχει 5 μονάδες. Η κατάσταση αυτή ισχύει για διψήφιους και τριψήφιους φυσικούς αριθμούς; Πώς εξηγείται;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΣ Ο ΜΙΚΡΟΤΕΡΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να σχηματίσουν με δώδεκα κέρματα στον κερματοδέκτη το μεγαλύτερο και το μικρότερο τριψήφιο αριθμό.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διακρίνουν την αξία των ψηφίων στις διαφορετικές θέσεις.
- Να κατανοήσουν τη σημασία της διαφορετικής αξίας που μπορεί να αποκτήσει μια μονάδα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μια φάση. Οι μαθητές έχουν στη διάθεσή τους δώδεκα νομίσματα για να τα τοποθετήσουν στις τρεις θέσεις του κερματοδέκτη και να σχηματίσουν το μικρότερο και το μεγαλύτερο φυσικό αριθμό.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην εύρεση του μεγαλύτερου αριθμού που μπορούν να σχηματίσουν με το 12. Αναμένεται δε να αναπτύξουν στρατηγικές για την εύρεση του μεγαλύτερου και του μικρότερου φυσικού αριθμού, οι οποίες θα είναι ανάλογες με αυτές της δραστηριότητας «Αριθμοί με 25 κέρματα».

Στη δραστηριότητα αυτή, αν και αποτελεί επανάληψη της δραστηριότητας «Εξερευνώ και μαθαίνω: Αριθμοί με 25 κέρματα» και έχει τους ίδιους στόχους, οι μαθητές μπορούν με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού να κάνουν ένα παραπάνω βήμα και να αναπτύξουν στρατηγικές διερεύνησης για την αναζήτηση αριθμών που έχουν μία ή περισσότερες ιδιότητες (όπως συμβαίνει εδώ, όπου ζητείται να βρουν έναν αριθμό με άθροισμα ψηφίων 12, ο οποίος θα είναι ο μεγαλύτερος –ή ο μικρότερος– δυνατός). Ωστόσο ο εκπαιδευτικός μπορεί να θέσει και άλλα ερωτήματα, π.χ. *Πόσα κέρματα χρειάζεται να έχετε στον κερματοδέκτη, ώστε ο μεγαλύτερος και ο μικρότερος τριψήφιος που μπορείτε να σχηματίσετε να έχουν διαφορά 891;* Τέτοια προβλήματα βοηθούν τους μαθητές να πειραματίζονται με τα μαθηματικά, που γνωρίζουν, στο πλαίσιο ενός λογισμικού, όπως ο «Κερματοδέκτης». Η διαδικασία αυτή τους βοηθά να διατυπώνουν και να ελέγχουν τις εικασίες τους, όπως και να καταλήγουν σε προσωπικά συμπεράσματα τα οποία θα διατυπώνουν στην τάξη, με αποτέλεσμα να αποκτούν μία θετική στάση απέναντι στα ίδια τα μαθηματικά, γεγονός που θα τους χρησιμεύσει στο μαθησιακό τους μέλλον.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αξία των ψηφίων με τη βοήθεια του κερματοδέκτη. Το λογισμικό «Κερματοδέκτης» τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματιστούν με το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, ενώ η συμβολική αναπαράσταση τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των κερμάτων στις διάφορες θέσεις του κερματοδέκτη με τα ψηφία των αριθμών.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Κερματοδέκτης», τοποθετώντας κέρματα στις διάφορες θέσης του, ώστε να αναπαριστάνουν φυσικούς αριθμούς με κάποια ιδιότητα.

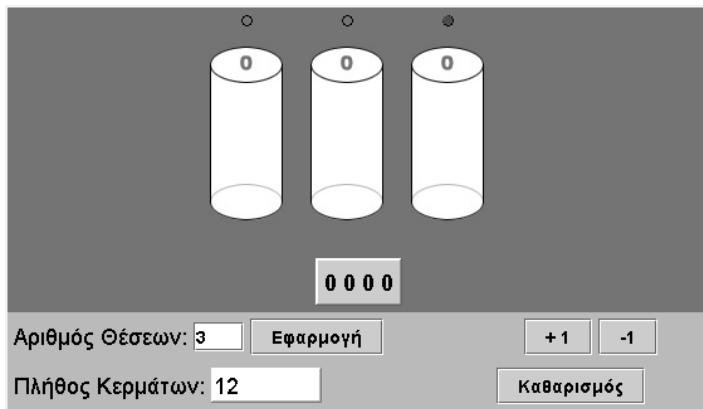
1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με διάφορα κέρματα και να σχηματίσουν διάφορους φυσικούς αριθμούς.

ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΣ Ο ΜΙΚΡΟΤΕΡΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος τριψήφιος φυσικός αριθμός που μπορείτε να σχηματίσετε με δώδεκα κέρματα στον κερματοδέκτη με τρεις θέσεις;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΣ Ο ΜΙΚΡΟΤΕΡΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Στον κερματοδέκτη μπορείτε:

1. Να πληκτρολογείτε όσες θέσεις επιθυμείτε να έχετε.
2. Να πληκτρολογείτε στο λευκό κουτί το διαθέσιμο αριθμό νομισμάτων.
3. Να επαναφέρετε τον κερματοδέκτη στην αρχική του μορφή, δίνοντας την εντολή «Καθαρισμός».
4. Να επιλέγετε με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού τη θέση του κερματοδέκτη στην οποία θα προσθέσετε νομίσματα.
5. Να προσθέτετε ή να αφαιρείτε νομίσματα σε μια θέση με τα πλήκτρα «+» ή «-».
6. Να παρατηρείτε την αξία που αποκτούν τα νομίσματα, όταν τοποθετούνται σε συγκεκριμένη θέση, περνώντας το πλήκτρο πάνω από τα μικρά κυκλάκια.
7. Να έχετε μέχρι εννέα κέρματα σε κάθε θέση.

Κάντε πειράματα με τον κερματοδέκτη. Επιλέξτε το πλήθος των θέσεων και τοποθετήστε στις ανάλογες θέσεις τα κέρματα που χρειάζονται.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 9 *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού ενός κανόνα που αφορά το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού φυσικών αριθμών με το 9. Καλούνται, λοιπόν, να παρατηρήσουν ότι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού μπορεί να υπολογιστεί αν ο αριθμός πολλαπλασιαστεί με το 10 και από το αποτέλεσμα αφαιρεθεί ο ίδιος ο αριθμός. Κατόπιν να εξηγήσουν τον κανόνα στον οποίο κατέληξαν.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να ερευνήσουν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού με το 9 και να αναζητήσουν κανόνες σχετικούς με αυτό.
- Να εξηγήσουν το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν με τη βοήθεια των εκφράσεων του πολλαπλασιασμού.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον πολλαπλασιασμό του 9 με μονοψήφιο ή διψήφιο φυσικό αριθμό.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το γινόμενο του 9 με διάφορους μονοψήφιους και διψήφιους φυσικούς αριθμούς και να εξετάσουν αν μπορούν να διατυπώσουν έναν κανόνα σχετικό με τον από μνήμης υπολογισμό του αποτελέσματος. Στη δεύτερη φάση θα πρέπει να εξηγήσουν τον κανόνα στον οποίο κατέληξαν.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του 9 με μονοψήφιους και διψήφιους φυσικούς αριθμούς. Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τα ερωτήματα του πειραματισμού, παρακινώντας τους μαθητές να δοκιμάσουν όλους τους μονοψήφιους και αρκετούς διψήφιους φυσικούς αριθμούς και να καταγράψουν όσους επαληθεύουν το μοτίβο. Το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός» τους δίνει τη δυνατότητα να μεταφέρουν στα άλλα πλαίσια το γινόμενο που προκύπτει κάθε φορά, ώστε να παρατηρούν τις μονάδες και τις δεκάδες του αποτελέσματος και να τις συσχετίζουν με τον αριθμό που πολλαπλασιάζουν. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα, καθώς και η αναπαράσταση στα άλλα πλαίσια, τους χρησιμεύει στο να διαπιστώσουν το γεγονός ότι από την πρόσθεση του 9 με το 1 σχηματίζεται 1 δεκάδα, γεγονός που θα τους βοηθήσει να επινοήσουν το ζητούμενο κανόνα.

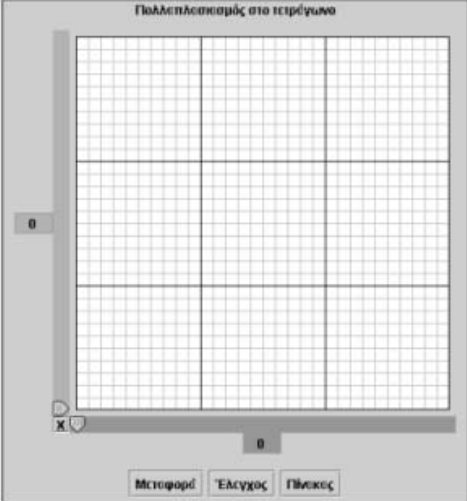


* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι΄ αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 9

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε κάθε φορά που πολλαπλασιάζετε φυσικούς αριθμούς με το 9 να υπολογίζετε το γινόμενο τους με το νου σας;

<p>Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο</p> 	<p>Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση</p> <p>9 X 9 =</p> 
<p>Οριζόντιος πολλαπλασιασμός</p> $9 \times 9 = 9 \times (9 + 0)$ $= 9 \times 9 + 9 \times 0$ $= 81 + 0$ $= 81$ <p>Μιστοφορέ Έλεγχος Γίνεκος</p>	<p>Κετακόρυφος Πολλαπλασιασμός</p> 

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 9

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» επιλέξτε το 9 στο γαλάζιο τετραγωνίδιο και το 4 ή το 48 στο πράσινο. Παρατηρήστε με προσοχή τα γινόμενα: $9 \times 4 = 36$, $9 \times 48 = 432$. Το αποτέλεσμα και στις δύο περιπτώσεις μπορεί να υπολογιστεί ως αφαίρεση. Δηλαδή, $9 \times 4 = 40 - 4 = 36$ και $9 \times 48 = 480 - 48 = 432$.

Στην πρώτη περίπτωση ισχύει η ισότητα:

$$9 \times 4 = 9 + 9 + 9 + 9 = 10 - 1 + 10 - 1 + 10 - 1 + 10 - 1 = 10 \times 4 - 4 = 40 - 4$$

Στη δεύτερη περίπτωση ισχύουν ανάλογα αποτελέσματα.

Ο κανόνας αυτός ισχύει για όλους τους μονοψήφιους και διψήφιους φυσικούς αριθμούς; Πώς εξηγείται;

Ένα ακόμα παράδειγμα: Στα δύο πλαίσια της παρακάτω εικόνας παρουσιάζεται το γινόμενο $9 \times 15 = 135$. Πόσες μονάδες χρειάζονται για να συμπληρώσετε τις στήλες των 9 και να τις μετατρέψετε σε δεκάδες; Για να είναι το αποτέλεσμα σωστό, πόσες μονάδες θα πρέπει στη συνέχεια να αφαιρέσετε από τις δεκάδες που σχηματίσατε;

Παρατηρήστε προσεκτικά το πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός με άθροισμα». Ισχύει η ισότητα:

$$\begin{aligned} 9 \times 15 &= 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = \\ &(9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + \\ &(9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) + (9 + 1) - 15 = \\ 10 \times 15 - 15 &= 150 - 15 = 135 \end{aligned}$$

Έτσι υπολογίσαμε το τελικό αποτέλεσμα με δεκάδες και μονάδες. Μπορείτε να επαναλάβετε τη διαδικασία και για άλλα γινόμενα του 9 με διψήφιο αριθμό; Ποιος κανόνας ισχύει σε αυτές τις περιπτώσεις;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 11 *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να προσδιορίσουν και να εξηγήσουν έναν κανόνα με τον οποίο να υπολογίζουν με το νου τους το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού φυσικών αριθμών με το 11. Με άλλα λόγια, θα πρέπει να αιτιολογήσουν γιατί το αποτέλεσμα του γινομένου, που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό φυσικών αριθμών με το 11, μπορεί να υπολογιστεί πολλαπλασιάζοντας έναν αριθμό με το 10 και προσθέτοντας στο γινόμενο τους τον ίδιο αριθμό.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να ερευνήσουν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού με το 11 και να αναζητήσουν σε αυτό ένα σχετικό κανόνα.
- Να εξηγήσουν το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν με τη βοήθεια των εκφράσεων του πολλαπλασιασμού.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τον πολλαπλασιασμό του 11 με μονοψήφιο ή διψήφιο φυσικό αριθμό.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το γινόμενο του 11 με διάφορους μονοψήφιους και διψήφιους φυσικούς αριθμούς και να εξετάσουν αν επαληθεύεται ένας κανόνας νοερού υπολογισμού του αποτελέσματος, τον οποίο στη συνέχεια θα διατυπώσουν. Στη δεύτερη φάση θα πρέπει να εξηγήσουν τον κανόνα στον οποίο κατέληξαν.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του 11 με μονοψήφιους και διψήφιους φυσικούς αριθμούς. Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τα ερωτήματα του πειραματισμού, παρακινώντας τους μαθητές να δοκιμάσουν όλους τους μονοψήφιους φυσικούς και αρκετούς διψήφιους αριθμούς και να εξετάσουν αν ισχύει κάποιος κανόνας υπολογισμού του αποτελέσματος. Το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός» τους δίνει τη δυνατότητα να μεταφέρουν στα άλλα πλαίσια το γινόμενο που προκύπτει κάθε φορά, να παρατηρούν τις μονάδες και τις δεκάδες του αποτελέσματος και να τις συσχετίζουν με τον αριθμό που πολλαπλασιάζουν. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα, καθώς και η αναπαράσταση στα άλλα πλαίσια, τους χρησιμεύει στο να διαπιστώσουν το γεγονός ότι ο αριθμός 11 αποτελείται από 1 δεκάδα και 1 μονάδα. Οι μαθητές αρχικά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό ενός μονοψήφιου αριθμού με το 11 είναι ένας

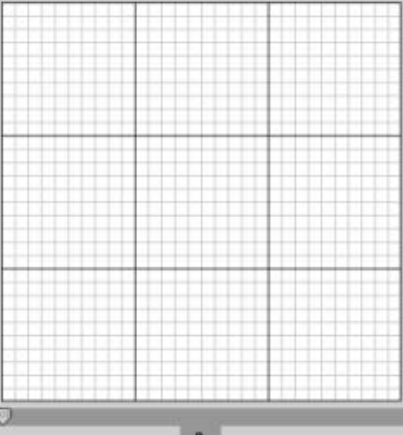
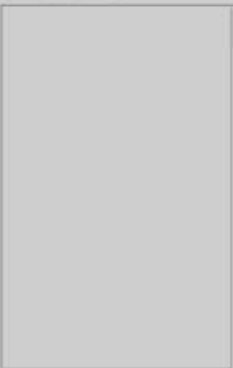
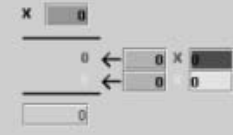
* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 11

2. Φύλλο εργασίας

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε κάθε φορά που πολλαπλασιάζετε φυσικούς αριθμούς με το 11 να υπολογίζετε το γινόμενο τους με το νου σας

<p>Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο</p>  <p>Μιστοφορέ Έλεγχος Πίνακας</p>	<p>Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση</p> <p>0 X 0 =</p>  <p>= 0</p> <p>Μιστοφορέ Έλεγχος Πίνακας</p>
<p>Οριζόντιος πολλαπλασιασμός</p> $0 \times 0 = 0 \times (0 + 0)$ $= 0 \times 0 + 0 \times 0$ $= 0 + 0$ $= 0$ <p>Μιστοφορέ Έλεγχος Πίνακας</p>	<p>Κετακόρυφος Πολλαπλασιασμός</p>  <p>Μιστοφορέ Έλεγχος Πίνακας</p>

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΤΟ 11**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Χρησιμοποιήστε το λογισμικό της σελίδας. Υπολογίστε τα γινόμενα του 11 στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» και μεταφέρετε την κατάσταση και στα υπόλοιπα πλαίσια. Κάντε δοκιμές πρώτα με μονοψήφιους και μετά με διψήφιους αριθμούς. Όπως παρατηρείτε:

$11 \times 4 = 44$ (δηλαδή, το ψηφίο 4 επαναλαμβάνεται δυο φορές)

Εξετάστε αν αυτό ισχύει και για άλλους μονοψήφιους φυσικούς αριθμούς.
Εξετάστε αν ισχύει ο ίδιος κανόνας και για τους διψήφιους φυσικούς αριθμούς.
Δείτε τις παρακάτω περιπτώσεις:

$11 \times 11 = 121$ (δηλαδή, $121 = 110 + 11$)

$12 \times 11 = 132$ (δηλαδή, $132 = 120 + 12$)

Ισχύει ο ίδιος κανόνας και για τις άλλες περιπτώσεις διψήφιων φυσικών αριθμών;

Πώς εξηγείτε ότι το γινόμενο κάθε περίπτωσης είναι ίσο με το άθροισμα του αριθμού, όταν σε αυτό προστεθεί το γινόμενό του επί 10; Παρατηρήστε τα γινόμενα στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο» και κάντε μεταφορά στα άλλα πλαίσια.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΤΟΣ 1997 *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να εκφράσουν όσους φυσικούς αριθμούς από το 1 έως το 100 μπορούν, με τη βοήθεια του λογισμικού «Χαλασμένος υπολογιστής». Έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν μόνο τα ψηφία του έτους 1997 (το 7 και 1 υποχρεωτικά μία φορά και το 9 δύο φορές), των τεσσάρων πράξεων, καθώς και τα σύμβολα των δύο παρενθέσεων. Με αυτό τον τρόπο μπορούν να λύσουν μικρά προβλήματα έκφρασης των αριθμών, κάνοντας σωστή εφαρμογή των πράξεων. Ο «Χαλασμένος υπολογιστής» επιτρέπει στους μαθητές να προσομοιώνουν αυτή την κατάσταση και να πειραματίζονται πάνω στην εύρεση της ζητούμενης έκφρασης των αριθμών. Η αξία αυτής της δραστηριότητας έγκειται στην επίλυση διαφόρων προβλημάτων στα οποία απαιτείται η ανάλυση ενός προβλήματος σε επιμέρους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναλύσουν ένα φυσικό αριθμό ως αποτέλεσμα πράξεων μεταξύ των τεσσάρων ψηφίων του έτους 1997.
- Να εκφράσουν κάθε αριθμό χρησιμοποιώντας περιορισμένο αριθμό ψηφίων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα - σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι ίδιοι ορίζουν ένα σύστημα μέτρησης και έκφρασης διαφόρων αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν μόνο τα ψηφία 1, 9, 9 και 7, τις τέσσερις πράξεις και τις δύο παρενθέσεις, προκειμένου να εκφράσουν όσο περισσότερους φυσικούς αριθμούς από το 1-100 μπορούν.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην έκφραση φυσικών αριθμών χρησιμοποιώντας υποχρεωτικά τα ψηφία 1, 9, 9, 7 του έτους 1997, από μία φορά, τις τέσσερις πράξεις και τις δύο παρενθέσεις - δραστηριότητα που μπορούν να αναπτύξουν με πολλούς τρόπους. Για παράδειγμα:

$$(9 - 9) : 17 = 0, 9 + 9 - 17 = 1$$
$$(9 + 7) : (9 - 1) = 2 \text{ κτλ.}$$

Ο εκπαιδευτικός τους ενθαρρύνει να εκφράσουν τους αριθμούς με διάφορους τρόπους. Ωστόσο, οι μαθητές δεν μπορούν να εκφράσουν όλους τους αριθμούς με τη βοήθεια μόνο των τεσσάρων πράξεων, των δύο παρενθέσεων και των ψηφίων του έτους 1997.

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται μερικές απαντήσεις. Όταν οι μαθητές μάθουν να χρησιμοποιούν και άλλες πράξεις (π.χ. δυνάμεις), θα μπορούν να συμπληρώσουν σε μεγαλύτερη έκταση τον παρακάτω πίνακα. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι απαντήσεις που έχουν δοθεί είναι ενδεικτικές και πολλοί αριθμοί μπορούν να εκφραστούν και με άλλους συνδυασμούς πράξεων και ψηφίων.

Αριθμός	Ισότητα	Αριθμός	Ισότητα	Αριθμός	Ισότητα
0	$(9 - 9) : 17$	36	;	72	$1 \times 9 + 9 \times 7$
1	$9 + 9 - 17$	37	;	73	$(9 \times 9) - 7 - 1$
2	$(9 + 7) : (9 - 1)$	38	$19(9 - 7)$	74	$(9 \times 9) - (7 \times 1)$
3	$19 - 9 - 7$	39	;	75	$(9 \times 9) - 7 + 1$
4	$(19 + 9) : 7$	40	;	76	;
5	$7 - 1 - 9 : 9$	41	;	77	;
6	$9 - 9 + 7 - 1$	42	;	78	$97 - 19$
7	$1 \times 9 - 9 + 7$	43	;	79	;
8	$9 - 9 + 7 + 1$	44	$- 19 + (9 \times 7)$	80	;
9	$1 + 9 : 9 + 7$	45	$(7 - 1) \times 9 - 9$	81	;
10	$9 - 7 - 1 + 9$	46	;	82	$19 + (9 \times 7)$
11	$(1 \times 9) + 9 - 7$	47	;	83	$(1 + 9)(9) - 7$
12	$9 - 7 + 9 + 1$	48	;	84	;
13	;	49	;	85	;
14	;	50	;	86	;
15	;	51	;	87	$97 - 1 - 9$
16	$-(1 - 9)(9 - 7)$	52	;	88	$97 - (9 \times 1)$
17	$19 - 9 + 7$	53	$- 1 - 9 + (9 \times 7)$	89	$97 - 9 + 1$
18	$(1 \times 9)(9 - 7)$	54	$9 \times 7 - (1 \times 9)$	90	;
19	$1 + 9 \times (9 - 7)$	55	$(9 \times 7) - 9 + 1$	91	$99 - 7 - 1$
20	$(1 + 9)(9 - 7)$	56	;	92	$(99 - 7) : 1$
21	$19 + 9 - 7$	57	;	93	$1 + 99 - 7$
22	;	58	;	94	;
23	;	59	;	95	;
24	$9 - 1 + 9 + 7$	60	$79 - 19$	96	;
25	$(9 \times 1) + 9 + 7$	61	;	97	$(1 + 9)(9) + 7$
26	$1 + 9 + 9 + 7$	62	;	98	;
27	$9 \times (9 - 7 + 1)$	63	;	99	;
28	$99 - 71$	64	;	100	;
29	;	65	$7 \times (9 - 1) + 9$		
30	;	66	;		
31	;	67	;		
32	;	68	;		
33	;	69	;		
34	;	70	$(19 - 9) \times 7$		
35	$17 + 9 + 9$	71	$(9 \times 7) + 9 - 1$		

Το λογισμικό «Χαλασμένος υπολογιστής» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να πειραματίζονται, ενώ με τη συμβολική αναπαράσταση της οριζόντιας έκφρασης των επιλογών τους μπορούν να παρατηρούν τη διαδικασία που εφαρμόζουν και να έχουν μία συνολική εικόνα των ενεργειών που ακολούθησαν, προκειμένου να εκφράσουν τον αριθμό. Επίσης, με το πλήκτρο «C» μπορούν να διορθώνουν τις επιλογές τους.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αξία των ψηφίων του έτους 1997, για την έκφραση όσων φυσικών αριθμών από το 1 έως το 100 μπορούν, λύνοντας, έτσι, μικρά ή μεγάλα προβλήματα. Με τη βοήθεια του «Χαλασμένου υπολογιστή» μπορούν να συνειδητοποιήσουν την αξία ύπαρξης των δέκα ψηφίων και ιδιαίτερα της μονάδας. Ακόμη μαθαίνουν ότι ένας αριθμός μπορεί να εκφραστεί ως αποτέλεσμα πράξεων με αριθμούς, οι οποίοι ορίζονται από συγκεκριμένα ψηφία.

1.5. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα για να εκφράσουν τους φυσικούς αριθμούς, με τη βοήθεια και άλλων ψηφίων ή με περιορισμένο αριθμό πράξεων.

ΕΤΟΣ 1997**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσους φυσικούς αριθμούς μεταξύ του 0 και του 100 μπορείτε να εκφράσετε, χρησιμοποιώντας από μία φορά υποχρεωτικά τα ψηφία του έτους 1997 (το 9 δύο φορές);

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις τέσσερις πράξεις και τα σύμβολα των δύο παρενθέσεων όσες φορές θέλετε. Χρησιμοποιήστε το «Χαλασμένο υπολογιστή».

				Άσκηση	<input type="text"/>
7	8	9	:	Αριθμός παιχτών	0
4	5	6	x		
1	2	3	-		
0	()	+		
=	C				
				Νικητής	Από την αρχή

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΕΤΟΣ 1997**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Στο «Χαλασμένο υπολογιστή» απενεργοποιήστε όλα τα πλήκτρα, εκτός των: «1», «7», «9», «+», «-», «x», «:», «(», «)», «C» και «=». Επιλέξτε ο αριθμός των παικτών να είναι επτά και κάντε διάφορα πειράματα. Με το πλήκτρο «C» μπορείτε να διορθώνετε όποια επιλογή θέλετε.

Προσοχή: Το πλήκτρο «C» σβήνει πάντα την τελευταία επιλογή σας. Γι' αυτό θα πρέπει κάθε φορά, πριν προχωρήσετε, να ελέγχετε όσα έχετε κάνει μέχρι εκείνη τη στιγμή.

Απενεργοποίηση πλήκτρων

Στο παραπάνω κομπιουτεράκι μπορείτε να απενεργοποιήσετε όλα τα πλήκτρα των ψηφίων που δε χρειάζεστε. Οδηγήστε το δείκτη του ποντικιού πάνω στο πλήκτρο και πατήστε το δεξί του πλήκτρο. Στον κατάλογο των εντολών που εμφανίζεται επιλέξτε «Απενεργοποίηση». Το πλήκτρα αυτά θα αλλάξουν χρώμα και από μπλε θα γίνουν γκρι. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η έκφραση των αριθμών 1 και 2.

2				Αριθμός παικτών	8
7	8	9	:	1ος	9+9-17
4	5	6	x	2ος	(9+7):(9-1)
1	2	3	-	3ος	
0	()	+	4ος	
=	C			5ος	
				6ος	
				7ος	
				8ος	
				Νικητής	Από την αρχή

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: Ο ΑΡΙΘΜΟΣ 31 *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να εκφράσουν με όσο το δυνατόν περισσότερους τρόπους τον αριθμό 31, χρησιμοποιώντας μία φορά τα πλήκτρα των ψηφίων: «5», «6», «7» και «8», τα: «+», «-», «x», «:», καθώς και τα σύμβολα των δύο παρενθέσεων.

Ο «Χαλασμένος υπολογιστής» επιτρέπει στους μαθητές να προσομοιώνουν αυτή την κατάσταση και να πειραματίζονται πάνω στην εύρεση της ζητούμενης έκφρασης του αριθμού. Η αξία αυτής της δραστηριότητας έγκειται ακριβώς στο γεγονός της λύσης προβλημάτων και στην ανάπτυξη ικανοτήτων ανάλυσης ενός αριθμού ως αποτέλεσμα πράξεων με άλλους αριθμούς.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναλύσουν ένα φυσικό αριθμό ως αποτέλεσμα πράξεων μεταξύ τεσσάρων ψηφίων.
- Να εκφράσουν κάθε αριθμό χρησιμοποιώντας περιορισμένο αριθμό ψηφίων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι ίδιοι ορίζουν ένα σύστημα μέτρησης και έκφρασης διαφόρων αριθμών

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές χρησιμοποιούν μόνο τα ψηφία: 5, 6, 7 και 8, τις τέσσερις πράξεις, καθώς και τα σύμβολα των δύο παρενθέσεων, προκειμένου να εκφράσουν το φυσικό αριθμό 31.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στην έκφραση του αριθμού 31 με τη βοήθεια των ψηφίων: 5, 6, 7, 8 και των τεσσάρων πράξεων – δραστηριότητα που μπορούν να αναπτύξουν με πολλούς τρόπους.

Αναμένεται δε να καταλήξουν σε διάφορες εκφράσεις. Για παράδειγμα:

$$5 \times 6 + (8 - 7) \text{ ή}$$

$$87 - 56$$

Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές να εκφράσουν τον αριθμό με διάφορους τρόπους. Το λογισμικό «Χαλασμένος υπολογιστής» τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματίζονται, ενώ με τη συμβολική αναπαράσταση της οριζόντιας έκφρασης των επιλογών τους μπορούν να παρατηρούν τη διαδικασία που εφαρμόζουν και να έχουν

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι΄ αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

μία συνολική εικόνα των πράξεων που ακολούθησαν, προκειμένου να εκφράσουν τον αριθμό. Επίσης, με το πλήκτρο «C» μπορούν να διορθώνουν τις επιλογές τους.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την αξία των ψηφίων 5, 6, 7 και 8, για την έκφραση φυσικών αριθμών όπως το 31, λύνοντας, έτσι, μικρά ή μεγάλα προβλήματα. Με τη βοήθεια του «Χαλασμένου υπολογιστή» μπορούν να συνειδητοποιήσουν την αξία ύπαρξης των δέκα ψηφίων και ιδιαίτερα της μονάδας. Ακόμη μαθαίνουν ότι ένας αριθμός μπορεί να εκφραστεί ως αποτέλεσμα πράξεων με αριθμούς, οι οποίοι ορίζονται από συγκεκριμένα ψηφία.

1.5. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα για να εκφράσουν τους φυσικούς αριθμούς, με τη βοήθεια και άλλων ψηφίων ή με περιορισμένο αριθμό πράξεων.

Ο ΑΡΙΘΜΟΣ 31**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να σχηματίσετε τον αριθμό 31, χρησιμοποιώντας από μία φορά τα ψηφία: 5, 6, 7 και 8; Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις τέσσερις πράξεις και τα σύμβολα των δύο παρενθέσεων όσες φορές θέλετε.

Στο «Χαλασμένο υπολογιστή» φροντίστε να λειτουργούν μόνο τα πλήκτρα: «5», «6», «7» και «8,» καθώς και τα: «+», «-», «x», «:», «(», «)», «C» και «=».

				Άσκηση	<input type="text"/>
7	8	9	:	Αριθμός παιχτών	0
4	5	6	x		
1	2	3	-		
0	()	+		
=	C				
				Νικητής	Από την αρχή

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

Ο ΑΡΙΘΜΟΣ 31**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Στο «Χαλασμένο υπολογιστή» απενεργοποιήστε όλα τα άλλα πλήκτρα, εκτός των: «5», «6», «7» και «8», «+», «-», «x», «:», «(», «)», «C» και «=». Επιλέξτε ο αριθμός των παικτών να είναι επτά και κάντε διάφορα πειράματα. Με το πλήκτρο «C» μπορείτε να διορθώνετε όποια επιλογή θέλετε.

Προσοχή: Το πλήκτρο αυτό σβήνει πάντα την τελευταία επιλογή σας. Γι' αυτό θα πρέπει κάθε φορά, πριν προχωρήσετε, να ελέγχετε όσα έχετε κάνει μέχρι εκείνη τη στιγμή.

Απενεργοποίηση πλήκτρων

Στο παραπάνω κομπιουτεράκι μπορείτε να απενεργοποιήσετε όλα τα πλήκτρα των ψηφίων που δε χρειάζεστε. Οδηγήστε το δείκτη του ποντικιού πάνω στο πλήκτρο και πατήστε το δεξί του πλήκτρο. Στον κατάλογο των εντολών που θα εμφανίζεται επιλέξτε «Απενεργοποίηση». Το πλήκτρα αυτά θα αλλάξουν χρώμα και από μπλε θα γίνουν γκρι.

Μία λύση είναι η εξής: $5 \times 6 + 8 - 7$. Υπάρχουν και άλλες λύσεις;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Η ζυγαριά και η κατάσταση ισορροπίας αποτελούν τον πιο γνωστό τρόπο σύγκρισης αντικειμένων ως προς τη μάζα τους. Οι μαθητές έχουν ήδη αποκομίσει εμπειρίες μέτρησης από την καθημερινή τους ζωή και ίσως γνωρίζουν ότι κάθε φορά που δύο σώματα ισορροπούν στη ζυγαριά σημαίνει ότι έχουν ίσες μάζες. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού θα πρέπει: (1) να συγκρίνουν μερικά αντικείμενα στη ζυγαριά και να καταλήξουν σε κάποια συμπεράσματα σχετικά με τη μάζα τους, (2) να εκφράσουν αριθμητικά τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις μάζες των αντικειμένων που συγκρίνουν.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να χρησιμοποιήσουν τη ζυγαριά για να συγκρίνουν τις μάζες διαφόρων αντικειμένων.
- Να εκφράσουν αριθμητικά το αποτέλεσμα της σύγκρισης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση της μάζας δύο αντικειμένων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ των αντικειμένων, οι οποίες οφείλονται στις μάζες τους.

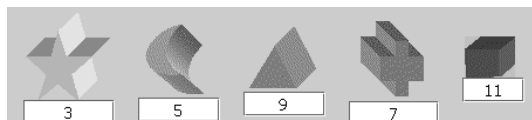
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν τα πέντε αντικείμενα και να καταλήξουν σε κάποια συμπεράσματα σχετικά με τη μάζα τους.

Οι μαθητές επιλέγουν ένα ή περισσότερα αντίγραφα ενός αντικειμένου και το τοποθετούν στο ένα τάσι της ζυγαριάς. Στη συνέχεια επιλέγουν άλλα αντικείμενα, καθώς και αντίγραφά τους, και τα τοποθετούν στο άλλο τάσι, κάνοντας τη ζυγαριά να ισορροπεί. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να επικεντρώνουν την προσοχή των μαθητών στη βαθύτερη εξέταση της σχέσης των αντικειμένων, ως προς τη μάζα τους, και παράλληλα να τους καλλιεργεί την ανάγκη σύγκρισής τους. Κατόπιν τους επισημαίνει να εκφράσουν το αποτέλεσμα της σύγκρισης λεκτικά και αριθμητικά. Στη δραστηριότητα που προτείνεται εδώ τα πέντε αντικείμενα έχουν τις παρακάτω προκαθορισμένες μάζες. Έτσι, όσον αφορά το ερώτημα σχετικά με τη μέτρηση της μάζας που έχει το «αστέρι» με μονάδα μέτρησης τον «κύβο», οι μαθητές με τη βοήθεια της ζυγαριάς θα διαπιστώσουν ότι 11 «αστέρια» ισορροπούν με 3 «κύβους». Αναμένεται δε να εκφράσουν τη σχέση:

$$11 \times (\text{μάζα αστεριού}) = 3 \times (\text{μάζα κύβου})$$

Ανάλογες σχέσεις θα προκύψουν και μεταξύ των υπόλοιπων αντικειμένων.



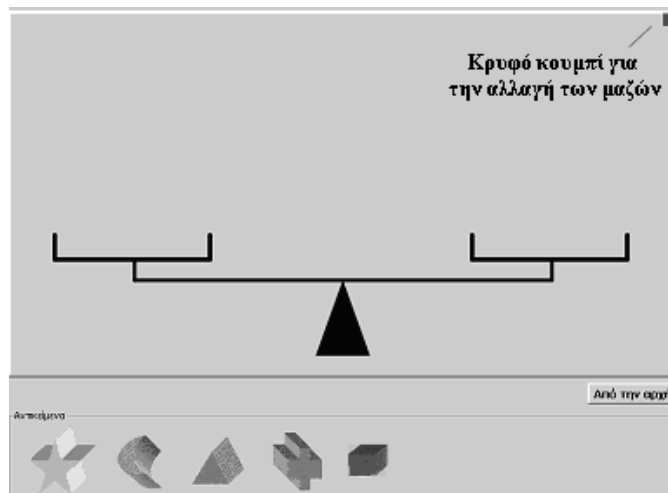
Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να εξηγήσει στους μαθητές ότι μπορούν κάθε φορά να αλλάζουν τις μάζες των πέντε αντικειμένων. Έτσι, κάθε φορά, είτε σε διαφορετική δραστηριότητα είτε στην ίδια, ένα αντικείμενο μπορεί να έχει και διαφορετική μάζα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

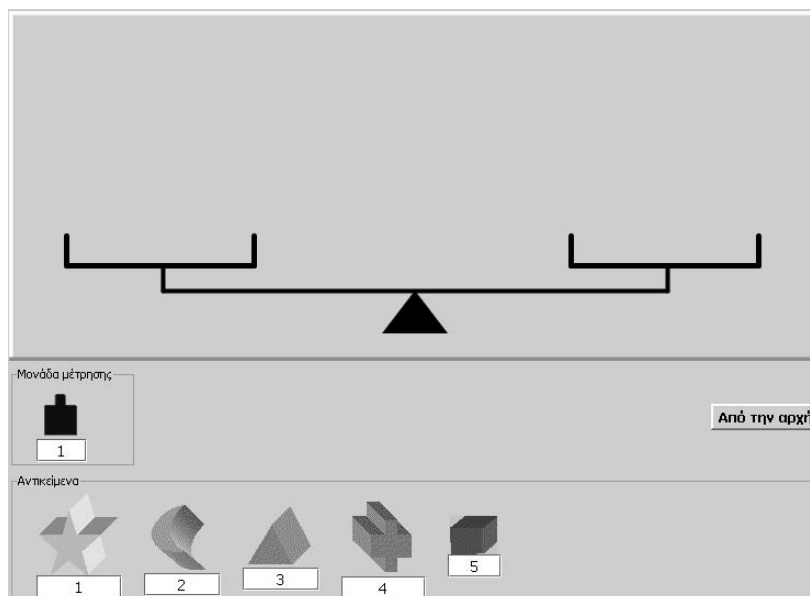
Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν διάφορα αντικείμενα και εκφράζουν με μαθηματικό τρόπο αποτέλεσμα της σύγκρισης των μαζών που έχουν τα αντικείμενα.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να συγκρίνουν στη ζυγαριά τις μάζες διαφόρων αντικειμένων, γεγονός που τους επιτρέπει να αποκτήσουν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση του βάρους των πραγμάτων. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να μεταβάλλει τις μάζες των αντικειμένων, επιλέγοντας με διπλό κλικ την επάνω δεξιά γωνία του πλαισίου στο λογισμικό «Ζυγαριά», όπως δείχνει η παρακάτω εικόνα.



Στα λευκά κουτάκια που εμφανίζονται μπορεί να πληκτρολογήσει όποιους αριθμούς θέλει. Μπορεί ακόμη να μεταβάλλει (μόνο) τη μονάδα μέτρησης και, αντί για 1, να δείχνει κάποιον άλλο αριθμό.



Τέλος, ο εκπαιδευτικός μπορεί να καταστήσει φανερή την επιλογή αυτής της μεταβολής ως προς τη μάζα των αντικειμένων και να ζητήσει από τους μαθητές του να επαληθεύσουν όσες σχέσεις προκύπτουν κάθε φορά από την επιλογή της μάζας.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

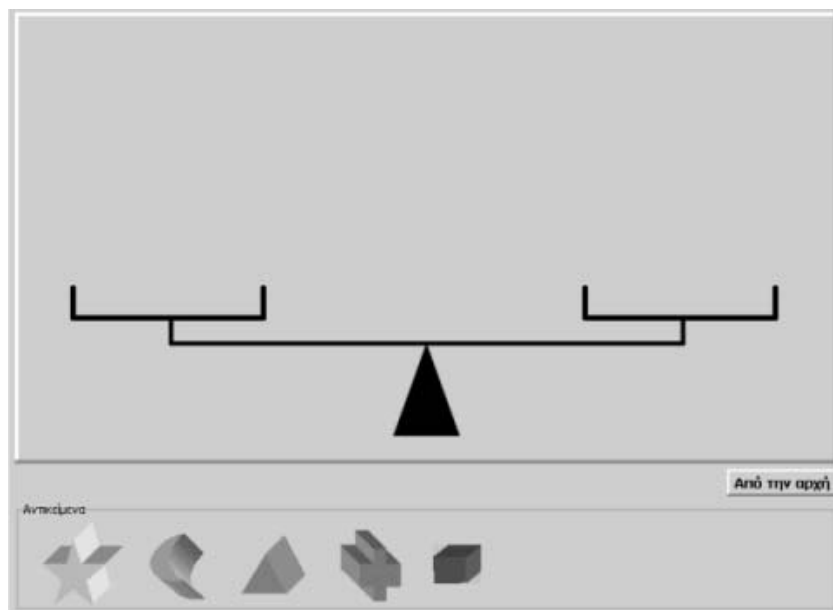
Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στο παρακάτω πρόγραμμα υπάρχει μια ζυγαριά και πέντε διαφορετικά αντικείμενα.

Μπορείτε με τη βοήθεια της ζυγαριάς να βρείτε ποιο αντικείμενο έχει τη μικρότερη και ποιο τη μεγαλύτερη μάζα;

Μπορείτε με το «αστέρι» να συγκρίνετε τη μάζα των άλλων αντικειμένων;

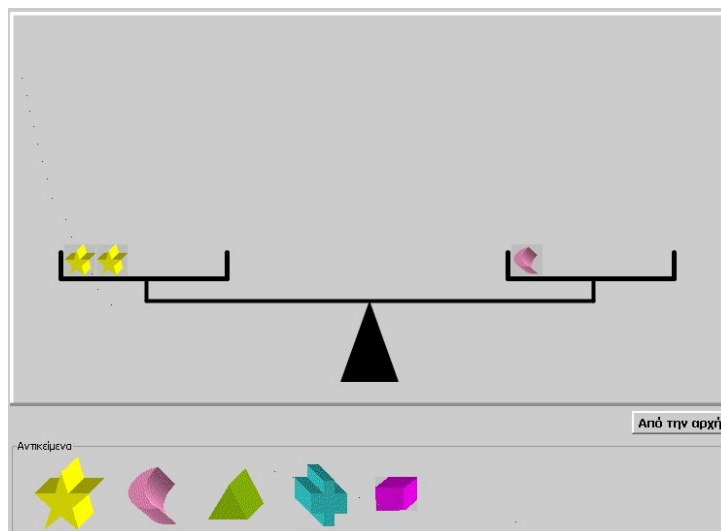
Μπορείτε με τον «κύβο» να συγκρίνετε τη μάζα των άλλων αντικειμένων;



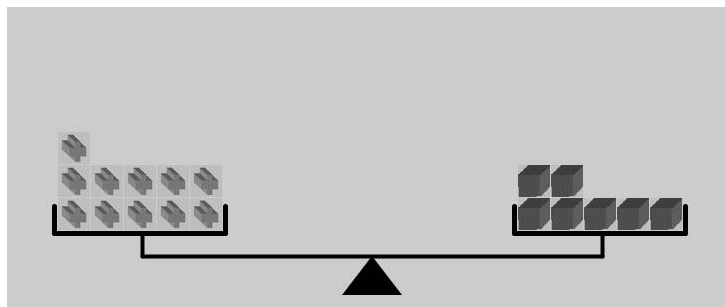
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μεταφέρετε κάθε αντικείμενο σε όποιο τάσι της ζυγαριάς θέλετε. Με πατημένο το πλήκτρο «Shift» μεταφέρετε αντίγραφα ενός αντικειμένου στη ζυγαριά. Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, για να ισορροπήσει το «μισοφέγγαρο» χρειάζεται δύο «αστέρια».



Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, 11 «σταυροί» ισορροπούν με 7 «κύβους». Δηλαδή 1 «σταυρός» ισούται με $\frac{7}{11}$ του «κύβου».



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΖΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού επιλέγουν τις μάζες πέντε αντικειμένων και με τη βοήθεια της ζυγαριάς αναζητούν τη μεταξύ τους σχέση. Εκφράζουν με μορφή αριθμητικής ισότητας τη σχέση που εμφανίζουν οι μάζες δύο αντικειμένων κάθε φορά και προσπαθούν να ισορροπήσουν τη ζυγαριά χρησιμοποιώντας αντίγραφα τους όποτε είναι απαραίτητο. Στη συνέχεια υιοθετούν ως μονάδα μέτρησης τη μάζα ενός αντικειμένου και σύμφωνα με αυτή μετρούν τις μάζες των υπόλοιπων αντικειμένων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να χρησιμοποιήσουν τη ζυγαριά για να συγκρίνουν τις μάζες διαφόρων αντικειμένων.
- Να υιοθετήσουν ένα αντικείμενο ως μονάδα μέτρησης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση μαζών δύο αντικειμένων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ των αντικειμένων, οι οποίες οφείλονται στις μάζες τους.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν τα πέντε αντικείμενα και να καταλήξουν σε κάποια συμπεράσματα σχετικά με τη μάζα τους.

Αρχικά καλούνται να ηλεκτρολογήσουν τη μάζα κάθε αντικειμένου ως εξής:

- Στο «αστέρι» τον αριθμό 8.
- Στο «μισοφέγγαρο» τον αριθμό 12.
- Στο «τρίγωνο» τον αριθμό 15.
- Στο «σταυρό» τον αριθμό 20.
- Στον «κύβο» τον αριθμό 25.

Στη συνέχεια να απαντήσουν σε ερωτήματα όπως:

- «Μπορείτε να ισορροπήσετε τη ζυγαριά χρησιμοποιώντας μόνο “αστέρια” και “μισοφέγγαρα”;»
- «Μπορείτε να ισορροπήσετε τη ζυγαριά χρησιμοποιώντας μόνο “αστέρια” και “τρίγωνα”;»
- «Μπορείτε να ισορροπήσετε τη ζυγαριά χρησιμοποιώντας μόνο “τρίγωνα” και “σταυρούς”;»
- «Μπορείτε να ισορροπήσετε τη ζυγαριά χρησιμοποιώντας μόνο “αστέρια” και “κύβους”;»
- «Μπορείτε να ισορροπήσετε τη ζυγαριά χρησιμοποιώντας μόνο “αστέρια”, “τρίγωνα” και “σταυρούς”;»

Επιλέγουν ένα ή περισσότερα αντίγραφα από κάθε αντικείμενο και τα τοποθετούν στα δύο τάσια της ζυγαριάς, ώστε να ισορροπούν. Κατόπιν εκφράζουν με μορφή ισότητας τη σχέση μεταξύ των μαζών, π.χ. 3 «αστέρια» = 2 «μισοφέγγαρα». Οι μαθητές δεν αναμένεται να συναντήσουν ιδιαίτερες δυσκολίες στη φάση αυτή, αρκεί προηγουμένως να ασχολήθηκαν με τη δραστηριότητα που προηγήθηκε. Τέλος, με μονάδα μέτρησης ένα από τα αντικείμενα, καλούνται να εκφράσουν με κλασματικό αριθμό τη μάζα κάθε αντικειμένου. Για παράδειγμα, με μονάδα μέτρησης το «αστέρι», το «μισοφέγγαρο» ισούται με $3/2$ «αστέρια». Με τον τρόπο αυτό αντιλαμβάνονται το γεγονός ότι εκφράσεις του τύπου: 3 «αστέρια» = 2 «μισοφέγγαρα» μπορούν να οδηγήσουν σε συμπεράσματα σχετικά με τη μέτρηση του ενός αντικειμένου με μονάδα μέτρησης το άλλο αντικείμενο.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να επικεντρώνουν την προσοχή των μαθητών στη βαθύτερη εξέταση της σχέσης των αντικειμένων, ως προς τη μάζα τους, και παράλληλα να τους καλλιεργεί την ανάγκη μέτρησής τους. Κατόπιν τους επισημαίνει να εκφράσουν το αποτέλεσμα της μέτρησης λεκτικά και αριθμητικά.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν διάφορα αντικείμενα και υιοθετούν ένα από αυτά ως μονάδα μέτρησης. Κατόπιν εκφράζουν με μαθηματικό τρόπο τη μάζα των υπόλοιπων αντικειμένων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να συγκρίνουν στη ζυγαριά τις μάζες διαφόρων αντικειμένων, γεγονός που τους επιτρέπει να αποκτήσουν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση της μάζας διαφόρων αντικειμένων.

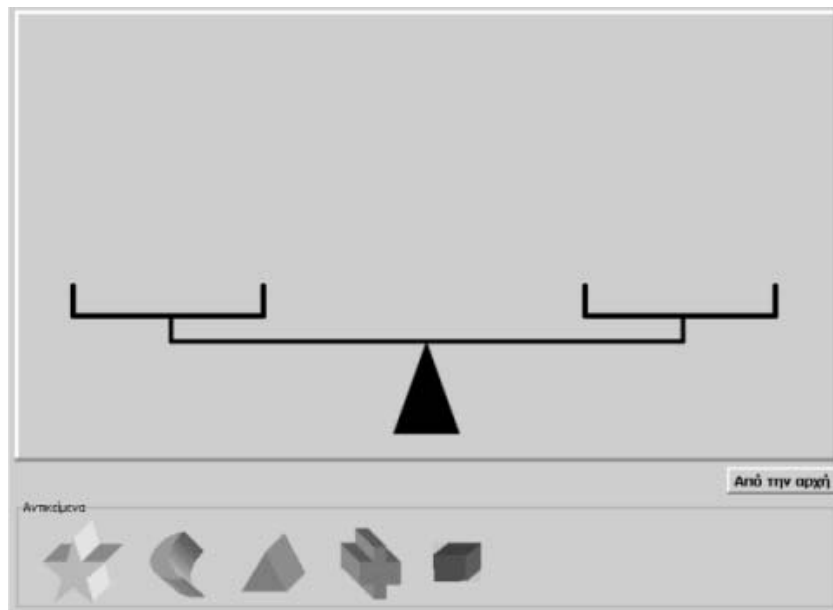
ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΖΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στο πρόγραμμα «Ζυγαριά» επιλέξτε με διπλό κλικ την επάνω δεξιά γωνία του. Σε καθένα από τα αντικείμενα που υπάρχουν κάτω από τη ζυγαριά θα παρατηρήσετε ότι εμφανίζεται ένα πλαίσιο, όπου εσείς πρέπει να πληκτρολογήσετε τους αριθμούς: 8 στο «αστέρι», 12 στο «μισοφέγγαρο», 15 στο «τρίγωνο», 20 στο «σταυρό» και 25 στον «κύβο».

Μπορείτε να βρείτε και να εκφράσετε τη μάζα κάθε αντικειμένου με μονάδα μέτρησης το «αστέρι»;

Μπορείτε να βρείτε και να εκφράσετε τη μάζα κάθε αντικειμένου με μονάδα μέτρησης καθένα από τα υπόλοιπα τέσσερα αντικείμενα;



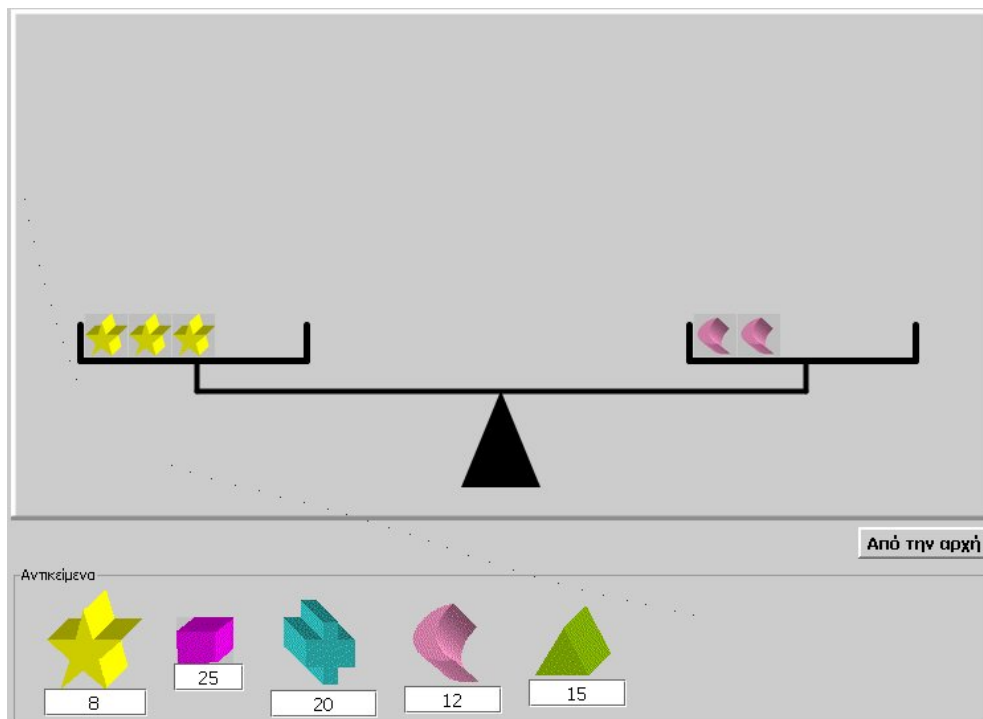
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΖΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να μεταφέρετε ένα αντικείμενο σε όποιο τάσι της ζυγαριάς θέλετε. Με πατημένο το πλήκτρο «Shift» μεταφέρετε αντίγραφα ενός αντικειμένου στη ζυγαριά. Επιλέγοντας με το αριστερό πλήκτρο την επάνω δεξιά γωνία του προγράμματος, μπορείτε να εμφανίσετε τις μάζες των αντικειμένων. Κάτω από κάθε αντικείμενο εμφανίζεται ένα λευκό κουτάκι, όπου μπορείτε να πληκτρολογήσετε τη μάζα που θέλετε να έχει το αντικείμενο αυτό. Αρχίστε εκφράζοντας τη σχέση που έχουν οι μάζες, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα.

Όπως προκύπτει: 3 «αστέρια» = 2 «μισοφέγγαρα».



Με μονάδα μέτρησης το «αστέρι», το «μισοφέγγαρο» είναι ίσο με $3/2$ «αστέρια».

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Η μέτρηση της επιφάνειας ενός σχήματος αποτελεί και αυτή μία διαδικασία σύγκρισης ενός σχήματος, που τίθεται προς μέτρηση, με ένα άλλο σχήμα, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί μονάδα μέτρησης. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού μετρούν την επιφάνεια που καλύπτει ένα μεγάλο σχήμα, έχοντας ως μονάδα μέτρησης το τετράγωνο και ως υποδιαίρεσή του ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Κατόπιν δημιουργούν αντίγραφα του τετραγώνου και του τριγώνου, με σκοπό να καλύψουν το αρχικό σχήμα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετρήσουν την επιφάνεια ενός σχήματος.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη υποδιαίρεσης ενός σχήματος σε άλλα μικρότερα, προκειμένου να ολοκληρώσουν την κάλυψη του μεγάλου σχήματος με αυτά.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο σχημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

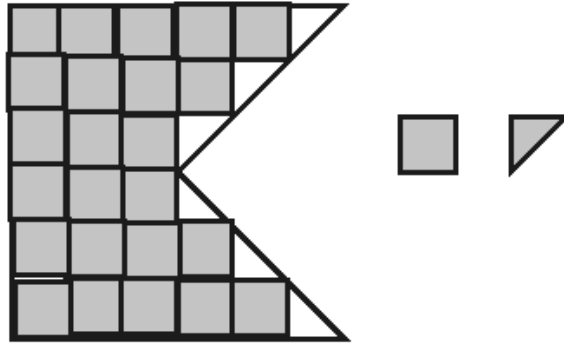
Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν ένα σχήμα και μία υποδιαίρεσή του, προκειμένου να καλύψουν με αυτά ένα άλλο σχήμα.

Οι μαθητές συγκρίνουν το μεγάλο σχήμα του γεωπίνακα με ένα τετράγωνο. Επειδή είναι προφανές ότι το μεγάλο σχήμα μπορεί να καλυφθεί από αντίγραφα του τετραγώνου, ο εκπαιδευτικός συμβουλεύει τους μαθητές του να χρησιμοποιήσουν κατάλληλα και το τρίγωνο, το οποίο αποτελεί το μισό του τετραγώνου. Επίσης τους προτρέπει να δημιουργήσουν από κάθε σχήμα όσα αντίγραφα χρειάζονται για την κάλυψη του αρχικού, ενώ, σε περίπτωση που κάποιο αντίγραφο του μικρού σχήματος δεν ταιριάζει στην τοποθέτηση, να το περιστρέψουν ανάλογα. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές έρχονται σε επαφή με την έννοια της κάλυψης ενός σχήματος με ένα άλλο, καθώς και με την ανάγκη δημιουργίας υποδιαίρεσεων αυτού.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, θα πρέπει να καταστήσει σαφές το γεγονός ότι, κατά την κάλυψη ενός μεγάλου σχήματος, τα αντίγραφα του μικρού σχήματος, που καλύπτουν την επιφάνειά του, δεν είναι δυνατό να έχουν ανά δύο κοινό μέρος, εκτός από μία πλευρά τους. Στο τέλος οι μαθητές εξετάζουν πόσα αντίγραφα του μικρού σχήματος χρειάζονται για να καλύψουν το μεγάλο, ή, με άλλο τρόπο διατυπωμένο, πόσες φορές είναι μεγαλύτερο το ένα σχήμα από το άλλο.

Να σημειωθεί εδώ ότι ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει υπόψη του ότι, ενώ κατά τη σύγκριση ευθύγραμμων τμημάτων, τα συγκρινόμενα σχήματα είναι ομοειδή, κατά τη σύγκριση επιφανειών μπορούμε να έχουμε διαφορετικά σχήματα και να τα συγκρίνουμε ως προς το μέρος του επιπέδου που καταλαμβάνουν.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μετρούν την επιφάνεια ενός σχήματος έχοντας ως μονάδα μέτρησης ένα άλλο σχήμα, καθώς και μία υποδιαίρεσή του. Έτσι έρχονται σε επαφή με μία πρώιμη κατάσταση μέτρησης του εμβαδού των σχημάτων, ως διαδικασία σύγκρισης ενός σχήματος με τη μονάδα μέτρησής του, καθώς και με την ανάγκη χρήσης μιας υποδιαίρεσης της μονάδας μέτρησης παράλληλα με αυτή.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να κάνουν συγκρίσεις δύο σχημάτων, εφαρμόζοντας τη διαδικασία κάλυψης του ενός από το άλλο. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση του εμβαδού των σχημάτων, αλλά και γενικότερα με τη σύγκριση ομοειδών ποσών.

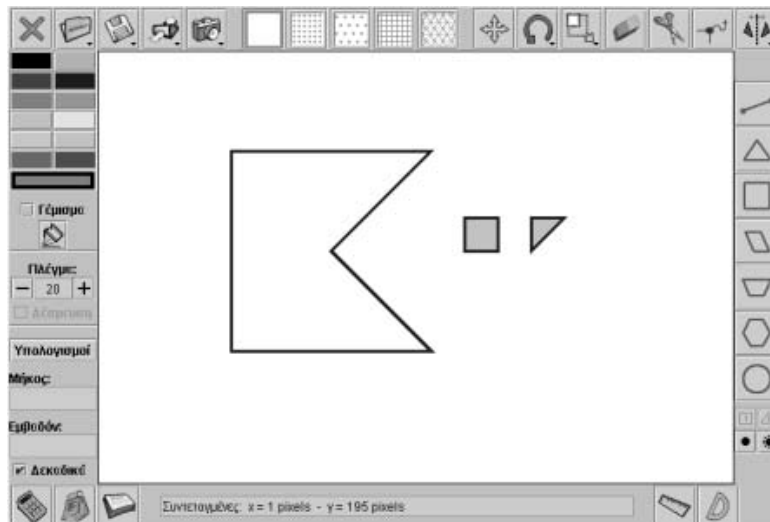
ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στο λογισμικό που ακολουθεί έχει σχεδιαστεί ένα πολύγωνο, ένα τετράγωνο και ένα τρίγωνο. Μπορείτε με μονάδα μέτρησης το τετράγωνο να μετρήσετε το πολύγωνο;

Πόσα τετράγωνα χρειάζεστε για να καλύψετε το πολύγωνο;

Τι μέρος του πολυγώνου ισούται με το τρίγωνο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

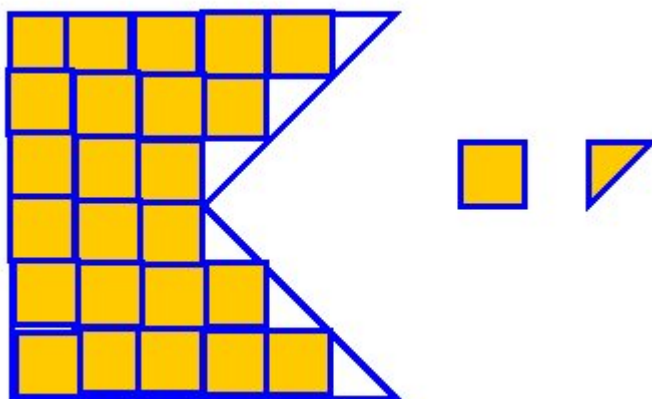
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να δημιουργήσετε αντίγραφα ενός σχήματος επιλέξτε το εικονίδιο «Μετακίνηση σχήματος» και στη συνέχεια, με πατημένο το «Shift», σύρετε το σχήμα. Για να περιστρέψετε ένα σχήμα επιλέξτε το εικονίδιο «Περιστροφή σχήματος» και σύρετε με το δείκτη του ποντικού το σχήμα μέχρι τη θέση που θέλετε.

Μέτρηση με το τετράγωνο

Δημιουργήστε αντίγραφα του τετραγώνου και προσπαθήστε με αυτά να καλύψετε το πολύγωνο. Με το τρίγωνο καλύψτε όποιο μέρος του πολυγώνου δεν μπορείτε να καλύψετε με το τετράγωνο. Όταν χρειάζεται, μπορείτε να περιστρέψετε το μικρό σχήμα με το εργαλείο της «Περιστροφής», ώστε να το προσαρμόσετε ακριβώς στο μεγάλο.

Μετρήστε πόσα τετράγωνα και τρίγωνα καλύπτουν το πολύγωνο. Δείτε την παρακάτω εικόνα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού συγκρίνουν ένα σταθερό τετράγωνο με ένα δεύτερο, το οποίο έχει τη δυνατότητα να μεταβάλλεται. Πρόκειται για το τετραγωνίδιο του πλέγματος στο γεωπίνακα, το οποίο μεταβάλλεται είτε μεγαλώνοντας είτε μικραίνοντας το μήκος της πλευράς του εφαρμόζοντας συγκεκριμένο τρόπο. Έτσι, οι μαθητές θα πρέπει να βρουν το αποτέλεσμα της σύγκρισης, όταν η πλευρά του πλέγματος πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται με έναν αριθμό. Κατόπιν, να διατυπώσουν κανόνες για τη σχέση που έχει το μέγεθος του τετραγώνου με το τετράγωνο του πλέγματος, όταν αυτό πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται με έναν αριθμό. Η διαδικασία αυτή βοηθάει τους μαθητές να κατανοήσουν το ρόλο που παίζει το μέγεθος μιας μονάδας μέτρησης στο αποτέλεσμα της μέτρησης του εμβαδού του, προς σύγκριση, τετραγώνου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν ένα σχήμα με διαφορετικά τετράγωνα, τα οποία λαμβάνονται ως μονάδες μέτρησης.
- Να διατυπώσουν κανόνες σχετικούς με τον υπολογισμό του αποτελέσματος της μέτρησης, όταν η μονάδα μέτρησης μεταβάλλεται σε διάφορα πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια της αρχικής μονάδας μέτρησης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο σχημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν ένα τετράγωνο με το τετραγωνίδιο του πλέγματος, χρησιμοποιώντας διάφορα μεγέθη του. Στη δεύτερη να διατυπώσουν κανόνες υπολογισμού του αποτελέσματος, όταν η μονάδα μέτρησης μεταβάλλεται με ένα συγκεκριμένο τρόπο.

Φάση 1: Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, ένα τετράγωνο και προχωρούν στη σύγκρισή του πρώτα με το τετραγωνίδιο του αρχικού πλέγματος και κατόπιν με τετραγωνίδιο πλέγματος με μέγεθος 10, 30, 40 κτλ. Στη συνέχεια συσχετίζουν τα αποτελέσματα των μετρήσεων. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να επικεντρώνουν την προσοχή των μαθητών στη βαθύτερη εξέταση της σχέσης μεταξύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν κατά τη σύγκριση με τα διάφορα μεγέθη πλέγματος. Κατόπιν τους επισημαίνει να εκφράσουν τη σχέση αυτή λεκτικά και αριθμητικά. Εκτός αυτού, μπορεί να θέτει ερωτήματα όπως:

- «Αφού διπλασιάσετε το μέγεθος του πλέγματος, μπορείτε να πείτε πόσο μεταβλήθηκε το αποτέλεσμα της σύγκρισης;»
- «Ποιος μπορεί να εκτιμήσει το πλήθος των τετραγωνιδίων που θα καλύπτουν το τετράγωνό μας, αν το μέγεθος του πλέγματος γίνει...;»

Φάση 2: Οι μαθητές καλούνται να διατυπώσουν τον κανόνα με τον οποίο υπολογίζουν το πλήθος των τετραγωνιδίων του πλέγματος που καλύπτουν το τετράγωνο, όταν το μέγεθος του πλέγματος διπλασιάζεται, τριπλασιάζεται, υποδιπλασιάζεται κτλ. Η εμπειρία που απέκτισαν από την προηγούμενη φάση θα τους βοηθήσει να διατυπώσουν κανόνες όπως:

- Όταν το μέγεθος του πλέγματος διπλασιάζεται, το αποτέλεσμα της σύγκρισης διαιρείται με το 4.
- Όταν το μέγεθος του πλέγματος υποδιπλασιάζεται, το αποτέλεσμα της σύγκρισης πολλαπλασιάζεται με το 4.

Ο εκπαιδευτικός θέτει στους μαθητές κατάλληλα ερωτήματα με σκοπό να επικεντρώσει το ενδιαφέρον τους στη διατύπωση κανόνων και στην επαλήθευσή τους. Η διαδικασία αυτή αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον όταν το νέο μέγεθος του πλέγματος προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του αρχικού με έναν αριθμό, ο οποίος δεν είναι ακέραιο πολλαπλάσιο ή υποπολλαπλάσιο του αρχικού, π.χ. όταν το μέγεθός του από 20 γίνει 30. Εδώ ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να συμβουλευτεί τους μαθητές να κάνουν πειράματα με διάφορα τετράγωνα, προκειμένου να καταλήξουν σε αξιόπιστα συμπεράσματα. Εκτός αυτού, θα πρέπει να τους ενθαρρύνει να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν ελεύθερα τα συμπεράσματά τους μέσα στην τάξη. Τέλος, η συμπλήρωση ενός πίνακα, όπως ο παρακάτω, τους βοηθά να οργανώσουν καλύτερα τα συμπεράσματά τους.

Μέγεθος πλέγματος	Πλήθος τετραγωνιδίων που καλύπτουν το τετράγωνο

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές αναζητούν τη σχέση που έχουν τα αποτελέσματα της μέτρησης ενός τετραγώνου με διάφορες μονάδες μέτρησης, συνδεδεμένες από μία, επίσης, σχέση. Κατόπιν διατυπώνουν κανόνες όπως:

- Όταν η μονάδα μέτρησης πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό, το αποτέλεσμα της σύγκρισης διαιρείται με το τετράγωνο του αριθμού αυτού.
- Όταν η μονάδα μέτρησης διαιρείται με έναν αριθμό, το αποτέλεσμα της σύγκρισης πολλαπλασιάζεται με το τετράγωνο του αριθμού αυτού.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να μεταβάλλουν το μέγεθος της μονάδας μέτρησης, σύμφωνα με μία σχέση, και να προχωρούν σε μετρήσεις διαφόρων σχημάτων. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μετατροπή του αποτελέσματος της μέτρησης, κάθε φορά που μεταβάλλεται η μονάδα μέτρησης.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

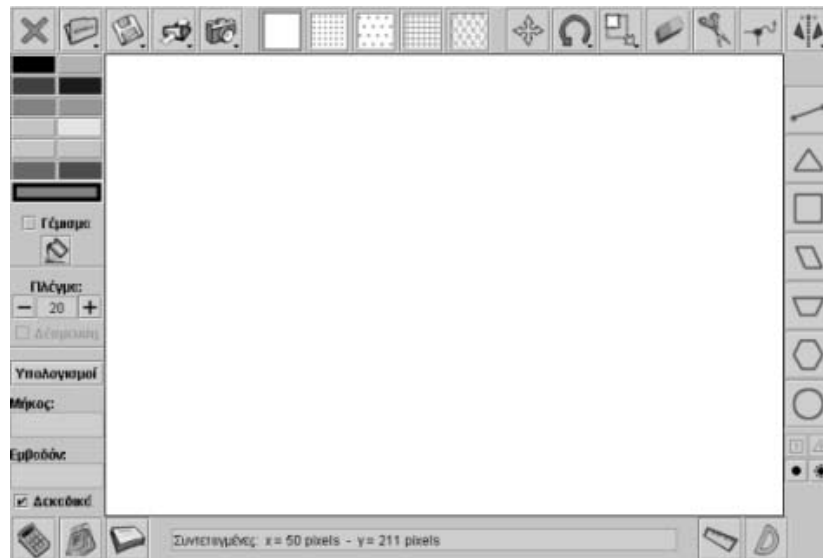
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Σχεδιάστε ένα τετράγωνο σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, έχοντας ενεργοποιημένη την εντολή «Δέσμευση». Πόσα τετραγωνίδια πλέγματος περικλείει;

Μπορείτε να υπολογίσετε πόσα τετραγωνίδια θα περιλαμβάνει το τετράγωνο, όταν το μέγεθος του πλέγματος διπλασιαστεί και γίνει 40;

Μπορείτε να υπολογίσετε πόσα τετραγωνίδια θα περιλαμβάνει το τετράγωνο, όταν το μέγεθος του πλέγματος διαιρεθεί με το 2 και γίνει 10;

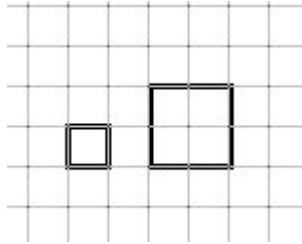
Υπάρχει κάποιος κανόνας με τον οποίο να μπορούμε να υπολογίζουμε το πλήθος των τετραγωνιδίων που περικλείει ένα σχήμα, όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε την πλευρά του τετραγωνιδίου με έναν αριθμό;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Σε ένα τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20 σχεδιάστε ένα νέο σχήμα που να περιλαμβάνει 12 τετραγωνίδια. Πόσα τετραγωνίδια θα περιλαμβάνει το ίδιο σχήμα όταν το μέγεθος του πλέγματος γίνει 40; Σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα, ένα τετραγωνίδιο του πλέγματος με μέγεθος 40 περιλαμβάνει 4 τετραγωνίδια του πλέγματος με μέγεθος 20.



Πόσα τετραγωνίδια θα περικλείει το σχήμα όταν το μέγεθος του πλέγματος είναι 10;

Για τον κανόνα

Για να καταλήξετε σε ένα σχετικό κανόνα θα πρέπει πρώτα κάνετε διάφορα πειράματα με το σχήμα και το μέγεθος του πλέγματος. Πόσα τετραγωνίδια θα περιλαμβάνει το σχήμα, όταν διπλασιάσετε το μέγεθος του πλέγματος; Πόσα τετραγωνίδια θα περιλαμβάνει το σχήμα, όταν διαιρέσετε το μέγεθος του πλέγματος με το 2;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ**1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό****1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας**

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να χρησιμοποιήσουν μία ορθή γωνία ως μονάδα μέτρησης (καθώς και το μισό αυτής), προκειμένου να μετρήσουν τις γωνίες ενός σχήματος.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

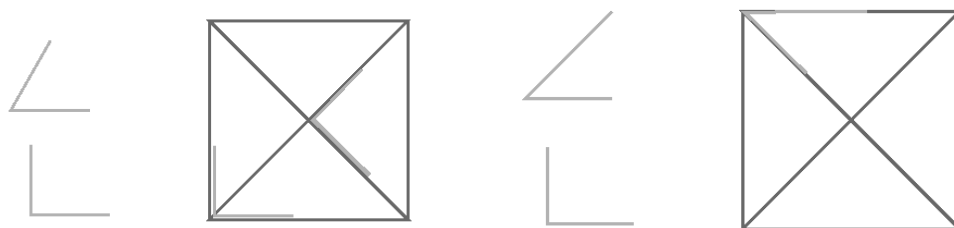
- Να κάνουν σύγκριση της ορθής γωνίας με διάφορες άλλες γωνίες.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο γωνιών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές δημιουργούν αντίγραφα τόσο της ορθής γωνίας όσο και του μισού της και καλύπτουν με τα αυτά τις γωνίες του τετραγώνου. Αυτό που αναμένεται να διαπιστώσουν είναι ότι οι διαγώνιες του τετραγώνου σχηματίζουν μεταξύ τους τέσσερις ορθές γωνίες, ενώ οι πλευρές (του τετραγώνου) σχηματίζουν με τις διαγωνίους γωνίες ίσες με το μισό της ορθής.

**1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης**

Στη διερεύνηση οι μαθητές μετρούν τις γωνίες ενός τετραγώνου που ορίζονται από τις διαγωνίους και τις πλευρές, με μονάδα μέτρησης μία ορθή γωνία και το μισό αυτής.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να δημιουργούν αντίγραφα μιας ορθής γωνίας, καθώς και του μισού της, και κατόπιν να προχωρούν σε μέτρηση των γωνιών ενός σχήματος. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση γωνιών, έχοντας ως μέτρο μία ορθή γωνία.

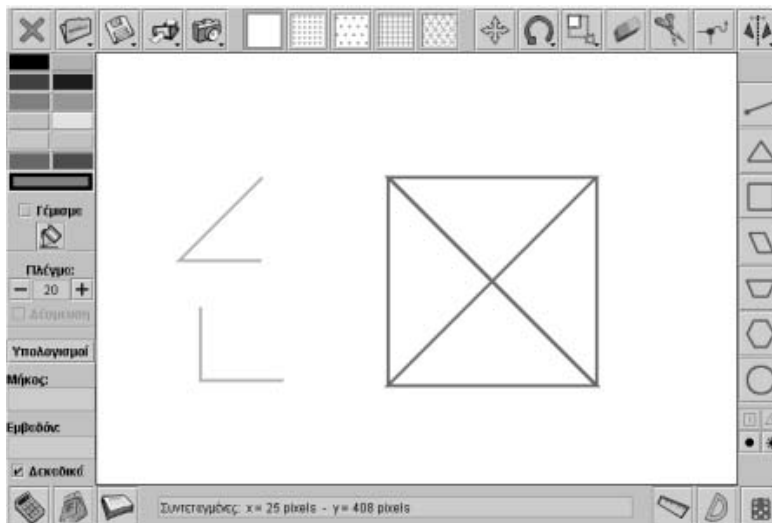
ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσες οξείες και πόσες ορθές γωνίες μπορείτε να διακρίνετε στο σχήμα που έχει σχεδιαστεί στο γεωπίνακα;

Μπορείτε με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία να μετρήσετε το άνοιγμα των γωνιών που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα;

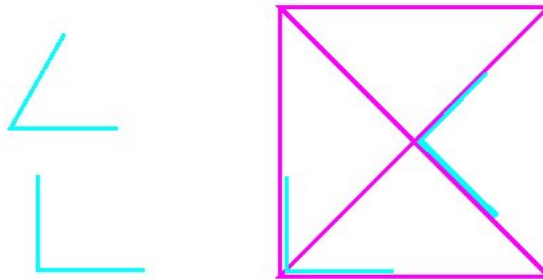
Χρησιμοποιήστε αντίγραφα της ορθής γωνίας, όπως και του μισού αυτής, τα οποία υπάρχουν σχεδιασμένα στο γεωπίνακα.



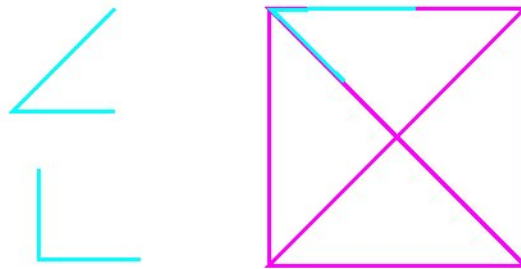
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Παρατηρήστε στην εικόνα που ακολουθεί πώς η ορθή γωνία και το μισό αυτής τοποθετούνται πάνω στις γωνίες του τετραγώνου. Αυτός είναι ένας τρόπος μέτρησης των γωνιών του τετραγώνου, με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία.



Όπως διαπιστώνετε, στο σχήμα μας υπάρχουν και γωνίες μικρότερες της ορθής. Μπορείτε να τις συγκρίνετε με μονάδα μέτρησης το μισό της ορθής γωνίας; Δείτε την παρακάτω εικόνα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να χρησιμοποιήσουν μία ορθή γωνία, το μισό αυτής, αλλά και το τέταρτό της, προκειμένου να μετρήσουν τις γωνίες ενός τριγώνου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

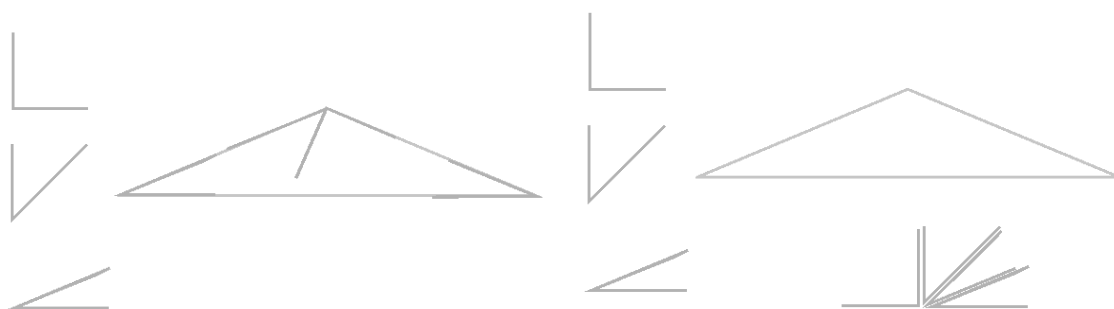
- Να κάνουν σύγκριση της ορθής γωνίας με διάφορες άλλες γωνίες.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο γωνιών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές δημιουργούν αντίγραφα τόσο της ορθής όσο και των υποδιαϊρέσεών της: $1/2$ και $1/4$, τα οποία υπάρχουν σχεδιασμένα στην επιφάνεια εργασίας, και τα χρησιμοποιούν για την κάλυψη των γωνιών ενός τριγώνου. Αυτό που διαπιστώνουν είναι ότι οι οξείες γωνίες του τριγώνου που εμφανίζεται στην οθόνη τους είναι ίσες με το $1/4$ της ορθής, ενώ η αμβλεία είναι ίση με μία ορθή και το $1/2$ αυτής. Ακόμη, τοποθετώντας τη μία δίπλα στην άλλη τις τέσσερις γωνίες – με τις οποίες κάλυψαν τις τρεις γωνίες του τριγώνου – διαπιστώνουν ότι το άθροισμά τους ισούται με δύο ορθές.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μετρούν τις γωνίες ενός τριγώνου με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία και των υποδιαϊρέσεων: $1/2$ και $1/4$ αυτής.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να δημιουργούν αντίγραφα της ορθής γωνίας, καθώς και των υποδιαϊρέσεών της, και κατόπιν να προχωρούν σε κάλυψη των γωνιών ενός σχήματος με αυτές. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση γωνιών, έχοντας ως μέτρο μία ορθή γωνία.

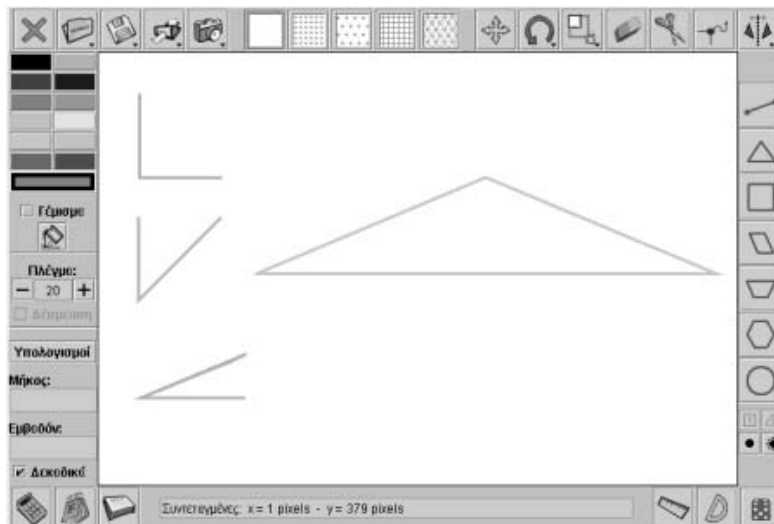
ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία και των υποδιαιρέσεών της, που υπάρχουν σχεδιασμένες στο γεωπίνακα, να μετρήσετε το άνοιγμα των γωνιών του τριγώνου;

Βρείτε πρώτα τι μέρος της ορθής αποτελεί καθεμία από τις άλλες δύο γωνίες που έχουν σχεδιαστεί στο γεωπίνακα.

Μπορείτε να τις χρησιμοποιήσετε για να μετρήσετε τις γωνίες του τριγώνου;



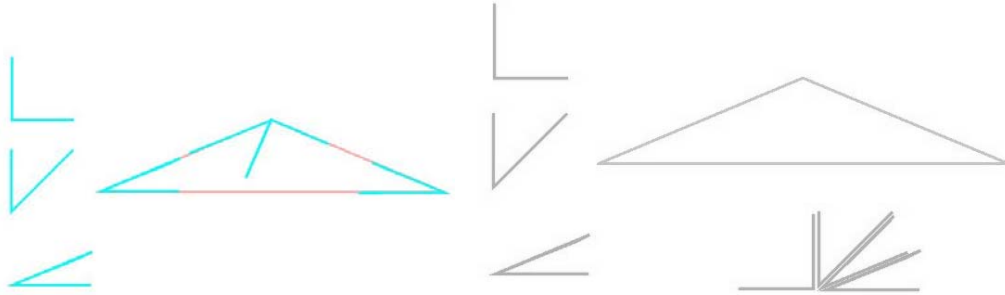
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να δημιουργήσετε στο γεωπίνακα αντίγραφο της ορθής γωνίας έχοντας πατημένο το πλήκτρο «Shift». Στη συνέχεια προσπαθήστε με αυτά να καλύψετε τις γωνίες του τριγώνου. Με το εργαλείο «Περιστροφή σχήματος» προσαρμόστε την ορθή ή το μισό της ορθής ή, ακόμη, το τέταρτο της ορθής στις γωνίες του σχήματος. Με το ποντίκι σας μπορείτε να στρέψετε, είτε προς τα αριστερά είτε προς τα δεξιά, το ευθύγραμμο τμήμα γύρω από το κέντρο του κύκλου. Αν την ώρα που περιστρέφετε το ευθύγραμμο τμήμα έχετε πατημένο το «Shift», το πρόγραμμα θα δημιουργήσει αντίγραφο του ευθύγραμμου τμήματος στο σημείο όπου θα αφήσετε το πλήκτρο.

Παρατηρήστε στην παρακάτω εικόνα τον τρόπο μέτρησης των γωνιών του τετραγώνου με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία. Πόσες ορθές γωνίες υπάρχουν στο σχήμα;



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Η μέτρηση του μήκους ενός ευθύγραμμου τμήματος αποτελεί μια διαδικασία σύγκρισης του ενός τμήματος, που τίθεται προς μέτρηση, με ένα άλλο ευθύγραμμο τμήμα, σύμμετρο ως προς το πρώτο, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί μονάδα μέτρησης. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να συγκρίνουν στο «Γεωπίνακα», σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20, δύο άνισα, αλλά σύμμετρα, ευθύγραμμα τμήματα. Ένας τρόπος είναι να δημιουργήσουν αντίγραφα των δύο αυτών ευθύγραμμων τμημάτων, ώστε να σχηματίσουν δύο ίσα ευθύγραμμα τμήματα, ή, αλλιώς διατυπωμένο, μία ισότητα όπου το ένα μέλος έχει αντίγραφα του ενός και το άλλο αντίγραφα του δευτέρου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετρήσουν ένα ευθύγραμμο τμήμα με μονάδα μέτρησης ένα δεύτερο ευθύγραμμο τμήμα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο ευθύγραμμων τμημάτων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να δημιουργήσουν αντίγραφα των δύο ευθύγραμμων τμημάτων και κατόπιν να σχηματίσουν δύο ίσα ευθύγραμμα τμήματα.

Οι μαθητές συγκρίνουν τα δύο σύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα του γεωπίνακα. Δημιουργούν αντίγραφά τους και, τοποθετώντας τα διαδοχικά, προσπαθούν να σχηματίσουν νέα ευθύγραμμα τμήματα, ίσα μεταξύ τους. Με άλλα λόγια, προσπαθούν με τα αντίγραφα των δύο ευθύγραμμων τμημάτων να δημιουργήσουν μία ισότητα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η ισότητα έχει ως εξής:

$$2 \times (\text{μεγάλο}) = 3 \times (\text{μικρό})$$

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, επισημαίνει στους μαθητές να εκφράσουν το αποτέλεσμα και λεκτικά, ενώ, με μονάδα μέτρησης το ένα από τα ευθύγραμμα τμήματα, να εκφράσουν το μέγεθος του άλλου τμήματος. Έτσι:

- Με μονάδα μέτρησης το μικρό ευθύγραμμο τμήμα, το μεγάλο ισούται με 1,5 φορές το μικρό.
- Με μονάδα μέτρησης το μεγάλο ευθύγραμμο τμήμα, το μικρό ισούται με τα 2/3 του μεγάλου.



Παρατήρηση:

Αν επιλέξουμε στην τύχη δύο άνισα ευθύγραμμα τμήματα, δεν είναι καθόλου σίγουρο ότι θα μπορέσουμε να δημιουργήσουμε με τα αντίγρατά τους μία ισότητα, όπως κάναμε παραπάνω. Για να συμβεί κάτι τέτοιο θα πρέπει τα ευθύγραμμα τμήματα που επιλέξαμε να είναι σύμμετρα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν δύο σύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα, όπου το ένα εφαρμόζεται ως μονάδα μέτρησης για το άλλο. Διαπραγματεύονται (συγκρίνουν) τα δύο ευθύγραμμα τμήματα, σύμφωνα με την ισότητα που δημιουργείται από τα αντίγρατά τους.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να σχεδιάζουν διάφορα ευθύγραμμα τμήματα και να προχωρούν σε συγκρίσεις τους. Έτσι αποκτούν εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση ευθύγραμμων τμημάτων, αλλά και γενικότερα με τη σύγκριση ομοειδών ποσών.

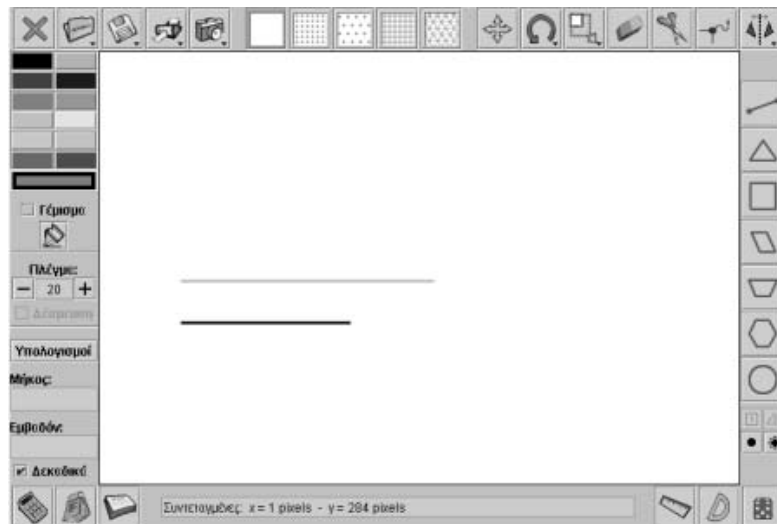
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στην επιφάνεια του γεωπίνακα έχουν σχεδιαστεί δύο ευθύγραμμα τμήματα. Αφού πρώτα επιλέξετε ένα τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20, κατόπιν μπορείτε με μονάδα μέτρησης το μικρό ευθύγραμμο τμήμα να μετρήσετε το μεγάλο;

Πόσα από τα μικρά ευθύγραμμο τμήματα χρειάζονται για να σχηματίσουν το μεγάλο;

Τι μέρος του μεγάλου αντιστοιχεί στο μικρό;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να σχεδιάσετε όσα αντίγραφα ενός ευθυγράμμου τμήματος θέλετε, επιλέγοντας το εργαλείο «Μετακίνηση των σχημάτων» και έχοντας πατημένο το πλήκτρο «Shift» να σύρετε το ευθύγραμμο τμήμα. Δημιουργήστε όσα αντίγραφα του μικρού ευθύγραμμου τμήματος χρειάζονται για να καλύψουν το μεγάλο.

Σχεδιάστε όσα αντίγραφα από κάθε τμήμα χρειάζονται, ώστε να μπορείτε με αυτά να δημιουργήσετε ίσα ευθύγραμμα τμήματα. Παρατηρήστε την εικόνα που ακολουθεί.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού μετρούν ένα δεδομένο και σταθερό ευθύγραμμο τμήμα με μονάδα μέτρησης ένα άλλο σύμμετρο ευθύγραμμο τμήμα που έχει τη δυνατότητα να μεταβάλλεται. Πρόκειται για την πλευρά του πλέγματος του γεωπίνακα, η οποία μεταβάλλεται με συγκεκριμένο τρόπο. Έτσι, οι μαθητές καλούνται να βρουν το αποτέλεσμα της σύγκρισης, όταν η πλευρά του πλέγματος πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται με έναν αριθμό. Με άλλα λόγια, να διατυπώσουν κανόνες για τη σχέση του μήκους ενός ευθύγραμμου τμήματος, όταν η μονάδα μέτρησης πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται με έναν αριθμό. Η διαδικασία αυτή τους επιτρέπει να κατανοήσουν το ρόλο των υποδιαιρέσεων και των πολλαπλάσιων μιας μονάδας μέτρησης, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο μετατρέπεται το αποτέλεσμα της μέτρησης, όταν χρησιμοποιείται ένα πολλαπλάσιο ή υποπολλαπλάσιο της μονάδας.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν ένα ευθύγραμμο τμήμα με διαφορετικές μονάδες μέτρησης.
- Να διατυπώσουν κανόνες σχετικούς με τη μετατροπή του αποτελέσματος της μέτρησης, με διάφορα πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια της αρχικής μονάδας μέτρησης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο ευθύγραμμων τμημάτων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν ένα ευθύγραμμο τμήμα με μονάδα μέτρησης την πλευρά του πλέγματος σε διάφορα μεγέθη του. Στη δεύτερη να διατυπώσουν κανόνες σχετικούς με τη μετατροπή του αποτελέσματος από το ένα μέγεθος στο άλλο.

Φάση 1: Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, ένα ευθύγραμμο τμήμα και το μετρούν έχοντας ως μονάδα μέτρησης την πλευρά του πλέγματος. Στη συνέχεια συγκρίνουν το αποτέλεσμα με αυτό που προκύπτει όταν μεταβάλλουν το μέγεθος του πλέγματος σε 10, 30, 40 κτλ.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να επικεντρώνουν την προσοχή των μαθητών στη βαθύτερη εξέταση της σχέσης μεταξύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν κατά τη σύγκριση με τα διάφορα μεγέθη πλέγματος. Κατόπιν τους επισημαίνει να εκφράσουν τη σχέση αυτή λεκτικά και αριθμητικά. Εκτός αυτού, μπορεί να θέτει ερωτήματα, όπως:

- «Αφού διπλασιάσετε το μέγεθος του πλέγματος, μπορείτε να πείτε πόσο μεταβλήθηκε το αποτέλεσμα της σύγκρισης με τη μονάδα του πλέγματος;»
- «Ποιος μπορεί να εκτιμήσει με πόσες πλευρές θα είναι ίσο το ευθύγραμμο τμήμα μας, όταν το μέγεθος του πλέγματος γίνει...;»

Φάση 2: Οι μαθητές καλούνται να διατυπώσουν τον κανόνα με τον οποίο υπολογίζουν το πλήθος των πλευρών του πλέγματος που καλύπτουν ένα ευθύγραμμο τμήμα, όταν το μέγεθος της πλευράς του πλέγματος διπλασιάζεται, τριπλασιάζεται, υποδιπλασιάζεται κτλ. Η εμπειρία που απέκτισαν από την προηγούμενη φάση θα τους βοηθήσει να διατυπώσουν κανόνες όπως:

- Όταν το μέγεθος του πλέγματος διπλασιάζεται, το αποτέλεσμα της σύγκρισης υποδιπλασιάζεται.
- Όταν το μέγεθος του πλέγματος υποδιπλασιάζεται, το αποτέλεσμα της σύγκρισης διπλασιάζεται.

Ο εκπαιδευτικός, και εδώ, μπορεί να θέτει στους μαθητές κατάλληλα ερωτήματα με σκοπό να επικεντρώσει το ενδιαφέρον τους στη διατύπωση κανόνων και στην επαλήθευσή τους. Η διαδικασία αυτή αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον όταν το νέο μέγεθος του πλέγματος δεν αποτελεί ακέραιο πολλαπλάσιο ή υποπολλαπλάσιο του αρχικού, π.χ. όταν το μέγεθός του από 20 γίνει 30. Σε αυτή την περίπτωση ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να συμβουλεύσει τους μαθητές να σχεδιάσουν διάφορα ευθύγραμμα τμήματα στο τετράγωνο πλέγμα, με επιλεγμένη τη δυνατότητα της «Δέσμησης» σε αυτό, προκειμένου να καταλήξουν σε αξιόπιστα συμπεράσματα. Εκτός αυτού, θα πρέπει να τους ενθαρρύνει να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν ελεύθερα τα συμπεράσματά τους μέσα στην τάξη. Τέλος, η συμπλήρωση ενός πίνακα, όπως ο παρακάτω, τους βοηθά να οργανώσουν καλύτερα τα συμπεράσματά τους.

Μέγεθος πλέγματος		Μήκος ευθύγραμμου τμήματος
20		10
40		5
10		20

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές αναζητούν τη σχέση που έχουν τα αποτελέσματα της μέτρησης ενός ευθύγραμμου τμήματος με διάφορες μονάδες μέτρησης, συνδεδεμένες από μία, επίσης, σχέση. Κατόπιν διατυπώνουν κανόνες όπως:

- Όταν η μονάδα μέτρησης πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό, το αποτέλεσμα της σύγκρισης διαιρείται με τον ίδιο αριθμό.
- Όταν η μονάδα μέτρησης διαιρείται με έναν αριθμό, το αποτέλεσμα της σύγκρισης πολλαπλασιάζεται με τον ίδιο αριθμό.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να μεταβάλλουν τη μονάδα μέτρησης, σύμφωνα με μία συγκεκριμένη σχέση, και να επιχειρούν μετρήσεις διαφόρων ευθύγραμμων τμημάτων. Έτσι αποκτούν εμπειρίες σχετικά με τη μετατροπή του αποτελέσματος της μέτρησης, όταν η μονάδα μέτρησης αλλάζει.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Επιλέξτε στο γεωπίνακα ένα τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20 και σχεδιάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα, του οποίου το μήκος να ισούται με δέκα πλευρές πλέγματος.

Από πόσες πλευρές πλέγματος θα αποτελείται το μήκος του, αν επιλέξετε το πλέγμα να έχει μέγεθος 40;

Από πόσες πλευρές πλέγματος θα αποτελείται το μήκος του, αν επιλέξετε το πλέγμα να έχει μέγεθος 10 ή 30;

Υπάρχει κάποιος κανόνας που να υπολογίζει πόσες πλευρές πλέγματος είναι ίσες με το ευθύγραμμο τμήμα, όταν το μέγεθος του πλέγματος μεταβάλλεται;

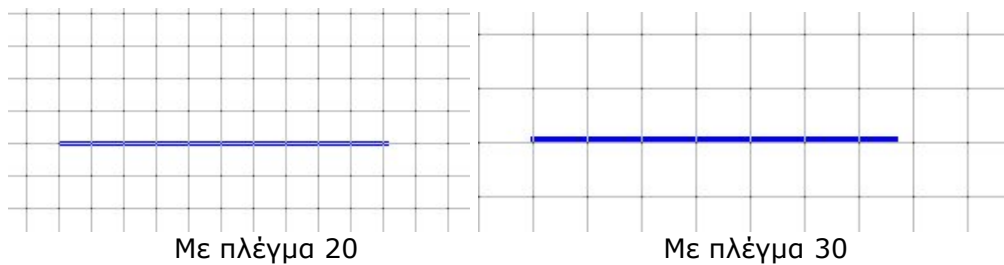


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να αυξήσετε το μέγεθος του πλέγματος κατά 1 μονάδα, επιλέγοντας το «+», ή να μειώσετε το μέγεθος του επιλέγοντας «-». Απενεργοποιήστε την εντολή «Δέσμευση» για να προσαρμόζετε εύκολα το ευθύγραμμο τμήμα στο πλέγμα. Όταν το μέγεθος του πλέγματος μεταβληθεί, και από 20 γίνει 40, οι πλευρές του θα διπλασιαστούν. Τότε το ευθύγραμμο τμήμα θα ισούται με 5 μονάδες του νέου πλέγματος. Όταν το μέγεθος του πλέγματος γίνει 10, τότε το πλήθος των πλευρών του, που αντιστοιχούν στο ευθύγραμμο τμήμα, θα είναι 20. Το ευθύγραμμο τμήμα σχεδιάστηκε αρχικά σε πλέγμα με μέγεθος 20 και ισούται με 10 πλευρές πλέγματος. Ωστόσο, όταν το πλέγμα αποκτήσει μέγεθος 30, το μήκος του δεν θα μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς.



Είναι φανερό ότι το ευθύγραμμο αυτό τμήμα δεν αντιστοιχεί ακριβώς στις πλευρές ενός πλέγματος με μέγεθος 30. Για την ακρίβεια, αποτελείται από έξι πλευρές πλέγματος και ένα ακόμη μέρος τους. Όταν το μέγεθος του πλέγματος είναι 40, το πλήθος των πλευρών του που αντιστοιχούν στο ευθύγραμμο τμήμα θα είναι το μισό από ό,τι όταν ήταν σε μέγεθος 20. Δηλαδή θα διαιρεθούν διά 2. Όταν το μέγεθος του πλέγματος είναι 10, το πλήθος των πλευρών που αντιστοιχούν στο ευθύγραμμο τμήμα, θα είναι 20. Δηλαδή θα διπλασιαστεί. Όταν το μέγεθος του πλέγματος γίνει 30, το ευθύγραμμο τμήμα θα πρέπει να είναι ίσο με τα 2/3 των δέκα πλευρών, δηλαδή περίπου 6,66 πλευρές πλέγματος. Καταγράψτε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα:

Μέγεθος πλέγματος		Μήκος ευθύγραμμου τμήματος
20		10
40		5
10		20
<input type="text"/>		<input type="text"/>
<input type="text"/>		<input type="text"/>
<input type="text"/>		<input type="text"/>
<input type="text"/>		<input type="text"/>

Οι τιμές στον πίνακα

Παρατηρήστε τις τιμές στον πίνακα που συμπληρώσατε. Υπάρχει κάποιος τρόπος με τον οποίο να υπολογίζετε το πλήθος των πλευρών του, ανάλογα με το μέγεθος του πλέγματος; Όπως θα διαπιστώσετε, όταν το αρχικό μέγεθος του πλέγματος πολλαπλασιαστεί με ένα συγκεκριμένο αριθμό, το πλήθος των πλευρών του, που αντιστοιχεί στο ευθύγραμμο τμήμα, διαιρείται με αυτό τον αριθμό. Επίσης, όταν το μέγεθος του πλέγματος διαιρείται με έναν αριθμό, το πλήθος των πλευρών του πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό αυτό.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΟ ΖΩΟ ΚΑΝΕΙ ΤΟ ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΧΡΟΝΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Η μέτρηση του χρόνου, αν και έχει έντονα βιωματικά στοιχεία, αποτελεί ίσως για τους μαθητές μία από τις δυσκολότερες διαδικασίες. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν είναι εύκολο να υιοθετήσουν κάποια συγκεκριμένη διάρκεια ως μονάδα μέτρησης. Ασφαλώς υπάρχουν περιπτώσεις που μπορούν να μετρήσουν το χρόνο, όμως σπάνια μία τέτοια διαδικασία μπορεί να είναι «ορατή» σε πολλούς μαθητές και ταυτόχρονα κατάλληλη για πειράματα.

Η διάρκεια μεταξύ δύο διαδοχικών κτύπων της καρδιάς, ενώ αποτελεί μία προσιτή σε όλους χρονική διάρκεια, διαφέρει από άτομο σε άτομο και δεν είναι και σταθερή. Η διάρκεια μιας ημέρας (από την ανατολή μέχρι τη δύση του ήλιου), επίσης, δεν προσφέρεται για πειράματα, διότι είναι μεγάλη και μεταβάλλεται μέσα στο έτος. Η χρήση του ρολογιού είναι μεν προσιτή, όμως αφήνει στους μαθητές την εντύπωση μιας πολύ τεχνικής και εξωγενούς μονάδας. Έτσι, ένα λογισμικό, όπως αυτό που προτείνεται εδώ, είναι χρήσιμο για τους μαθητές, καθώς μπορούν να πειραματιστούν με διάφορες χρονικές διάρκειες, οι οποίες προσομοιώνουν το χρόνο μιας σταθερής διαδρομής που διανύουν κάποια ζώα. Σε αυτή, λοιπόν, τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται: (1) να συγκρίνουν το χρόνο διαδρομής δύο ζώων: του βατράχου και της χελώνας, (2) διερευνούν και πειραματίζονται με διάφορες χρονικές διάρκειες που σχετίζονται με τις ταχύτητες κίνησης των ζώων οι οποίες χαρακτηρίζονται από λέξεις και φράσεις, π.χ. «Πολύ αργά», «Αργά», «Κανονικά», «Γρήγορα» και «Πολύ γρήγορα».

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν τη διάρκεια δύο φαινομένων.
- Να υιοθετήσουν μία διάρκεια ως μονάδα σύγκρισης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση της χρονικής διάρκειας δύο αντικειμένων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, ένα «σύστημα» κατά τον υπολογισμό της διάρκειας κάποιων φαινομένων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν τη χρονική διάρκεια που απαιτείται από μια χελώνα και ένα βάτραχο για να διανύσουν μια συγκεκριμένη διαδρομή, με διαφορετικές σταθερές ταχύτητες, και να σχολιάσουν τις λέξεις και φράσεις: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» και «Πολύ γρήγορα» σε σχέση με τη χρονική διάρκεια της κίνησης των δύο ζώων.

Οι μαθητές τοποθετούν στην πρώτη διαδρομή τη χελώνα και στη δεύτερη το βάτραχο. Επιλέγουν «Εκκίνηση» και παρατηρούν ότι τα ζώα σταματούν να τρέχουν, μόλις ο βάτραχος φτάσει στο τέλος. Κατόπιν, λαμβάνοντας υπόψη το υπόλοιπο της διαδρομής της χελώνας, και σε σχέση με το χρόνο του βατράχου, εκτιμούν πόσο χρόνο χρειάζεται ακόμη για να τερματίσει και εκείνη. Συζητούν μέσα στην τάξη σχετικά με το ποιο ζώο

έκανε λιγότερο χρόνο και ποιος από τους δύο χρόνους μπορεί να θεωρηθεί μονάδα μέτρησης του άλλου. Τέλος, σχολιάζουν το νόημα των φράσεων: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» και «Πολύ γρήγορα», καθώς και τι μπορεί αυτό να σημαίνει για το χρόνο διαδρομής κάθε ζώου.

Οι μαθητές αναμένεται να εκφράσουν την άποψη ότι το ζώο εκείνο, το οποίο φτάνει πρώτο στο τέρμα, κινείται γρηγορότερα από το άλλο και έτσι κάνει το λιγότερο χρόνο. Επίσης θα επιχειρήσουν να εκφράσουν μια σχέση μεταξύ των χρόνων που χρειάζονται τα δύο ζώα για να ολοκληρώσουν τη διαδρομή τους, ως σχέση μεταξύ των αποστάσεων που διάνυσαν, έως ότου τερματίσει το γρηγορότερο. Για παράδειγμα, όσον αφορά το πρώτο ερώτημα, η χελώνα, η οποία κινείται πιο αργά από το βάτραχο, χρειάζεται διπλάσιο χρόνο για να ολοκληρώσει τη διαδρομή της, αφού είχε διανύσει τη τη μισή απόσταση όταν τερμάτισε ο βάτραχος.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν τη χρονική διάρκεια της διαδρομής διαφόρων ζώων και υιοθετούν μία από αυτές ως μονάδα μέτρησης των υπολοίπων. Στη συνέχεια εκφράζουν το αποτέλεσμα αριθμητικά και το συνδέουν με την ταχύτητα κίνησης των ζώων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να πειραματίζονται με τη χρονική διάρκεια των διαδρομών, τοποθετώντας διάφορα ζώα στους διαδρόμους και επιλέγοντας ταχύτητες κίνησης που χαρακτηρίζονται από τις έννοιες: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» και «Πολύ γρήγορα». Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση της χρονικής διάρκειας διαφόρων φαινομένων.

ΠΟΙΟ ΖΩΟ ΚΑΝΕΙ ΤΟ ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΧΡΟΝΟ

2. Φύλλο εργασίας

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

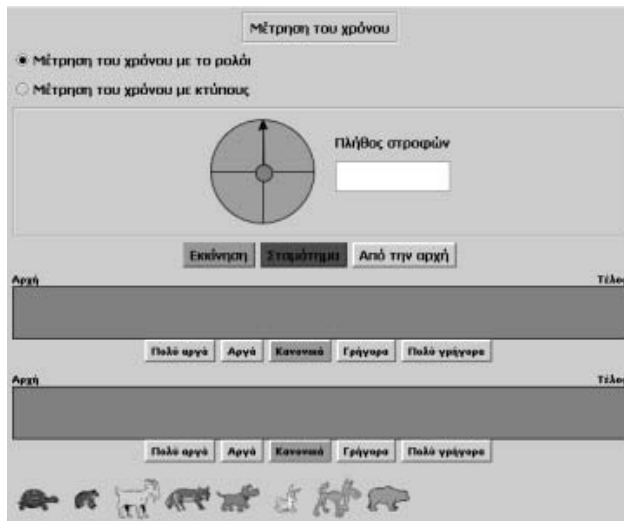
Στο παρακάτω πρόγραμμα τοποθετήστε τη χελώνα στην αρχή του πρώτου διαδρόμου και το βάτραχο στην αρχή του δεύτερου. Επιλέξτε και στις δύο περιπτώσεις τα ζώα να κινούνται «Κανονικά» και πατήστε «Εκκίνηση».

Ποιο ζώο τερμάτισε πρώτο στο τέλος του διαδρόμου;

Μπορείτε να πείτε πόσο χρόνο ακόμη χρειάζεται το δεύτερο ζώο για να φτάσει και αυτό στο τέλος του διαδρόμου;

Ποιο ζώο θα κάνει τη διαδρομή σε λιγότερο χρόνο, αν επιλέξετε η χελώνα να κινείται «Πολύ γρήγορα» και ο βάτραχος «Αργά»;

Μπορείτε να εκτιμήσετε πόσες φορές περισσότερο χρόνο κάνει ο βάτραχος, σε σχέση με τη χελώνα, να φτάσει στο τέρμα του διαδρόμου, στη δεύτερη περίπτωση;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

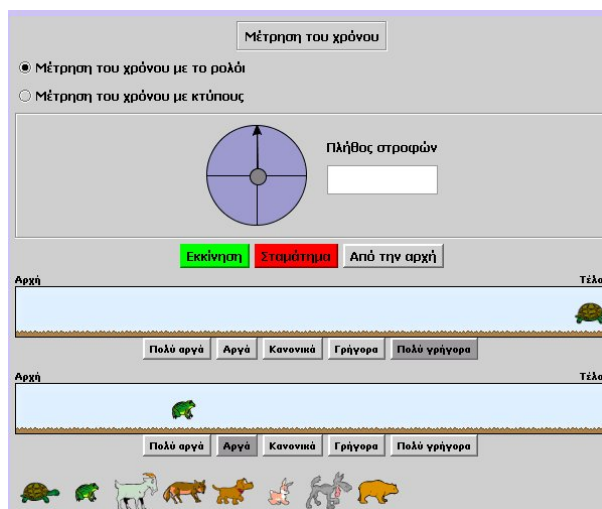
ΠΟΙΟ ΖΩΟ ΚΑΝΕΙ ΤΟ ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΧΡΟΝΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

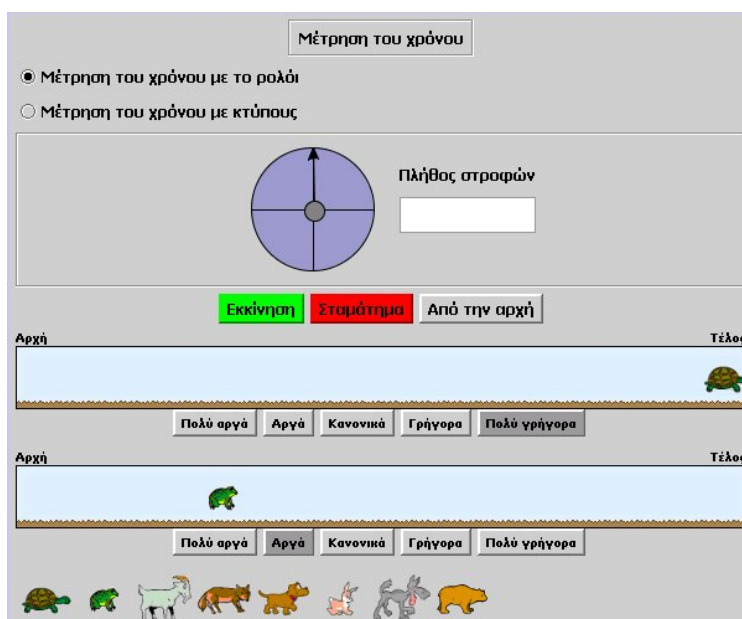
Το πρόγραμμα «Μέτρηση χρόνου» επιτρέπει να συγκρίνετε το χρόνο που χρειάζεται κάποιο ζώο για να φτάσει από την αρχή στο τέλος του διαδρόμου με το χρόνο κάποιου άλλου ζώου που διανύει την ίδια απόσταση. Κάθε ζώο μπορεί να τρέχει:

- «Πολύ αργά»
- «Αργά»
- «Κανονικά»
- «Γρήγορα»
- «Πολύ γρήγορα»

Μπορείτε για κάθε ζώο να επιλέγετε πόσο γρήγορα ή αργά θέλετε να τρέχει και να συγκρίνετε το χρόνο του ζώου που τερματίζει πρώτο με το χρόνο των υπολοίπων. Τα ζώα σταματούν να κινούνται όταν πατήσετε «Σταμάτημα» ή μόλις φτάσει κάποιο στο τέλος της διαδρομής. Επίσης, όταν κάποιο ζώο φτάσει πρώτο στο τέλος της διαδρομής, το άλλο ζώο σταματά. Έτσι, εύκολα, διαπιστώνετε ποιο ζώο έκανε το λιγότερο χρόνο και ποιο τον περισσότερο. Η διπλανή εικόνα δείχνει ποιο ζώο τερμάτισε πρώτο (ποιο ζώο, δηλαδή, κινήθηκε γρηγορότερα).



Αν η χελώνα κινείται «Πολύ γρήγορα» και ο βάτραχος «Αργά», στο τέλος της διαδρομής θα φτάσει πρώτη η χελώνα. Επομένως, στην περίπτωση αυτή, η χελώνα είναι αυτή που κινείται πιο γρήγορα. Μπορείτε να εκτιμήσετε πόσο γρηγορότερα φτάνει στο τέλος της διαδρομής η χελώνα αν εκτιμήσετε πόσο διάστημα έχει να διανύσει ακόμα ο βάτραχος με μονάδα μέτρησης το τμήμα που διέτρεξε. Δείτε την παρακάτω εικόνα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΩΝ ΖΩΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να συγκρίνουν τη διαδρομή κάθε ζώου με την κίνηση του δείκτη, ο οποίος περιστρέφεται ως ακτίνα μέσα σε έναν κύκλο. Έχουν τη δυνατότητα να επιλέγουν ως μονάδα μέτρησης μία πλήρη περιστροφή του δείκτη, να ορίζουν την κίνηση ενός ζώου επιλέγοντας: «Κανονικά», «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» ή «Πολύ γρήγορα», και να μετρούν το χρόνο της διαδρομής του.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν τη διάρκεια δύο διαφορετικών φαινομένων: της ευθείας διαδρομής ενός ζώου και της κυκλικής διαδρομής μιας ακτίνας κύκλου.
- Να υιοθετήσουν τη διάρκεια περιστροφής του δείκτη ως σταθερή μονάδα μέτρησης των διαδρομών των οκτώ ζώων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση της χρονικής διάρκειας δύο αντικειμένων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, ένα «σύστημα» κατά τον υπολογισμό διάρκειας κάποιων φαινομένων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν τη χρονική διάρκεια του σκύλου σε σχέση με την περιστροφική κίνηση του δείκτη, όταν ο σκύλος κινείται «Κανονικά». Στη δεύτερη φάση να επαναλάβουν τη διαδικασία για το ίδιο ζώο και να ορίσουν να κινείται: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» ή «Πολύ γρήγορα».

Φάση 1 Οι μαθητές τοποθετούν στην πρώτη διαδρομή το σκύλο και επιλέγουν να κινείται «Κανονικά». Επιλέγουν «Εκκίνηση» και παρατηρούν το χρόνο που έκανε για να διατρέξει τη διαδρομή, σε σχέση με το πλήθος των στροφών του δείκτη. Συγκρίνουν το χρόνο της διαδρομής του σε κάθε περίπτωση και εξετάζουν τη σχέση που έχουν οι χρόνοι μεταξύ τους. Τέλος, σχολιάζουν το νόημα των φράσεων: *πολύ αργά, αργά, γρήγορα* και *πολύ γρήγορα*, καθώς και τι μπορεί αυτό να σημαίνει για το χρόνο διαδρομής κάθε ζώου.

Φάση 2: Οι μαθητές επαναλαμβάνουν το πείραμα της πρώτης φάσης επιλέγοντας, όμως, ο σκύλος να κινείται: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» ή «Πολύ γρήγορα». Μετρούν το χρόνο της διαδρομής του, σε κάθε περίπτωση και εξετάζουν τη σχέση των χρόνων στις διάφορες περιπτώσεις. Ο εκπαιδευτικός, ως επέκταση της δραστηριότητας, ζητά από τους μαθητές να υιοθετήσουν ως μονάδα μέτρησης το χρόνο ολοκλήρωσης μίας από τις πέντε αυτές διαδρομές του σκύλου και με αυτή να μετρήσουν τις υπόλοιπες τέσσερις. Έτσι μπορούν να μεταβάλλουν τη μονάδα μέτρησης και να εκφράσουν τα αποτελέσματα με μικρότερους αριθμούς.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μετρούν τη χρονική διάρκεια της διαδρομής κάθε ζώου με μονάδα μέτρησης την κυκλική κίνηση του δείκτη του ρολογιού και συγκρίνουν τη χρονική διάρκεια της διαδρομής διαφόρων ζώων σε σχέση με αυτή τη μονάδα μέτρησης, την οποία εκφράζουν και αριθμητικά.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να πειραματίζονται με τη χρονική διάρκεια των διαδρομών, τοποθετώντας διάφορα ζώα στους διαδρόμους και να επιλέγουν κοινή μονάδα μέτρησης.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΩΝ ΖΩΩΝ

2. Φύλλο εργασίας

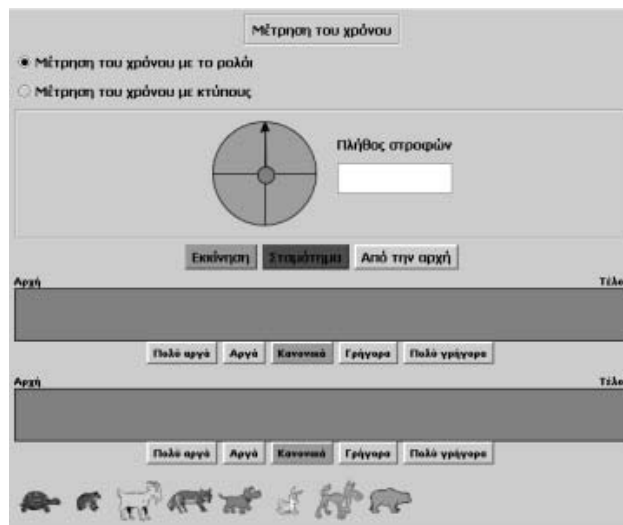
Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στο παρακάτω πρόγραμμα τοποθετήστε το σκύλο στην αρχή του πρώτου διαδρόμου και επιλέξτε να κινείται «Κανονικά». Πατήστε «Εκκίνηση» και παρατηρήστε προσεκτικά το δείκτη μέσα στον κύκλο.

Πόσες στροφές έκανε ο δείκτης κατά τη διάρκεια της διαδρομής του σκύλου;

Με μονάδα μέτρησης τη μία στροφή του δείκτη, σε πόσο χρόνο θα ολοκληρώσει ο σκύλος τη διαδρομή του κινούμενος «Κανονικά»;

Πόσες στροφές θα κάνει ο δείκτης κατά τη διάρκεια της διαδρομής του σκύλου, όταν αυτός κινείται: «Πολύ γρήγορα», «Γρήγορα», «Πολύ αργά» ή «Αργά»;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΩΝ ΖΩΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Όταν ο σκύλος ολοκληρώνει τη διαδρομή του κινούμενος «Κανονικά», ο δείκτης κάνει 32 πλήρεις περιστροφές.

Όταν ο σκύλος ολοκληρώνει τη διαδρομή του κινούμενος «Γρήγορα», ο δείκτης κάνει 16 πλήρεις περιστροφές.

Επομένως, ο χρόνος που χρειάζεται ο σκύλος να ολοκληρώσει τη διαδρομή, κινούμενος «Κανονικά», είναι διπλάσιος του χρόνου που χρειάζεται κινούμενος «Γρήγορα». Αλλιώς, με μονάδα μέτρησης το χρόνο της πλήρους διαδρομής, όταν κινείται «Γρήγορα», ο χρόνος του σκύλου, όταν κινείται «Κανονικά», ισούται με 2 μονάδες.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΚΤΥΠΟΥΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να συγκρίνουν τη διαδρομή κάθε ζώου με τους κτύπους που ακούγονται κατά τη διάρκεια της διαδρομής του. Έχουν τη δυνατότητα να επιλέγουν ως μονάδα μέτρησης τη διάρκεια μεταξύ δύο κτύπων και να μετρούν το πλήθος των κτύπων που ακούν. Εκτός αυτού, μπορούν να ορίζουν την κίνηση ενός ζώου επιλέγοντας: «Κανονικά», «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» ή «Πολύ γρήγορα», και να μετρούν το χρόνο της διαδρομής του. Τέλος, να μετρούν και τις διαδρομές άλλων ζώων και να συσχετίζουν τους χρόνους των διαδρομών τους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν τη διάρκεια δύο διαφορετικών φαινομένων: της ευθείας διαδρομής ενός ζώου και των κτύπων που ακούγονται από ένα ανεξάρτητο μηχανήμα, τον υπολογιστή.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη κοινής μονάδας μέτρησης για τη χρονική διάρκεια της διαδρομής των οκτώ ζώων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση της χρονικής διάρκειας δύο αντικειμένων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να μετρήσουν τη χρονική διάρκεια της διαδρομής του σκύλου, όταν κινείται «Κανονικά», σε σχέση με το χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ δύο κτύπων, προερχόμενων από τον υπολογιστή. Στη δεύτερη φάση να επαναλάβουν τη διαδικασία για το ίδιο ζώο και να ορίσουν να κινείται: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» ή «Πολύ γρήγορα».

Φάση 1: Οι μαθητές τοποθετούν στην πρώτη διαδρομή το σκύλο, επιλέγουν να κινείται «Κανονικά» και μετρούν το πλήθος των κτύπων. Κατόπιν μετρούν το χρόνο της διαδρομής του, όταν αυτός κινείται κανονικά.

Φάση 2: Οι μαθητές επαναλαμβάνουν το πείραμα της πρώτης φάσης επιλέγοντας ο σκύλος να κινείται: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» ή «Πολύ γρήγορα». Εξετάζουν τη σχέση των χρόνων διαδρομής στις διάφορες περιπτώσεις, ενώ ο εκπαιδευτικός, ως επέκταση της δραστηριότητας, ζητά από τους μαθητές να υιοθετήσουν ως μονάδα μέτρησης το χρόνο ολοκλήρωσης μιας από τις πέντε διαφορετικές διαδρομές του σκύλου και με αυτή να μετρήσουν τις υπόλοιπες τέσσερις. Έτσι μπορούν να μεταβάλλουν τη μονάδα μέτρησης και να εκφράσουν τα αποτελέσματα με μικρότερους αριθμούς.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν τη χρονική διάρκεια της διαδρομής διαφόρων ζώων σε σχέση με τους κτύπους που ακούν στον υπολογιστή και συγκρίνουν τη

χρονική διάρκεια της διαδρομής διαφόρων ζώων σε σχέση με αυτή τη μονάδα μέτρησης, την οποία εκφράζουν και αριθμητικά.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να πειραματίζονται με τη χρονική διάρκεια των διαδρομών, τοποθετώντας διάφορα ζώα στους διαδρόμους και να επιλέγουν κοινή μονάδα μέτρησης.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΚΤΥΠΟΥΣ

2. Φύλλο εργασίας

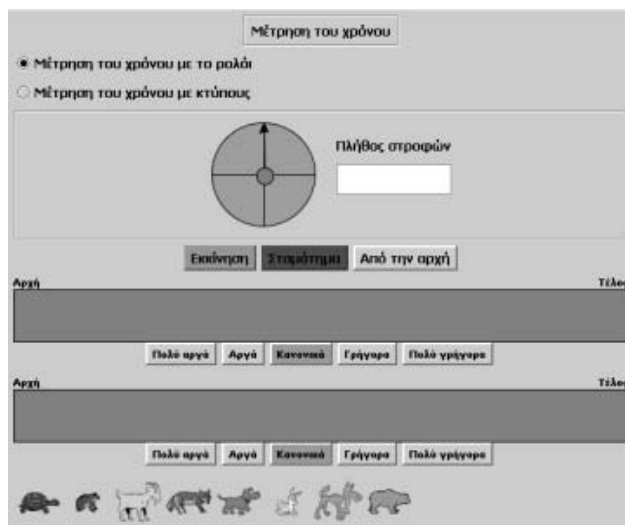
Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στο πρόγραμμα «Μέτρηση χρόνου» τοποθετήστε ένα από τα ζώα, π.χ. το σκύλο, στην αρχή του πρώτου διαδρόμου. Στη συνέχεια επιλέξτε να κινείται «Κανονικά» και πατήστε «Μέτρηση του χρόνου με κτύπους». Ανεβάστε την ένταση του ήχου στον υπολογιστή σας και πατήστε «Εκκίνηση». Προσπαθήστε να μετρήσετε τη διάρκεια κίνησης του σκύλου με τους κτύπους που ακούτε.

Πόσους κτύπους διαρκεί η κίνησή του;

Με μονάδα μέτρησης τη χρονική διάρκεια μεταξύ δύο κτύπων, σε πόσο χρόνο θα ολοκληρώσει ο σκύλος τη διαδρομή του κινούμενος «Κανονικά»;

Πόσοι κτύποι ακούστηκαν κατά τη διάρκεια της διαδρομής του σκύλου, όταν αυτός κινούνταν: «Πολύ γρήγορα», «Γρήγορα», «Πολύ αργά» ή «Αργά»;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΚΤΥΠΟΥΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Όταν ο σκύλος ολοκληρώνει τη διαδρομή του, κινούμενος «Κανονικά», ακούγονται 32 κτύποι. Δηλαδή, με μονάδα μέτρησης 1 κτύπο, η διαδρομή του διαρκεί συνολικά 32 κτύπους.

Όταν κινείται «Πολύ γρήγορα» ακούγονται 8 κτύποι. Δηλαδή, με μονάδα μέτρησης 1 κτύπο, η διαδρομή του διαρκεί 8 κτύπους. Συνεπώς, διαρκεί 4 φορές λιγότερο από ό,τι με κανονική κίνηση.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού των νομισμάτων εκείνων, με τα οποία μπορούν να μετρήσουν 5 ευρώ. Θα πρέπει, δηλαδή, να μετατρέψουν ένα χαρτονόμισμα των 5 ευρώ σε περισσότερα νομίσματα, μικρότερης αξίας, και να εκφράσουν το αποτέλεσμα αριθμητικά. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούν μια διαδικασία προσδιορισμού των διαφόρων συνδυασμών που μπορούν να κάνουν, όταν επιλέγουν μία ή περισσότερες μονάδες μέτρησης – μικρότερης αξίας από το μετρούμενο μέγεθος– και εκφράζουν το αποτέλεσμα της μετατροπής με τη βοήθεια φυσικών ή συμμιγών αριθμών. Με τον τρόπο αυτό γνωρίζουν τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια των νομισμάτων και χαρτονομισμάτων του ευρώ και τη μεταξύ τους σχέση.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετρήσουν ένα χρηματικό ποσό με τη βοήθεια διαφόρων υποδιαιρέσεων ή πολλαπλασίων του ευρώ.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά την καταμέτρηση των νομισμάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δυο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει, με τη βοήθεια του προγράμματος «Μαθαίνω το ευρώ», να μετατρέψουν το χαρτονόμισμα των 5 ευρώ σε νομίσματα μικρότερης αξίας, εφαρμόζοντας όλους τους τρόπους. Στη δεύτερη φάση καλούνται να μετατρέψουν το χαρτονόμισμα των 5 ευρώ σε διάφορα νομίσματα μικρότερης αξίας.

Φάση 1: Οι μαθητές πειραματίζονται στο λογισμικό «Μαθαίνω το ευρώ», προκειμένου να μετατρέψουν και να εκφράσουν το χαρτονόμισμα των 5 ευρώ σε νομίσματα μικρότερης αξίας: των 2 ευρώ, του 1 ευρώ, των 50 λεπτών, των 20 λεπτών, των 10 λεπτών, των 5 λεπτών, των 2 λεπτών και του 1 λεπτού. Αναμένεται να εκφράσουν τα αποτελέσματα των πειραματισμών τους με διάφορους τρόπους, όπως: «1 χαρτονόμισμα των 5 ευρώ ισούται με 10 νομίσματα των 50 λεπτών», ενώ δεν θα καταφέρουν το συγκεκριμένο χαρτονόμισμα να το μετατρέψουν σε νομίσματα των 2 ευρώ. Ο πίνακας του προγράμματος τους βοηθά να καταγράφουν τις μετατροπές τους.

Φάση 2: Στη δεύτερη φάση οι μαθητές αξιοποιούν την εμπειρία που απέκτησαν στην προηγούμενη φάση και πειραματίζονται στο χαρτί, προκειμένου να μετατρέψουν ένα χαρτονόμισμα των 5 ευρώ σε νομίσματα μικρότερης αξίας. Στη συνέχεια επαληθεύουν την επιλογή τους με τη βοήθεια του προγράμματος.

Η συμβολική αναπαράσταση που εμφανίζεται στο πρόγραμμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των νομισμάτων με την εφαρμογή φυσικών και συμμιγών αριθμών για την έκφραση του αποτελέσματος. Ο πίνακας, που καλούνται να συμπληρώσουν, τους επιτρέπει, αφενός, να καταγράψουν τα αποτελέσματα των εκτιμήσεων τους μετά τον έλεγχο τους και, αφετέρου, να κάνουν διάφορους

συνδυασμούς και να περάσουν σταδιακά σε μια καθαρά νοητική λύση του προβλήματος.

ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ	2 ευρώ	1 ευρώ	50 λεπτά	20 λεπτά	10 λεπτά	5 λεπτά	2 λεπτά	1 λεπτό
5 ευρώ	2	1						
5 ευρώ	1	2	2					
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								

Κατόπιν αυτών οι μαθητές θα συνειδητοποιήσουν ότι μπορούν να κάνουν μετατροπές:
 (1) Ενός νομίσματος ή χαρτονομίσματος σε ένα ή περισσότερα νομίσματα ή χαρτονομίσματα μικρότερης αξίας.
 (2) Πολλών νομισμάτων ή χαρτονομισμάτων σε ένα νόμισμα ή χαρτονόμισμα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

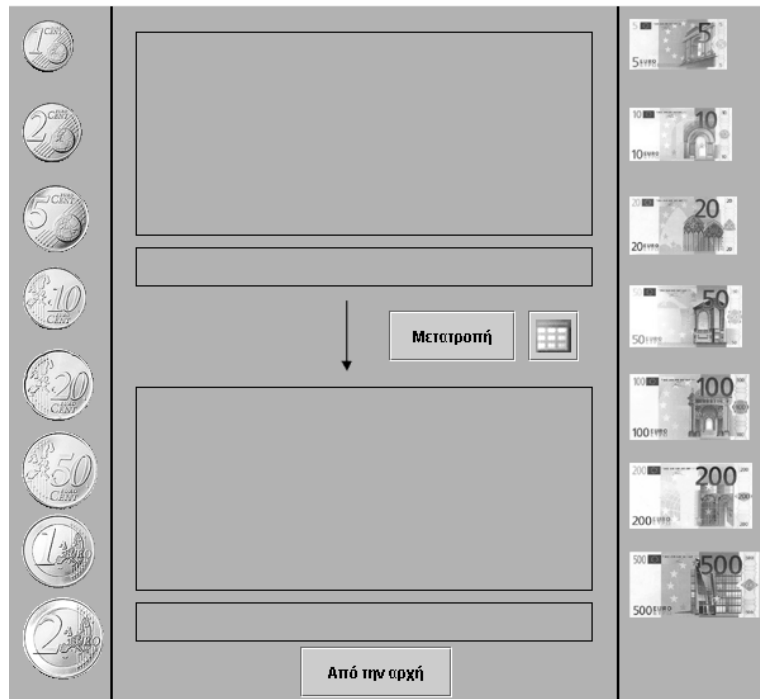
Στη διερεύνηση οι μαθητές χρησιμοποιούν εκφράσεις συμμιγών και φυσικών αριθμών, προκειμένου να εκφράσουν το αποτέλεσμα ενός χαρτονομίσματος με ένα ή περισσότερα νομίσματα μικρότερης αξίας.

ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να μετατρέψετε ένα χαρτονόμισμα των 5 ευρώ σε άλλα νομίσματα μικρότερης αξίας;

Μπορείτε να συμπληρώσετε έναν πίνακα με συλλογές νομισμάτων, μικρότερης αξίας από 5 ευρώ, που να δημιουργούν αξία ίση με ένα χαρτονόμισμα των 5 ευρώ;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μεταφέρετε τα νομίσματα που θέλετε να μετατρέψετε στην πρώτη περιοχή του λογισμικού «Μαθαίνω το ευρώ». Κατόπιν επιλέξτε την εντολή «Μετατροπή» και το χαρτονόμισμα στο οποίο θέλετε να τα χαλάσετε.

Υποθέστε ότι έχετε στο πορτοφόλι σας ένα χαρτονόμισμα των 5 ευρώ και θέλετε να το χαλάσετε σε νομίσματα. Πώς μπορεί να γίνει αυτό;

- Μπορείτε να το χαλάσετε σε πέντε νομίσματα του 1 ευρώ;
- Μπορείτε να το χαλάσετε σε δέκα νομίσματα των 50 λεπτών;
- Μπορείτε να κάνετε συνδυασμούς νομισμάτων; Δηλαδή, να το χαλάσετε σε ένα νόμισμα των 2 ευρώ και σε τρία νομίσματα του 1 ευρώ;

Πόσους άλλους τρόπους μπορείτε να εφαρμόσετε;

Συμπληρώστε τον πίνακα που ακολουθεί.

NOMISMATA	2 ευρώ	1 ευρώ	50 λεπτά	20 λεπτά	10 λεπτά	5 λεπτά	2 λεπτά	1 λεπτό
5 ευρώ	2	1						
5 ευρώ	1	2	2					
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								
5 ευρώ								

Στο λογισμικό «Μαθαίνω το ευρώ» επιλέξτε ένα χαρτονόμισμα των 5 ευρώ και ζητήστε από το πρόγραμμα να σας το μετατρέψει σε ένα άλλο νόμισμα. Ωστόσο, έχετε και μία δεύτερη επιλογή. Να επιλέξετε τα νομίσματα που νομίζετε ότι σχηματίζουν 5 ευρώ και να ζητήσετε από το πρόγραμμα να σας τα χαλάσει στο συγκεκριμένο χαρτονόμισμα. Έτσι μπορείτε να κάνετε διάφορες δοκιμές. Για παράδειγμα, επιλέξτε δύο νομίσματα των 2 ευρώ και ένα νόμισμα του 1 ευρώ. Ζητήστε από το πρόγραμμα να σας το χαλάσει σε ένα χαρτονόμισμα των 5 ευρώ.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να προσδιορίσουν συλλογές από νομίσματα και χαρτονομίσματα του ευρώ, όπου τα νομίσματα που συγκροτούν μια συλλογή να έχουν συνολικά ίση αξία με ένα χαρτονόμισμα των 20 ευρώ. Θα πρέπει, δηλαδή, να μετρήσουν μια ποσότητα η οποία έχει ήδη μετρηθεί με μια συγκεκριμένη μονάδα (χαρτονόμισμα των 20 ευρώ), χρησιμοποιώντας συλλογές από διάφορες άλλες μονάδες, οι οποίες είναι πολλαπλάσια ή υποδιαιρέσεις του ευρώ, και να εκφράσουν το αποτέλεσμα αριθμητικά. Με τον τρόπο αυτό έρχονται σε επαφή με μία άλλη διαδικασία μέτρησης, κατά την οποία χρησιμοποιούνται υποδιαιρέσεις και πολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας και τα αποτελέσματα της μέτρησης αυτής εκφράζονται με τη βοήθεια συμμιγών αριθμών.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετρήσουν μια ποσότητα με τη βοήθεια υποδιαιρέσεων και πολλαπλασίων μιας μονάδας μέτρησης.
- Να εκφράσουν το αποτέλεσμα μιας μέτρησης με τη βοήθεια συμμιγών αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση συμμιγών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει, με τη βοήθεια του προγράμματος «Μαθαίνω το ευρώ», να προσδιορίσουν συλλογές από νομίσματα και χαρτονομίσματα του ευρώ, σε καθεμία από τις οποίες τα νομίσματα που τις συγκροτούν να έχουν ίση αξία με ένα χαρτονόμισμα των 20 ευρώ. Κατόπιν να εκφράσουν λεκτικά και συμβολικά την ισοδυναμία αυτή.

Οι μαθητές εργάζονται στο λογισμικό «Μαθαίνω το ευρώ» για τον εντοπισμό όσο το δυνατόν περισσότερων συλλογών, όπου τα νομίσματα και χαρτονομίσματα κάθε συλλογής να έχουν αξία ίση με 20 ευρώ. Η συμβολική αναπαράσταση που εμφανίζεται στο πρόγραμμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των νομισμάτων με τη χρήση φυσικών αριθμών, για την έκφραση του αποτελέσματος. Ο πίνακας δε, που καλούνται να συμπληρώσουν, τους επιτρέπει, αφενός, να καταγράφουν τα αποτελέσματα των πειραματισμών τους και, αφετέρου, να περάσουν σταδιακά στη νοητική λύση του προβλήματος. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα καλό είναι να ενταχθεί σε έναν ευρύτερο διδακτικό σχεδιασμό, όπου οι μαθητές θα αντιμετωπίσουν και άλλα προβλήματα συμμιγών αριθμών, των οποίων η δεκαδική τους έκφραση δεν προκύπτει με τον ίδιο τρόπο. Για παράδειγμα, στα προβλήματα μέτρησης χρόνου, η έκφραση των συμμιγών απαιτεί άλλες διαδικασίες (διαίρεση των ωρών σε 60 λεπτά κτλ.).

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

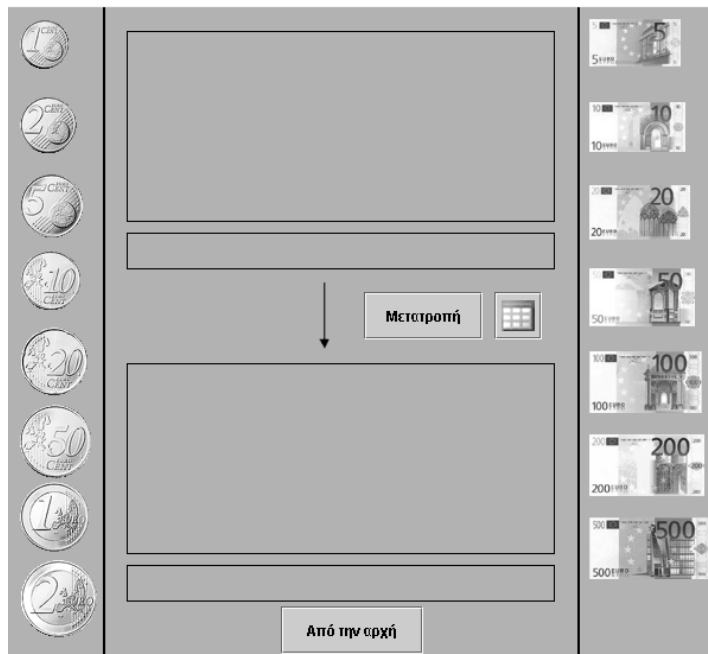
Στη διερεύνηση οι μαθητές χρησιμοποιούν συμμιγείς αριθμούς για να εκφράσουν το αποτέλεσμα μιας μέτρησης.

ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Παιδιά, μπορείτε να βρείτε νομίσματα και χαρτονομίσματα τα οποία να έχουν, όλα μαζί, ίση αξία με ένα χαρτονόμισμα των 20 ευρώ;

Μπορείτε με τη βοήθεια των αριθμών να περιγράψετε το αποτέλεσμα;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να μετατρέψετε ένα νόμισμα ή χαρτονόμισμα κάντε τις εξής ενέργειες:

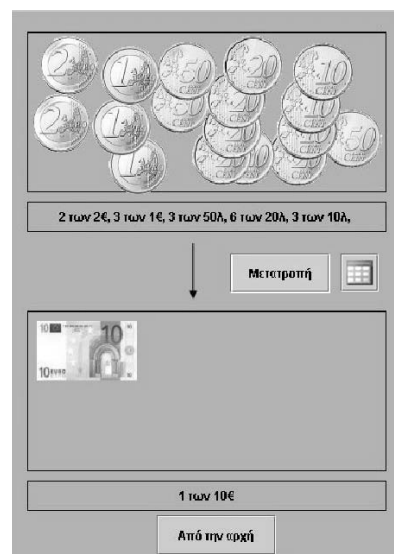
1. Με το ποντίκι σας πάρτε τα νομίσματα και τα χαρτονόμισμα που θέλετε και τοποθετήστε τα στον πρώτο χώρο πάνω από το κουμπί «Μετατροπή».
2. Πατήστε το κουμπί «Μετατροπή».
3. Με το ποντίκι σας, πάλι, επιλέξτε και μεταφέρετε στο δεύτερο πλαίσιο, κάτω από το κουμπί «Μετατροπή», το νόμισμα εκείνο στο οποίο θέλετε να μετατρέψετε τα προηγούμενα.
4. Μετρήστε και διαβάστε πόσα νομίσματα είναι τα αρχικά νομίσματα.

Ένα παράδειγμα: Στο πρόγραμμα «Μαθαίνω το ευρώ» τοποθετήστε ένα χαρτονόμισμα των 10 ευρώ στην επάνω περιοχή και πατήστε «Μετατροπή». Επιλέξτε να το μετατρέψετε σε νομίσματα των 50 λεπτών. Παρατηρούμε ότι 20 νομίσματα των 50 λεπτών μας κάνουν 10 ευρώ. Επομένως γράφουμε: 10 ευρώ = 20 x 50 λεπτά ή $10 = 20 \times 0,50$. Προσπαθήστε και εσείς να μετατρέψετε και να εκφράσετε με διαφορετικά νομίσματα τα 10 ευρώ. Γράψτε την ισότητα που εκφράζει τη μετατροπή. Δηλαδή, μία ισότητα όπου στο πρώτο μέλος έχει 10 ευρώ, ενώ στο δεύτερο μέλος το άθροισμα των νομισμάτων που δίνουν 10 ευρώ.

Μπορείτε να δουλέψετε και αντίστροφα. Τοποθετήστε στην επάνω περιοχή διάφορα νομίσματα, ώστε να τα μετατρέψετε σε χαρτονόμισμα των 10 ευρώ. Μπορείτε να επιλέξετε: δύο νομίσματα των 2 ευρώ, τρία νομίσματα του 1 ευρώ, τρία νομίσματα των 50 λεπτών, έξι νομίσματα των 20 λεπτών, τρία νομίσματα των 10 λεπτών.

Επομένως, το χαρτονόμισμα των 10 ευρώ ισούται με: 2 των 2 ευρώ, 3 του 1 ευρώ, 3 των 50 λεπτών, 6 των 20 λεπτών και 3 των 10 λεπτών. Την ισότητα αυτή την εκφράζουμε και ως εξής: $10 \text{ ευρώ} = 2 \text{ των } 2 + 3 \text{ του } 1 + 3 \text{ των } 0,5 + 6 \text{ των } 0,20 + 3 \text{ των } 0,10$. Στη διπλανή εικόνα δίνεται η παραπάνω κατάσταση.

Μερικά παραδείγματα θα βρείτε, επίσης, στον πίνακα που ακολουθεί.



2 ευρώ	1 ευρώ	50 λεπτά	20 λεπτά	10 λεπτά	5 λεπτά	2 λεπτά	1 λεπτό	ΑΘΡΟΙΣΜΑ
2	5	2	-	-	-	-	-	10
5	-	-	-	-	-	-	-	10
1	3	8	5	-	-	-	-	10
-	8	3	1	1	4	-	-	

Ο παρακάτω πίνακας μπορεί να σας διευκολύνει στο να μετατρέψετε το χαρτονόμισμα των 20 ευρώ σε νομίσματα και να εκφράσετε τη μετατροπή με μια ισότητα, όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Σε κάθε γραμμή του πίνακα συμπληρώστε με τον κατάλληλο αριθμό νομισμάτων όσα κελιά νομίζετε, ώστε να έχετε σύνολο 20 ευρώ.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να προσδιορίσουν το άθροισμα δύο συμμιγών αριθμών, με τους οποίους εκφράζονται δύο ποσότητες. Θα πρέπει, λοιπόν, να προσθέσουν 12 ευρώ και 36 λεπτά με 2 ευρώ και 86 λεπτά. Με τον τρόπο αυτό έρχονται σε επαφή με την αριθμητική έκφραση δύο συμμιγών αριθμών, καθώς και του αθροίσματός τους. Η διαδικασία αυτή αποτελεί τη βάση του γνωστού κανόνα πρόσθεσης συμμιγών αριθμών. Οι μαθητές προσθέτουν ομοειδής ποσότητες, μετρημένες με την ίδια μονάδα, και κάνουν μετατροπές κάθε φορά που συμπληρώνεται μία μονάδα ανώτερης τάξης. Μαθαίνουν δηλαδή την πρόσθεση συμμιγών αριθμών.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να προσθέσουν συμμιγείς αριθμούς και να εκφράσουν το αποτέλεσμα τους ως συμμιγή αριθμό.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση συμμιγών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

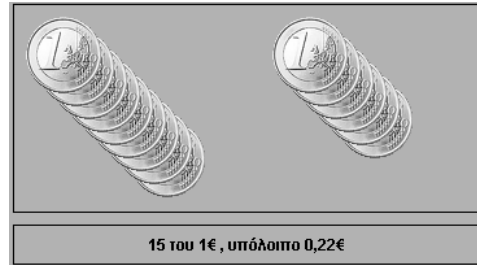
Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει με τη βοήθεια του προγράμματος «Μαθαίνω το ευρώ» να προσθέσουν δύο ποσότητες νομισμάτων που εκφράζονται ως συμμιγείς αριθμοί.

Οι μαθητές εργάζονται στο λογισμικό «Μαθαίνω το ευρώ» για τον υπολογισμό του αθροίσματος των δύο συμμιγών αριθμών: 12 ευρώ και 36 λεπτά ο πρώτος, 2 ευρώ και 86 λεπτά ο δεύτερος. Το λογισμικό τους επιτρέπει να τοποθετήσουν στην επάνω περιοχή τα νομίσματα και τα χαρτονομίσματα που εκφράζονται από τους δύο συμμιγείς. Συγκεκριμένα μπορούν να τοποθετήσουν αριστερά και δεξιά τους δύο συμμιγείς αριθμούς, αντίστοιχα, ή να τοποθετήσουν στην ίδια περιοχή τα ομοειδή νομίσματα και χαρτονομίσματα. Η μετατροπή τους σε ευρώ δηλώνει: (1) την έκφραση όλων μαζί σε ένα νόμισμα – δηλαδή την έκφραση του αθροίσματός τους και (2) την έκφραση που γίνεται με δεκαδικό αριθμό και μπορεί να μετατραπεί σε συμμιγή από τους ίδιους τους μαθητές με αντίστροφο τρόπο. Δηλαδή, προσθέτοντας τα λεπτά, αναγκάζονται να μετατρέψουν το αποτέλεσμα σε μία μεγαλύτερη μονάδα, την οποία στη συνέχεια θα προσθέσουν στις άλλες ομοειδής μονάδες. Η συμβολική αναπαράσταση που εμφανίζεται στο πρόγραμμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των νομισμάτων με τη χρήση φυσικών αριθμών για την έκφραση του αποτελέσματος.

Στη διπλανή εικόνα εμφανίζεται η διαδικασία πρόσθεσης των δύο συμμιγών αριθμών. Στην ερώτηση «Πόσο είναι το άθροισμα των δύο συμμιγών αριθμών;» οι μαθητές τοποθετούν τα νομίσματα και τα χαρτονομίσματα στην επάνω περιοχή του προγράμματος (διπλανό σχήμα), γεγονός που τους



επιτρέπει να παρατηρήσουν το σύνολο αυτών, δηλαδή ότι συγκεντρωμένα όλα μαζί είναι: 1 χαρτονόμισμα των 10 ευρώ, 2 νομίσματα των 2 ευρώ, 1 των 50 λεπτών, 2 των 20 λεπτών, 2 των 10 λεπτών, 2 των 5 λεπτών και 2 του λεπτού. Κατόπιν, προκειμένου να βρουν και να εκφράσουν το ζητούμενο άθροισμα, θα καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι πρέπει να υπολογίσουν πόσα ευρώ και πόσα λεπτά είναι όλα τα νομίσματα και τα χαρτονομίσματα συνολικά. Για το σκοπό αυτό θα προσθέσουν ξεχωριστά τα ευρώ: $12 + 2 = 14$ και ξεχωριστά τα νομίσματα που εκφράζονται σε λεπτά: $36 + 86 = 122$. Επειδή το άθροισμα των λεπτών ξεπερνά το 1 ευρώ, μπορούν να το μετατρέψουν νοερά σε: 1 ευρώ και 22 λεπτά. Τότε το τελικό άθροισμα υπολογίζεται και εκφράζεται ως 15 ευρώ και 22 λεπτά. Αν ζητήσουν από το πρόγραμμα να κάνει τη μετατροπή σε ευρώ, το αποτέλεσμα θα έχει ως εξής: «15 του 1€, υπόλοιπο 0,22€». Πρόκειται για μια άμεση μετατροπή του αθροίσματος σε ευρώ, με την οποία, όμως, και εκφράζεται το υπόλοιπο με δεκαδική έκφραση, σε ευρώ. Έτσι οι μαθητές έρχονται σε επαφή με δύο εκφράσεις του αθροίσματος: με αυτή που προκύπτει από το άθροισμα ομοειδών ποσοτήτων (έκφραση με συμμιγείς αριθμούς), καθώς και με τη δεκαδική έκφραση αυτού.

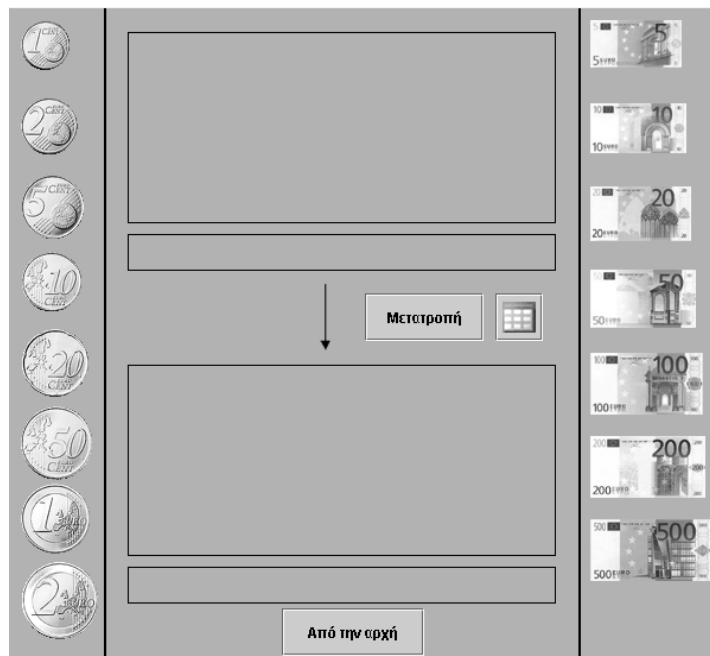


ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Παιδιά, ο Γιαννάκης έχει στον κουμπαρά του 12 ευρώ και 36 λεπτά. Από τον παππού του πήρε χαρτζιλίκι 2 ευρώ και 86 λεπτά. Έβαλε λοιπόν τα χρήματα που του έδωσε ο παππούς του στον κουμπαρά και προσπαθεί τώρα να βρει πόσα χρήματα έχει συνολικά.

Μπορείτε εσείς να τον βοηθήσετε να υπολογίσει το άθροισμα των χρημάτων;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να μετατρέψετε ένα νόμισμα ή χαρτονόμισμα κάντε τις εξής ενέργειες:

1. Με το ποντίκι σας πάρτε τα νομίσματα και χαρτονομίσματα που θέλετε και τοποθετήστε τα στον πρώτο χώρο πάνω από το κουμπί «Μετατροπή».
2. Πατήστε το κουμπί «Μετατροπή».
3. Με το ποντίκι σας πάλι επιλέξτε και μεταφέρετε στο δεύτερο πλαίσιο, κάτω από το κουμπί «Μετατροπή», το νόμισμα εκείνο στο οποίο θέλετε να μετατρέψετε τα πρώτα.
4. Μετρήστε και διαβάστε πόσα νομίσματα είναι τα αρχικά νομίσματα.

Κάθε φορά που χρησιμοποιούμε φυσικούς αριθμούς, οι οποίοι εκφράζουν μονάδες, πολλαπλάσια και υποδιαιρέσεις μονάδων, για να μετρήσουμε μια ποσότητα, λέμε ότι χρησιμοποιούμε συμμιγείς αριθμούς.

Παραδείγματα συμμιγών αριθμών:

- Ένα βιβλίο κοστίζει 12 ευρώ και 50 λεπτά.
- Το εισιτήριο στο θέατρο κοστίζει 8 ευρώ και 40 λεπτά.
- Ένα ταξίδι με καράβι από την Κρήτη μέχρι τον Πειραιά διαρκεί 8 ώρες και 34 λεπτά.

Οι παραπάνω αριθμοί λέγονται συμμιγείς.

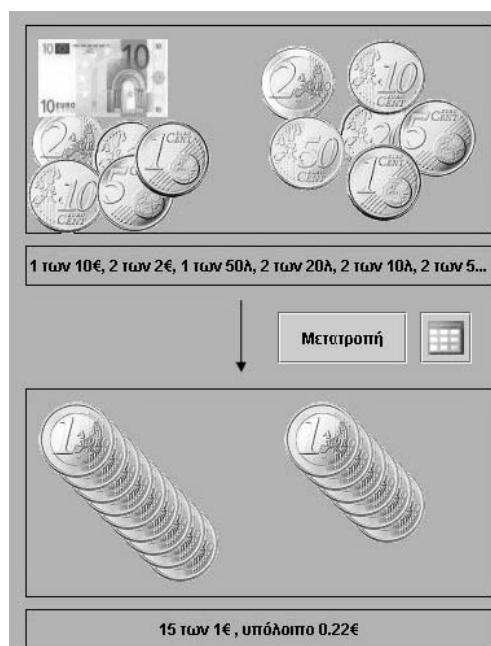
Ένα παράδειγμα πρόσθεσης συμμιγών αριθμών: Ο Δημητράκης αγόρασε ένα βιβλίο που έκανε 12 ευρώ και 45 λεπτά και ένα περιοδικό που έκανε 2 ευρώ και 67 λεπτά. Πόσα χρήματα πλήρωσε συνολικά; Με τη βοήθεια του προγράμματος «Μαθαίνω το ευρώ» μετατρέπουμε τα δύο ποσά σε ευρώ. Στη δεύτερη περιοχή του προγράμματος εμφανίζεται το αποτέλεσμα: 15 ευρώ και υπόλοιπο 0,12 ευρώ. Αυτό σημαίνει ότι ο Δημητράκης πλήρωσε 15 ευρώ και 0,12 ευρώ, ή 15,12 ευρώ, ή 15 ευρώ και 12 λεπτά. Οι πράξεις έχουν ως εξής:

$$12 \text{ ευρώ} \ \& \ 45 \text{ λεπτά} + 2 \text{ ευρώ} \ \& \ 67 \text{ λεπτά} = 14 \text{ ευρώ} \ \& \ 112 \text{ λεπτά}$$

Δηλαδή: 15 ευρώ και 12 λεπτά, αφού τα 112 λεπτά είναι ίσα με: 100 λεπτά και 12 λεπτά ή 1 ευρώ και 12 λεπτά.

Στο πρόγραμμα «Μαθαίνω το ευρώ» τοποθετήστε τα χρήματα που είχε αρχικά ο Γιαννάκης στον κουμπαρά του, καθώς και τα χρήματα που του έδωσε ο παππούς του. Πατήστε το κουμπί «Μετατροπή» για να χαλάσετε όλα τα νομίσματα σε ευρώ. Πόσα ευρώ έχει ο Γιαννάκης; Η διπλανή εικόνα δείχνει την πρόσθεση των χρημάτων σε ευρώ και σε λεπτά.

Ο Γιαννάκης, λοιπόν, έχει 15 ευρώ και 0,22 ευρώ ή 15 ευρώ και 22 λεπτά.



Ένα νέο πρόβλημα: Η Κατερίνα αγόρασε μία κούκλα που κάνει 18 ευρώ και 82 λεπτά και το σπιτάκι της που κάνει 23 ευρώ και 49 λεπτά. Πόσα χρήματα πλήρωσε συνολικά; Στην παρακάτω εικόνα δίνεται η λύση του προβλήματος.

The screenshot shows a software interface for solving a problem involving money. On the left, there is a vertical column of coin icons: 1 cent, 2 cents, 5 cents, 10 cents, 20 cents, 50 cents, 1 euro, and 2 euros. On the right, there is a vertical column of banknote icons: 5 euros, 10 euros, 20 euros, 50 euros, 100 euros, 200 euros, and 500 euros. In the center, a workspace contains a collection of selected coins and banknotes. Below this workspace, a text box displays the selection: "1 των 20€, 1 των 10€, 1 των 5€, 2 των 2€, 2 του 1€, 1 των 50λ, ...". An arrow points down from this text box to a button labeled "Μετατροπή" (Convert) next to a calculator icon. Below the button, the workspace is filled with 42 one-euro coins. A text box below the workspace shows the result: "42 του 1€, υπόλοιπο 0,31€". At the bottom, there is a button labeled "Από την αρχή" (Start over).

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να συγκρίνουν τέσσερις διαφορετικές μάζες με μονάδα μέτρησης τη μάζα ενός κύβου. Θα πρέπει, λοιπόν, στο ένα τάσι της ζυγαριάς να τοποθετήσουν ένα από τα τέσσερα αντικείμενα και στο άλλο τον κύβο. Καθώς, όμως, η ζυγαριά δεν ισορροπεί και το πρόγραμμα δεν έχει τη δυνατότητα να δημιουργεί υποδιαιρέσεις των μονάδων μέτρησης, οι μαθητές αναγκάζονται να υπολογίσουν τη μάζα των αντικειμένων με τη βοήθεια της σχέσης που εκφράζεται από την επίτευξη μιας ισορροπίας τους. Οι μαθητές σε κάθε τάσι τοποθετούν αντίγραφα του ίδιου αντικειμένου, έως ότου ισορροπήσει η ζυγαριά. Κατόπιν εκφράζουν αριθμητικά τη σχέση που εμφανίζουν οι μάζες των αντικειμένων και τέλος, με μονάδα μέτρησης τη μάζα του κύβου, εκφράζουν τη μάζα κάθε αντικειμένου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να χρησιμοποιήσουν τη ζυγαριά για να συγκρίνουν τις μάζες διαφόρων αντικειμένων.
- Να υιοθετήσουν ένα αντικείμενο ως μονάδα μέτρησης και με αυτό να εκφράσουν τις μάζες των υπόλοιπων αντικειμένων· συγκεκριμένα, μέσω της αριθμητικής σχέσης που εκφράζει την ισορροπία στη ζυγαριά.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση των μαζών δύο αντικειμένων.
- Να αναγνωρίσουν τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ των αντικειμένων, οι οποίες οφείλονται στις μάζες τους.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει με μονάδα μέτρησης τη μάζα του κύβου να συγκρίνουν τα τέσσερα αντικείμενα.

Οι μαθητές επιλέγουν από κάθε αντικείμενο όσα αντίγραφα θέλουν και τα τοποθετούν στα δύο τάσια της ζυγαριάς. Στο ένα τάσι τοποθετούν τα αντίγραφα του κύβου και στο άλλο τα αντίγραφα των τεσσάρων αντικειμένων. Κατόπιν εκφράζουν στο χαρτί τους την αριθμητική σχέση της κατάστασης ισορροπίας και, τέλος, τη μάζα των αντικειμένων με μονάδα μέτρησης τη μάζα του κύβου. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στη λεκτική και αριθμητική έκφραση του αποτελέσματος της σύγκρισης.

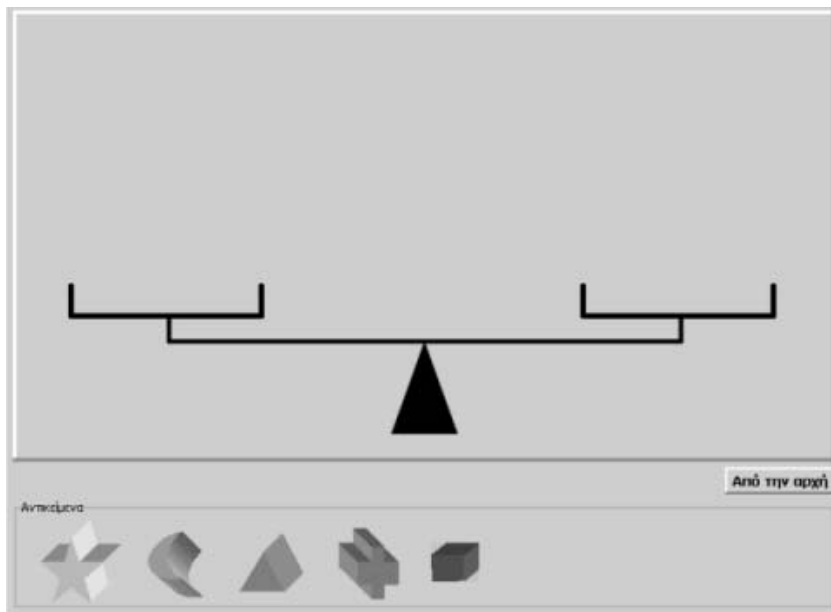
1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν με τη βοήθεια της ζυγαριάς τις μάζες διαφόρων αντικειμένων. Στη συνέχεια εκφράζουν αριθμητικά και λεκτικά τη σχέση που εμφανίζουν μεταξύ τους οι μάζες αυτών και τέλος, με μονάδα μέτρησης τη μάζα ενός κύβου, εκφράζουν τη μάζα κάθε αντικειμένου.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

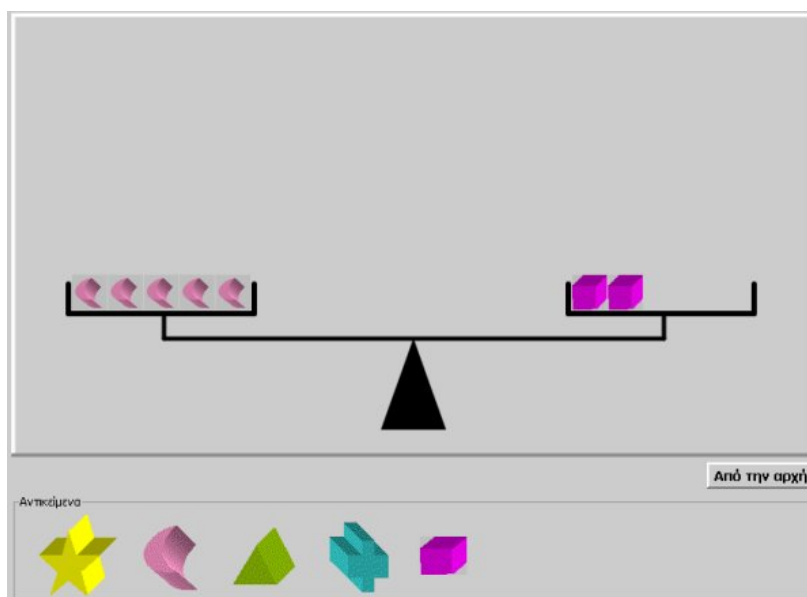
Στη ζυγαριά υπάρχουν πέντε αντικείμενα. Μπορείτε να υπολογίσετε τις μάζες τους με μονάδα μέτρησης τη μάζα του κύβου;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΑΖΩΝ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μεταφέρετε κάθε αντικείμενο σε όποιο τάσι της ζυγαριάς θέλετε. Με πατημένο το πλήκτρο «Shift» μεταφέρετε αντίγραφα ενός αντικειμένου στη ζυγαριά. Η παρακάτω εικόνα δείχνει την ισορροπία της ζυγαριάς. Παρατηρούμε ότι χρειάζονται πέντε «μισοφέγγαρα» για να ισορροπήσουν με δύο «κύβους». Τι μέρος του «κύβου» χρειάζεται για να ισορροπήσει ένα «μισοφέγγαρο»;



Επειδή πέντε «μισοφέγγαρα» αντιστοιχούν σε δύο «κύβους», για να ισορροπήσει ένα «μισοφέγγαρο» χρειάζονται τα $\frac{2}{5}$ του «κύβου».

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν διάφορα πολύγωνα, ώστε το καθένα από αυτά να περικλείει 12 ακριβώς τετραγωνίδια πλέγματος με μέγεθος 20. Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να πειραματιστούν δημιουργώντας διάφορα πολύγωνα με μέγεθος 12 τετραγωνίδια ή να επιλέξουν 12 μοναδιαία τετράγωνα και, τοποθετώντας τα κατάλληλα, να δημιουργήσουν ένα νέο σχήμα με εμβαδόν 12 μονάδες. Η διαδικασία αυτή τους βοηθά να κατανοήσουν την ύπαρξη πολλών και διαφορετικών πολυγώνων, τα οποία έχουν το ίδιο εμβαδόν 12 τετραγωνικών μονάδων, αλλά και το ρόλο της κάλυψης ενός σχήματος από 12 ακριβώς τετραγωνίδια.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατασκευάσουν διάφορα πολύγωνα που να περιλαμβάνουν το καθένα 12 ακριβώς τετραγωνίδια, τα οποία και θα ληφθούν ως μονάδες μέτρησης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τον υπολογισμό ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο σχημάτων, εκ των οποίων το ένα να θεωρείται μονάδα δημιουργίας του άλλου.

1.3. Οργάνωση της τάξης

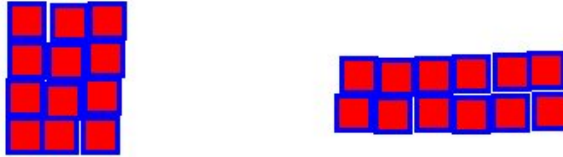
Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να κατασκευάσουν ένα σχήμα με εμβαδόν 12 τετραγωνίδια πλέγματος και στη συνέχεια να δημιουργήσουν διαφορετικά σχήματα με μέγεθος 12 μονάδες.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα ένα πολύγωνο με μέγεθος 12 τετραγωνίδια. Στη δραστηριότητα αυτή έχουν τη δυνατότητα επιλογής των διαστάσεων που μπορεί να έχει ένα τέτοιο πολύγωνο, π.χ. να είναι ένα ορθογώνιο με τη μία πλευρά του 3 μονάδες και την άλλη 4. Κατόπιν αυτού, θα πρέπει να εντοπίσουν και άλλα πολύγωνα με μέγεθος 12 μονάδες. Καθώς δεν έχουν εμπλακεί ξανά σε εύρεση πολυγώνων με συγκεκριμένο εμβαδόν, καλό είναι να επιλέξουν στο γεωπίνακα 12 μοναδιαία τετραγωνίδια και να τα διευθετήσουν με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχηματίσουν ένα πολύγωνο το οποίο θα καλύπτεται πλήρως και με τα 12. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να βοηθούν τους μαθητές να αναπτύξουν στρατηγικές εντοπισμού τέτοιων πολυγώνων. Για παράδειγμα:

- «Πόσο πρέπει να είναι το μέγεθος των πλευρών ενός ορθογωνίου, ώστε να περικλείει 12 ακριβώς τετραγωνίδια;»
- «Μπορεί ένα από τα ζητούμενα σχήματα να μην είναι ορθογώνιο;»

Δύο πιθανές περιπτώσεις δίνονται στο επόμενο σχήμα:



Τέλος, ο εκπαιδευτικός επικεντρώνει το ενδιαφέρον των μαθητών στην πλήρη και χωρίς κενά κάλυψη του σχήματος από 12 τετραγωνίδια, καθώς και στη διεξαγωγή περαιτέρω πειραμάτων με σκοπό τον εντοπισμό και άλλων ανάλογων πολυγώνων. Με τον τρόπο αυτό συνειδητοποιούν ότι υπάρχουν πολλά και διαφορετικά πολύγωνα με ίδιο εμβαδόν.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές αναζητούν πολύγωνα με ίδιο εμβαδόν και στη συνέχεια διατυπώνουν κανόνες όπως:

- Ο αριθμός εκείνος, ο οποίος εκφράζει το μέγεθος ενός σχήματος, εκφράζει το πλήθος των μονάδων μέτρησης με τις οποίες μπορεί να καλυφθεί πλήρως το σχήμα αυτό.

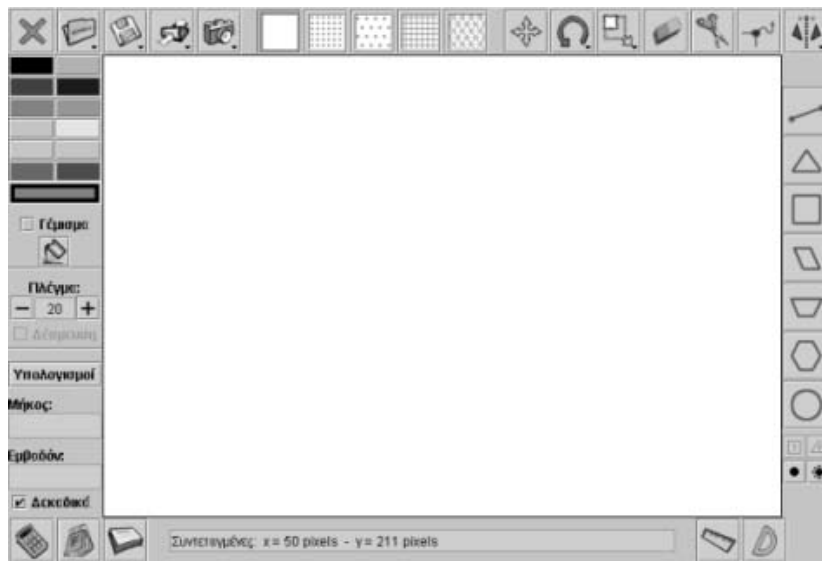
1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να σχεδιάζουν διάφορα πολύγωνα με συγκεκριμένο μέγεθος επιφάνειας, είτε με τη βοήθεια του πλέγματος είτε με την κατάλληλη τοποθέτηση 12 τετραγωνιδίων πλέγματος. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση της επιφάνειας ενός σχήματος και προσεγγίζουν βαθύτερα την έννοια της μέτρησης του εμβαδού του.

ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

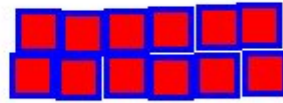
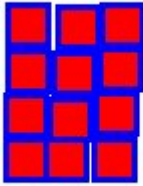
Μπορείτε να σχεδιάσετε στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, διάφορα πολύγωνα τα οποία να έχουν εμβαδόν 12 τετραγωνίδια;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Σχεδιάστε τα 12 μοναδιαία τετράγωνα μεγέθους 20. Στη συνέχεια πατήστε «Γέμισμα» και επιλέξτε τα χρώματα που θέλετε. Τέλος επιλέξτε λευκή επιφάνεια εργασίας και διευθετήστε τα 12 τετραγωνίδια με διάφορους τρόπους. Ακολουθούν δύο παραδείγματα:



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού θα πρέπει να λύσουν ένα πρόβλημα σχετικό με το εμβαδόν ενός πολυγώνου. Συγκεκριμένα, καλούνται να σχεδιάσουν ένα πολύγωνο με εμβαδόν 12 τετραγωνίδια πλέγματος, μεγέθους 20, και να υπολογίσουν το εμβαδόν του σε πλέγμα μεγέθους 30. Δύο είναι οι τρόποι που μπορούν να εργαστούν. Ο ένας είναι να σχεδιάσουν το σχήμα στο πλέγμα με μέγεθος 20, στη συνέχεια να μεταβάλλουν το μέγεθος του πλέγματος σε 30 και να προσαρμόσουν αναλόγως το σχήμα τους. Επειδή, όμως, το σχήμα αυτό δεν καλύπτεται ακριβώς από τα τετραγωνίδια του νέου πλέγματος, θα χρειαστεί να βρουν και υποδιαιρέσεις του τετραγωνιδίου. Ο άλλος τρόπος είναι να βρουν έναν κανόνα σχετικό με τον υπολογισμό του μεγέθους του σχήματος, όταν η μονάδα μέτρησης μεταβάλλεται από 20 σε 30. Η διαδικασία αυτή βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν το ρόλο που παίζει το μέγεθος μιας μονάδας μέτρησης στο αποτέλεσμα της μέτρησης του εμβαδού ενός σχήματος και να διατυπώσουν κανόνες υπολογισμού του μεγέθους, όταν η μονάδα μέτρησης μεταβάλλεται.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν τα αποτελέσματα της μέτρησης του εμβαδού ενός σχήματος με δύο διαφορετικές μονάδες.
- Να διατυπώσουν κανόνες υπολογισμού του αποτελέσματος της μέτρησης, όταν η μονάδα μέτρησης μεταβάλλεται σε διάφορα πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια της αρχικής μονάδας μέτρησης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο σχημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν ένα πολύγωνο με εμβαδόν 12 τετραγωνίδια σε πλέγμα μεγέθους 20 και στη συνέχεια να υπολογίσουν το εμβαδόν του σε πλέγμα μεγέθους 30. Τέλος να πειραματιστούν με διάφορα σχήματα, προκειμένου να διατυπώσουν κανόνες σχετικούς με τον υπολογισμό του αποτελέσματος σε πλέγμα μεγέθους 30.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, ένα ορθογώνιο με μέγεθος 12 τετραγωνίδια και προσπαθούν να υπολογίσουν το μέγεθος του με μονάδα μέτρησης ένα τετραγωνίδιο πλέγματος μεγέθους 30. Η μεταβολή στο μέγεθος στο γεωπίνακα και η προσαρμογή του σχήματος στο πλέγμα δεν φέρνει κάποιο ορατό αποτέλεσμα και έτσι οι μαθητές αναγκάζονται να κάνουν διάφορα πειράματα, προκειμένου για να καταλήξουν σε κάποιο σχετικό κανόνα. Για παράδειγμα, απενεργοποιούν την επιλογή «Δέσμευση» και προσπαθούν να τοποθετήσουν το πολύγωνο σε κατάλληλη θέση, ώστε να μπορούν να εκτιμήσουν το νέο εμβαδόν. Μία άλλη εκδοχή είναι να υπολογίσουν τα μήκη των πλευρών του, αν είναι ορθογώνιο, στο νέο πλέγμα. Μία δεύτερη λύση είναι να υπολογίσουν το εμβαδόν του τετραγωνιδίου

του πλέγματος με μέγεθος 20 –που είναι 1– στο μέγεθος 30 και με αυτό να μετρήσουν το εμβαδόν του σχήματος. Με άλλα λόγια, να μετρήσουν το μήκος της πλευράς του στο νέο μέγεθος (μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις εμπειρίες που απέκτησαν από σχετική δραστηριότητα στην ενότητα «Εξερευνώ και μαθαίνω», έχοντας υπόψη ότι το μήκος της πλευράς του τετραγωνιδίου είναι ίσο με $2/3$), να υπολογίσουν το εμβαδόν του $4/9$ και με αυτό να πολλαπλασιάσουν το εμβαδόν 12. Τέλος να εφαρμόσουν τις εμπειρίες τους από προηγούμενη δραστηριότητα («Εξερευνώ και μαθαίνω: Σύγκριση στο πλέγμα») για τη διατύπωση του ζητούμενου κανόνα.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να επικεντρώνουν την προσοχή των μαθητών στη βαθύτερη εξέταση της σχέσης μεταξύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν κατά τη σύγκριση με τα δύο μεγέθη πλέγματος. Στη συνέχεια τους επισημαίνει να εκφράσουν τη σχέση αυτή λεκτικά και αριθμητικά.

Μία ακόμη μέθοδος στρατηγική που μπορεί να διευκολύνει τους μαθητές να καταλήξουν στο σχετικό κανόνα είναι η επανάληψη της δραστηριότητας, χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά το απλούστερο πολύγωνο που είναι το τετράγωνο. Για το σκοπό αυτό ο εκπαιδευτικός θέτει το εξής ερώτημα:

«Εμφανίστε ένα έτοιμο τετράγωνο σε πλέγμα μεγέθους 30 και στη συνέχεια προσπαθήστε να μετρήσετε το εμβαδόν του σε πλέγμα μεγέθους 20. Τι παρατηρείτε για τη σχέση των δύο εμβαδών; Με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το αρχικό τετράγωνο για να βρούμε το εμβαδόν του στο νέο μέγεθος; Μπορείτε να εφαρμόσετε τον κανόνα σας και σε άλλα σχήματα;»

Οι μαθητές καλούνται να διατυπώσουν τον κανόνα με τον οποίο υπολογίζουν το πλήθος των τετραγωνιδίων του πλέγματος, μεγέθους 30, όταν αυτό καλύπτεται από 12 τετραγωνίδια μεγέθους 20. Κατόπιν αυτού αναμένεται να συνδέσουν τη μεταβολή στο εμβαδόν του πολυγώνου με το τετράγωνο του κλάσματος $2/3$. Σε αυτό θα τους βοηθήσουν τα πειράματα με τα διάφορα σχήματα που μπορούν να σχεδιάσουν στο γεωπίνακα, καθώς και οι συγκρίσεις τους με τα τετραγωνίδια που τα καλύπτουν σε μέγεθος 20 και 30.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές αναζητούν τη σχέση που συνδέει τα αποτελέσματα της μέτρησης του εμβαδού ενός πολυγώνου με δύο διαφορετικές μονάδες μέτρησης. Κατόπιν διατυπώνουν κανόνες όπως:

- Το νέο εμβαδόν ισούται με το αρχικό, αν πολλαπλασιαστεί με το τετράγωνο του κλάσματος [(αρχικό μέγεθος πλέγματος)/(νέο μέγεθος πλέγματος)].
- Όταν η μονάδα μέτρησης πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό ($3/2$, αφού $30 = 20 \times 3/2$), το αποτέλεσμα της σύγκρισης διαιρείται με το τετράγωνο του αριθμού αυτού ($12 : 9/4 = 12 \times 4/9 = 5,33\dots$).

Το τετράγωνο ενός αριθμού είναι το γινόμενο που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του αριθμού αυτού με τον εαυτό του.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να κάνουν πειράματα μέτρησης διαφόρων πολυγώνων με διάφορες μονάδες μέτρησης και να διατυπώνουν κανόνες. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μετατροπή του αποτελέσματος της μέτρησης, όταν αλλάζει η μονάδα μέτρησης.

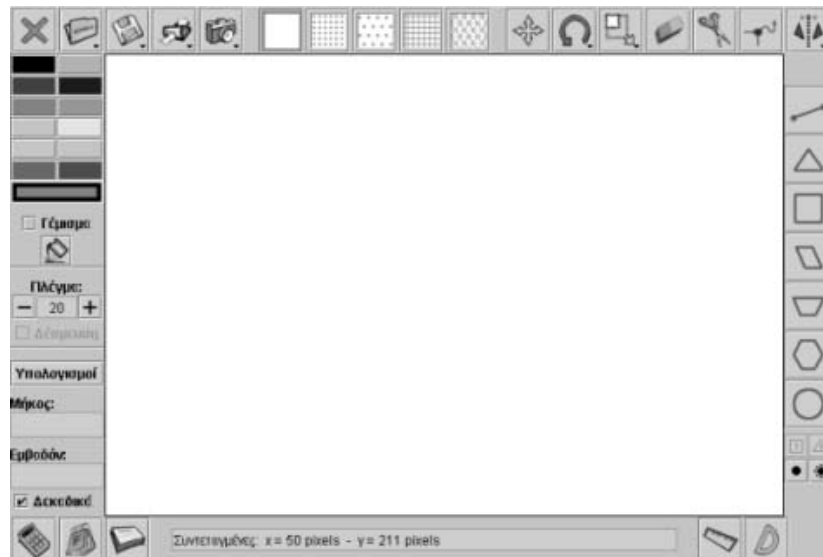
ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20 σχεδιάστε ένα πολύγωνο με εμβαδόν 12 τετραγωνίδια.

Πόσο θα είναι το εμβαδόν του σε πλέγμα μεγέθους 30;

Πόσο μεγαλύτερο είναι το σχήμα του δεύτερου πλέγματος από το πρώτο;

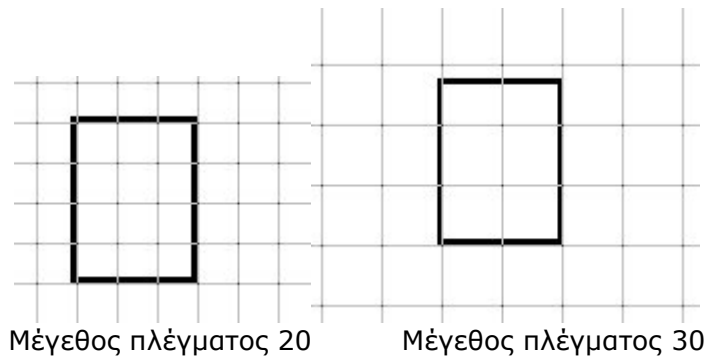


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να μεταβάλλετε το μέγεθος του πλέγματος πατώντας το «+» ή «-». Απενεργοποιήστε την ένδειξη «Δέσμευση», ώστε να μπορείτε να προσαρμόζετε το σχήμα πάνω στο πλέγμα. Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, το σχήμα δεν προσαρμόζεται ακριβώς πάνω στο πλέγμα με μέγεθος 30.



Ποια είναι η σχέση που συνδέει τις διαστάσεις ενός σχήματος, όταν αυτές μετρώνται με τετραγωνίδια που έχουν μέγεθος 20 και 30 αντίστοιχα;

Σχεδιάστε ένα έτοιμο τετράγωνο σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 30.

Πόσα τετραγωνίδια μεγέθους 30 χρειάζονται για να καλύψουν το σχήμα;
Πόσα τετραγωνίδια πλέγματος μεγέθους 20 χρειάζονται για να το καλύψουν πλήρως;
Τι σχέση έχουν τα δύο αποτελέσματα με τα μεγέθη του πλέγματος;

Είναι προφανές ότι ένα τετράγωνο, σε πλέγμα μεγέθους 30, καλύπτεται από 16 τετραγωνίδια, ενώ σε πλέγμα με μέγεθος 20 καλύπτεται από 36 τετραγωνίδια. Η σχέση που τα συνδέει είναι η εξής:

$$36/16 = (6/4) \times (6/4) = (3/2) \times (3/2)$$

Δηλαδή, αν πολλαπλασιαστεί το πλήθος 16 με τον αριθμό $9/4$, θα μας δώσει το πλήθος 36. Ισχύει το ίδιο και για πολύγωνα με εμβαδόν 12 τετραγωνικές μονάδες σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να εκτιμήσουν το άνοιγμα των γωνιών ενός τριγώνου με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία. Στη συνέχεια να καταλήξουν σε έναν κανόνα σχετικό με το άθροισμα των γωνιών του.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκτιμήσουν το άνοιγμα των γωνιών ενός τριγώνου με μονάδα την ορθή γωνία.
- Να εκτιμήσουν το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία.
- Να κάνουν πειράματα με τα μέτρα των γωνιών διαφόρων τριγώνων και καταλήξουν σε σχετικά συμπεράσματα για το άθροισμά των γωνιών τους.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά σύγκριση των γωνιών κάποιων τριγώνων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ κάποιων τριγώνων, όσο αφορά τις γωνίες τους.

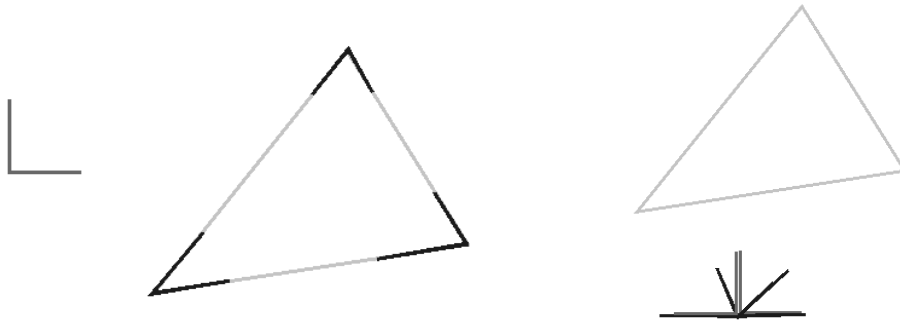
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να εκτιμήσουν το άνοιγμα των γωνιών ενός τριγώνου με μονάδα μέτρησης την ορθή γωνία και να προσπαθήσουν να ανακαλύψουν τη σχέση που έχει το άθροισμα των τριών γωνιών του.

Οι μαθητές προσπαθούν να εκτιμήσουν το άνοιγμα των γωνιών του έτοιμου τριγώνου σε σχέση με την ορθή γωνία. Έτσι, μεταφέρουν την ορθή γωνία πάνω στις γωνίες του τριγώνου και την τοποθετούν κατάλληλα, ώστε να μπορούν να εκτιμήσουν το άνοιγμά τους. Στη συνέχεια μετρούν τις γωνίες του με το μοιρογνωμόνιο και επιβεβαιώνουν την εκτίμηση που έκαναν. Εξετάζουν το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου και προσπαθούν να εντοπίσουν τη μεταξύ τους σχέση. Για το σκοπό αυτό σχεδιάζουν γωνίες πάνω στις γωνίες του τριγώνου και τις τοποθετούν κατάλληλα, όπως συμβαίνει στο παρακάτω σχήμα, ώστε να μπορούν να εκτιμήσουν το άνοιγμα του αθροίσματός τους.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, τους παροτρύνει να σχεδιάσουν νέα τρίγωνα τα οποία να έχουν είτε όλες τις γωνίες τους ίσες είτε τη μία γωνία τους ορθή ή αμβλεία, ενώ επικεντρώνει την προσοχή τους στην αναζήτηση της σχέσης μεταξύ του αθροίσματος των τριών γωνιών και της ορθής γωνίας (άθροισμα 2 ορθές ή 180°).



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

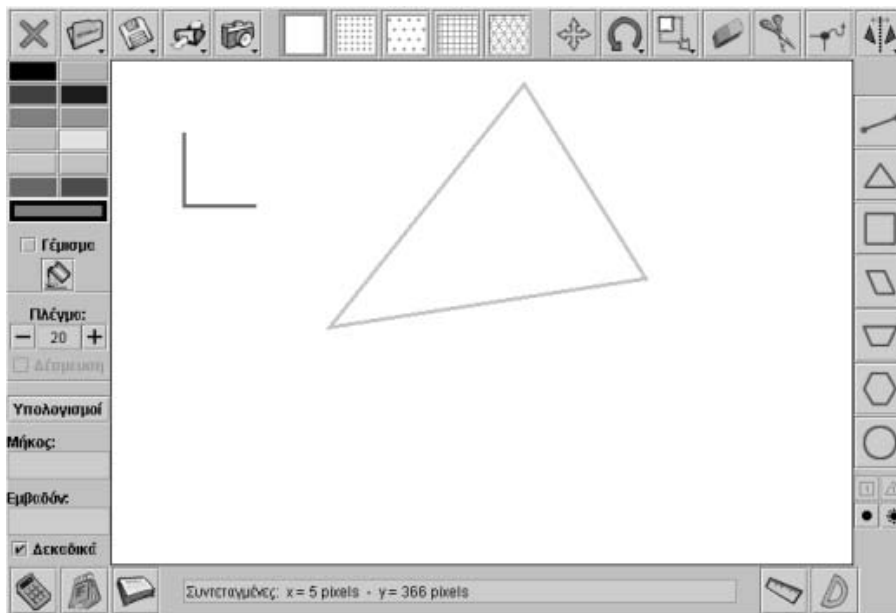
Στη διερεύνηση οι μαθητές έρχονται σε επαφή με μία σημαντική ιδιότητα των τριγώνων: ότι το άθροισμα των τριών γωνιών κάθε τριγώνου ισούται με δύο ορθές γωνίες.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να εκτιμήσετε πόσο είναι το άνοιγμα κάθε γωνίας του τριγώνου που έχει σχεδιαστεί στην επιφάνεια του γεωπίνακα, σε σχέση με την ορθή γωνία;

Μπορείτε να βρείτε το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου;

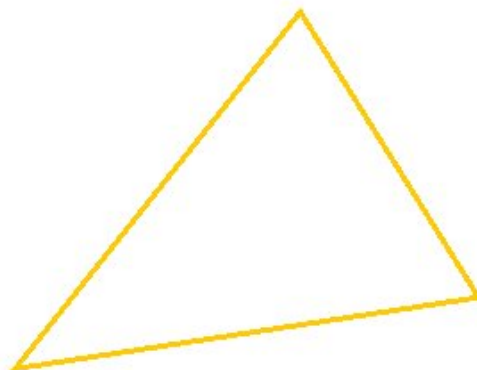
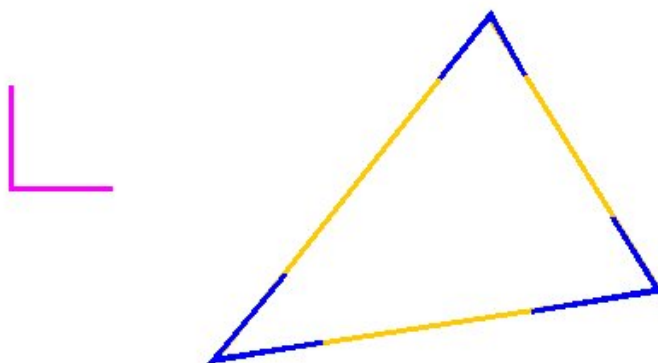


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μεταφέρετε την ορθή γωνία και τοποθετήστε τη πάνω σε κάθε γωνία του τριγώνου. Σε πόσα μέρη της ορθής αντιστοιχεί κάθε γωνία; Ποια είναι αμβλεία; Υπάρχουν ορθές γωνίες στο τρίγωνο; Υπάρχουν οξείες;

Προσθέστε τις τρεις γωνίες του τριγώνου, σύμφωνα με τις παρακάτω εικόνες. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;



Σχεδιάστε διάφορα τρίγωνα και μετρήστε τις γωνίες τους. Ανοίξτε το «Notepad», από το γεωπίνακα, και καταγράψτε τα αποτελέσματα. Προσπαθήστε να καταλήξετε σε συμπεράσματα, αφού πρώτα διεξάγετε πειράματα με διάφορα τρίγωνα.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν δύο ευθύγραμμα τμήματα, ώστε το ένα να αποτελεί τα $\frac{3}{5}$ ή τα $\frac{7}{3}$ του άλλου. Με τον τρόπο αυτό χρησιμοποιούν το ένα ευθύγραμμο τμήμα ως μονάδα μέτρησης του άλλου. Στην πρώτη περίπτωση θα πάρουν ευθύγραμμο τμήμα μικρότερο του αρχικού, ενώ στη δεύτερη το τμήμα, που θα προκύψει, θα είναι μεγαλύτερο του αρχικού. Οι μαθητές αναμένεται να εντοπίσουν πολλά ζεύγη ευθύγραμμων τμημάτων με τις ζητούμενες σχέσεις, γεγονός που θα τους βοηθήσει να κατανοήσουν το ρόλο που παίζει η μονάδα μέτρησης στο αποτέλεσμα της μέτρησης.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατασκευάσουν ένα ευθύγραμμο τμήμα από ένα αρχικό, σύμφωνα με μία σχέση.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη υποδιαίρεσης ενός από τα δύο ευθύγραμμο τμήματα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο ευθύγραμμων τμημάτων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.


Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να δημιουργήσουν ένα ευθύγραμμο τμήμα που να ισούται με τα $\frac{3}{5}$ του αρχικού και στη δεύτερη ένα ευθύγραμμο τμήμα που να ισούται με τα $\frac{7}{3}$ του αρχικού.

Φάση 1: Οι μαθητές μπορούν να εργαστούν με διάφορους τρόπους για το σχηματισμό του ζητούμενου ευθύγραμμου τμήματος. Ένας από αυτούς είναι να σχεδιάσουν στο γεωπίνακα ένα ευθύγραμμο τμήμα και δημιουργήσουν οκτώ αντίγραφα του. Στη συνέχεια, με τα αντίγραφα αυτά να δημιουργήσουν δύο ευθύγραμμο τμήματα, εκ των οποίων το ένα να αποτελεί τα $\frac{3}{5}$ του άλλου.



τα $\frac{3}{5}$ του μεγάλου

Φάση 2: Οι μαθητές σχεδιάζουν δύο ευθύγραμμο τμήματα, ώστε το ένα να αντιστοιχεί στα $\frac{7}{3}$ του άλλου. Η εμπειρία που απέκομισαν από την πρώτη φάση τους επιτρέπει να εργαστούν χωρίς δυσκολίες. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές του να βρουν και άλλους τρόπους δημιουργίας των δύο σχημάτων.



τα $\frac{7}{3}$ του μικρού

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές σχεδιάζουν δύο ευθύγραμμα τμήματα, σύμφωνα με μία σχέση (το ένα να αποτελεί τα $\frac{3}{5}$ ή τα $\frac{7}{3}$ του άλλου). Η δραστηριότητα αυτή τους επιτρέπει να κατανοήσουν το γεγονός ότι όταν πολλαπλασιάζουν ένα ευθύγραμμο τμήμα με έναν αριθμό μικρότερο της μονάδας, το ευθύγραμμο τμήμα, που προκύπτει, είναι μικρότερο του αρχικού, ενώ όταν το πολλαπλασιάζουν με έναν αριθμό μεγαλύτερο της μονάδας, το ευθύγραμμο τμήμα θα είναι μεγαλύτερο του αρχικού. Με άλλα λόγια, έρχονται σε επαφή με μία διαφορετική κατάσταση της μέτρησης –ως λόγο της σύγκρισης δύο ευθύγραμμων τμημάτων– καθώς και με τη χρήση του κλάσματος ως έκφραση του λόγου δύο ευθυγράμμων τμημάτων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να σχεδιάζουν διάφορα ευθύγραμμο τμήματα και να επιχειρούν συγκρίσεις αυτών, θεωρώντας το ένα ως μονάδα μέτρησης του άλλου. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση ευθύγραμμων τμημάτων και γενικότερα με τη σύγκριση ομοειδών ποσών.

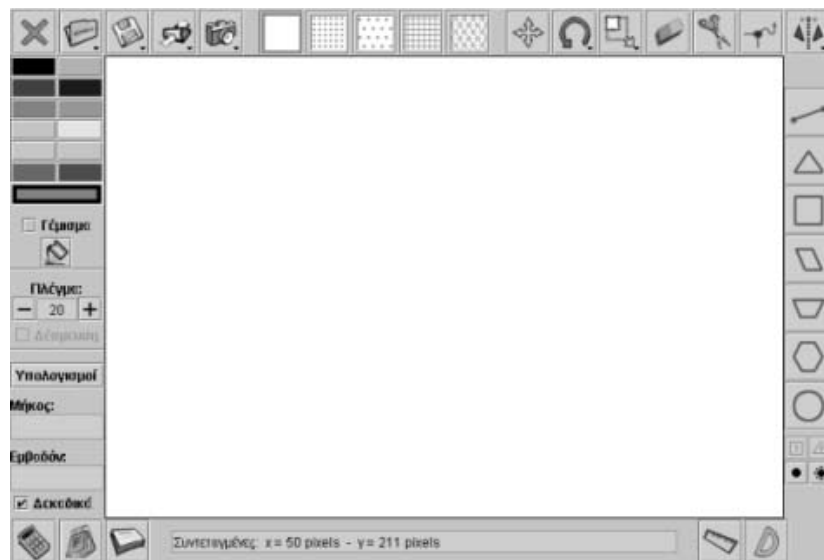
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να σχεδιάσετε στο γεωπίνακα δύο ευθύγραμμα τμήματα ώστε:

Το ένα να αντιστοιχεί στα $\frac{3}{5}$ του άλλου;

Το ένα να αντιστοιχεί στα $\frac{7}{3}$ του άλλου;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα επιλέξτε το εικονίδιο με το ευθύγραμμο τμήμα, κάνετε αριστερό κλικ με το ποντίκι σας σε ένα σημείο και σύρετε το ποντίκι έως ότου σχηματιστεί το ευθύγραμμο τμήμα στο μέγεθος που θέλετε. Τέλος πατήστε το δεξί πλήκτρο του ποντικιού σας.

Το ένα να αντιστοιχεί στα $3/5$ του άλλου

Όσον αφορά το πρώτο ερώτημα, σχεδιάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα και κατόπιν δημιουργήστε οκτώ αντίγραφα του. Με τα αντίγραφα αυτά δημιουργήστε δύο ευθύγραμμα τμήματα, όπου το ένα να αντιστοιχεί στα $3/5$ του άλλου.

Το ένα να αντιστοιχεί στα $7/3$ του άλλου

Πόσα αντίγραφα ενός ευθύγραμμου τμήματος θα πρέπει να δημιουργήσετε, προκειμένου να σχεδιάσετε δύο ευθύγραμμα τμήματα, όπου το ένα να αντιστοιχεί στα $7/3$ του άλλου;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού σχεδιάζουν δύο ευθύγραμμα τμήματα, καθένα από τα οποία έχει μήκος 5 μονάδες πλέγματος, μεγέθους 20 και 40 αντίστοιχα, και αναζητούν τη σχέση που τα συνδέει. Καλούνται, δηλαδή, να συγκρίνουν δύο ευθύγραμμα τμήματα, υπολογισμένα με διαφορετικές μονάδες μέτρησης. Το γεγονός αυτό τους οδηγεί στην αναζήτηση της σχέσης που έχουν οι δύο μονάδες.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν ευθύγραμμα τμήματα, όταν αυτά είναι υπολογισμένα με διαφορετικές μονάδες μέτρησης.
- Να εκφράσουν τη σχέση δύο ευθύγραμμων τμημάτων, με ίδιο μήκος, υπολογισμένο όμως με διαφορετικές μονάδες μέτρησης, ως σχέση μεταξύ των μονάδων μέτρησης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» κατά τη σύγκριση δύο ευθύγραμμων τμημάτων.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τις «ομοιότητες – διαφορές» μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων, τα οποία έχουν ίδιο μήκος, υπολογισμένο με διαφορετικές μονάδες μέτρησης.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν δύο ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία έχουν ίδιο μήκος, υπολογισμένο με διαφορετικές μονάδες μέτρησης, και να εκφράσουν τη μεταξύ τους σχέση, ως σχέση μεταξύ των μονάδων.

Αρχικά οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα, σε πλέγμα μεγέθους 20, ένα ευθύγραμμο τμήμα με μήκος 5 μονάδες. Κατόπιν σχεδιάζουν ένα δεύτερο ευθύγραμμο τμήμα, με μήκος επίσης 5 μονάδες, αλλά σε πλέγμα με διπλάσιο μέγεθος από το πρώτο (40). Με τη βοήθεια των εργαλείων του λογισμικού μπορούν να συγκρίνουν τα δύο αυτά ευθύγραμμα τμήματα, έχοντας, όμως, κοινή μονάδα μέτρησης. Ως μονάδα μπορούν να επιλέξουν αυτή του πλέγματος 10 και να εξετάσουν τη σχέση μεταξύ των δύο τμημάτων, την οποία και θα συνδέσουν με τη σχέση των μεγεθών του πλέγματος. Μπορούν ακόμη να δημιουργήσουν αντίγραφα του μικρότερου τμήματος και με αυτά να προσπαθήσουν να καλύψουν το μεγάλο. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να κατευθύνουν τους μαθητές στην ανάπτυξη στρατηγικών σύγκρισης και στην εξέταση της σχέσης που έχουν τα αποτελέσματά της.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές αναζητούν τη σχέση που έχουν τα μεγέθη δύο ευθύγραμμων τμημάτων με ίδιο μήκος, υπολογισμένο, όμως, με διαφορετικές μονάδες, των οποίων η σχέση είναι ήδη γνωστή.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

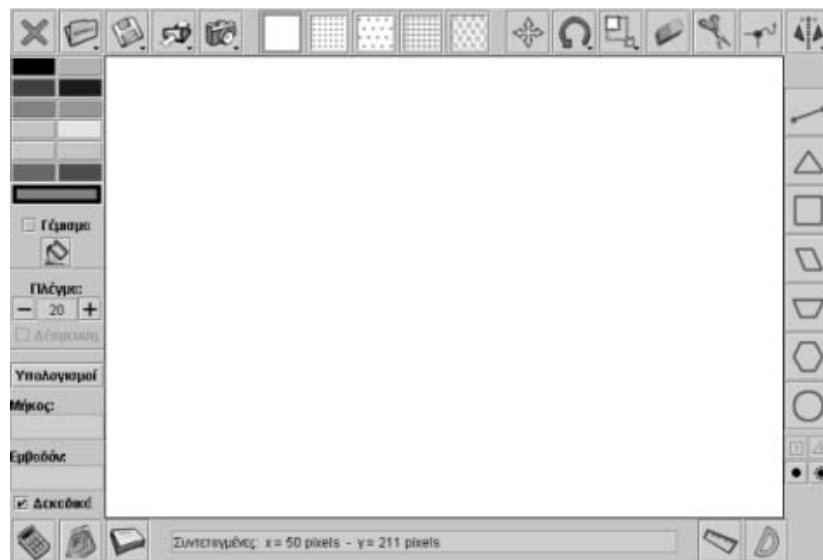
Οι μαθητές μπορούν εύκολα στο γεωπίνακα να σχεδιάζουν διάφορα ευθύγραμμα τμήματα με μήκη μετρημένα με διαφορετικές μονάδες και να επιχειρούν συγκρίσεις αυτών. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση ευθύγραμμων τμημάτων και γενικότερα με τη σύγκριση ομοειδών ποσών.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Σχεδιάστε στο γεωπίνακα ένα ευθύγραμμο τμήμα ίσο με 5 μονάδες πλέγματος μεγέθους 20. Κατόπιν σχεδιάστε ένα δεύτερο ευθύγραμμο τμήμα ίσο με 5 μονάδες πλέγματος μεγέθους 40.

Πόσο μεγαλύτερο είναι το ένα ευθύγραμμο τμήμα από το άλλο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να αλλάξετε το μέγεθος του πλέγματος επιλέξτε «+» ή «-». Για να μετακινείτε εύκολα τα ευθύγραμμα τμήματα με το εργαλείο «Μετακίνηση των σχημάτων», απενεργοποιήστε την εντολή «Δέσμευση». Όπως εύκολα θα διαπιστώσετε, το ένα ευθύγραμμο τμήμα είναι διπλάσιο του άλλου.

Ωστόσο μπορείτε να εφαρμόσετε και ένα δεύτερο τρόπο: Να υπολογίστε με κανόνα το μήκος του δεύτερου ευθύγραμμου τμήματος, χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης τη μονάδα με την οποία μετρήθηκε το μήκος του πρώτου, και στη συνέχεια να ελέγξετε το αποτέλεσμα, κάνοντας σύγκριση των δύο ευθυγράμμων τμημάτων.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΙΑ ΖΩΑ ΦΤΑΝΟΥΝ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να κάνουν πειράματα με την ταχύτητα των ζώων και να εντοπίσουν ποια από αυτά διανύουν τη διαδρομή σε ίσους χρόνους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να συγκρίνουν τη διάρκεια ενός φαινομένου με μονάδα μέτρησης τη χρονική διάρκεια ενός άλλου φαινομένου.
- Να αναγνωρίσουν ένα «σύστημα» κατά τον υπολογισμό της διάρκειας κάποιων φαινομένων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να συγκρίνουν τη χρονική διάρκεια της διαδρομής των ζώων σύμφωνα με τις διάφορες επιλογές και τους συνδυασμούς των ταχυτήτων: «Κανονικά», «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα» ή «Πολύ γρήγορα».

Οι μαθητές τοποθετούν στην πρώτη διαδρομή το λύκο και στη δεύτερη την αρκούδα. Επιλέγουν για την αρκούδα να κινείται «Πολύ αργά» και για το λύκο «Αργά» και εξετάζουν αν φτάνουν ταυτόχρονα στο τέλος. Συνεχίζουν τα πειράματα και με τα υπόλοιπα ζώα, τροποποιώντας την ταχύτητα κίνησης κάθε ζώου. Κατόπιν συζητούν μέσα στην τάξη σχετικά με την ισότητα της χρονικής διάρκειας για τα ζώα που τερματίζουν ταυτόχρονα. Τέλος, σχολιάζουν το νόημα των φράσεων: *πολύ αργά*, *αργά*, *γρήγορα* και *πολύ γρήγορα*, καθώς και τι μπορεί αυτό να σημαίνει για το χρόνο διαδρομής κάθε ζώου, όταν αυτά φτάνουν ταυτόχρονα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές εμπλέκονται με την έννοια του ταυτόχρονου ή, αλλιώς, της ίσης χρονικής διάρκειας.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

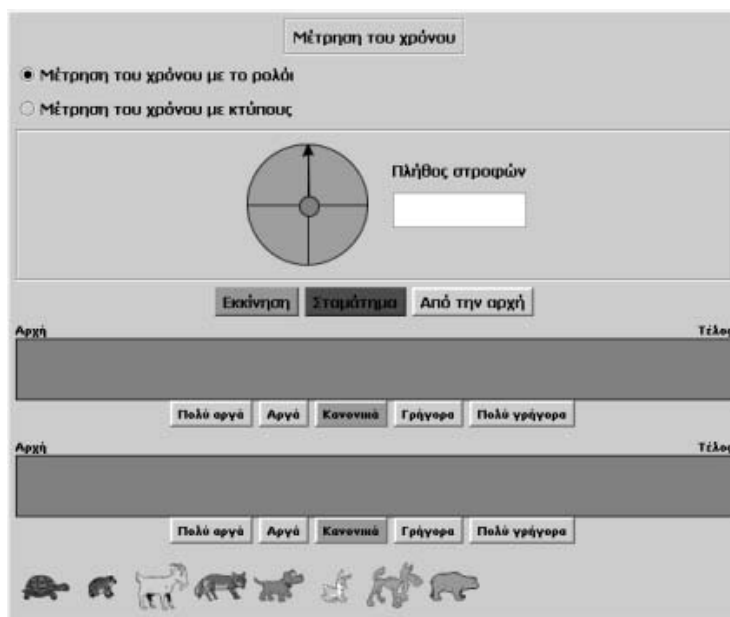
Οι μαθητές μπορούν εύκολα να πειραματίζονται με τη χρονική διάρκεια των διαδρομών διαφόρων ζώων, τοποθετώντας τα στους διαδρόμους και επιλέγοντας ταχύτητες κίνησης που χαρακτηρίζονται από τις έννοιες: *κανονικά*, *πολύ αργά*, *αργά*, *γρήγορα* και *πολύ γρήγορα*. Έτσι αποκτούν πλούσιες εμπειρίες σχετικά με τη μέτρηση της χρονικής διάρκειας διαφόρων φαινομένων.

ΠΟΙΑ ΖΩΑ ΦΤΑΝΟΥΝ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να βρείτε ποια ζώα μπορούν να ξεκινήσουν και να φτάσουν ταυτόχρονα στο τέλος της διαδρομής;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΙΑ ΖΩΑ ΦΤΑΝΟΥΝ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Κάντε πειράματα με τα οκτώ ζώα. Επιλέξτε δύο από αυτά, τα οποία να τρέχουν το ένα «Γρήγορα» και το άλλο «Πολύ αργά». Τι παρατηρείτε; Φτάνουν ταυτόχρονα;

Επιλέξτε για κάθε ζώο μία από τις επιλογές: «Πολύ αργά», «Αργά», «Γρήγορα», «Πολύ γρήγορα» και κάντε δοκιμές και πειράματα.

Επιλέξτε η αρκούδα να κινείται «Πολύ αργά» και ο λύκος «Αργά».

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΑ ΡΕΣΤΑ ΠΗΡΕ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού των νομισμάτων εκείνων, με τα οποία θα μετρήσουν τα ρέστα από μία αγορά του κυρίου Γιάννη. Καλούνται, λοιπόν, να εκφράσουν τη διαφορά 50 - 34,40 σε: εικοσάλεπτα, δεκάλεπτα, πενήντάλεπτα και ευρώ. Με άλλα λόγια, να χρησιμοποιήσουν υποδιαιρέσεις μιας μονάδας μέτρησης για να εκφράσουν μία ποσότητα νομισμάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετρήσουν ένα χρηματικό ποσό με τη βοήθεια διαφόρων υποδιαιρέσεων του ευρώ.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο - σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά την καταμέτρηση των νομισμάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει, με τη βοήθεια του προγράμματος «Μαθαίνω το ευρώ», να αλλάξουν το ποσό των 15,60 ευρώ σε μικρότερα νομίσματα.

Οι μαθητές πειραματίζονται στο λογισμικό «Μαθαίνω το ευρώ», προκειμένου να εντοπίσουν με πόσα νομίσματα από κάθε είδος: των 10 λεπτών, των 20 λεπτών, των 50 λεπτών και του 1 ευρώ ισοδυναμούν τα 15,60 ευρώ. Η συμβολική αναπαράσταση που εμφανίζεται στο πρόγραμμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των νομισμάτων με την εφαρμογή φυσικών και δεκαδικών αριθμών για την έκφραση του αποτελέσματος.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές χρησιμοποιούν εκφράσεις συμμιγών και δεκαδικών αριθμών, προκειμένου να εκφράσουν με μικρότερα νομίσματα το αποτέλεσμα μιας μέτρησης.

ΠΟΣΑ ΡΕΣΤΑ ΠΗΡΕ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

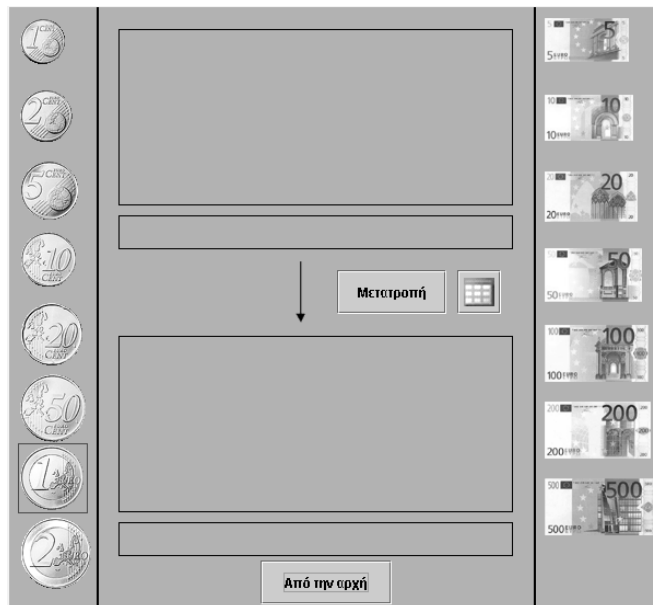
Ο κύριος Γιάννης αγόρασε ένα παντελόνι που έκανε 34,40 ευρώ. Επειδή, όμως, δεν είχε ακριβώς το ποσό, έδωσε στον καταστηματάρχη 50 ευρώ και πήρε κάποια ρέστα.

Πόσα είναι τα ρέστα του σε εικοσάλεπτα;

Πόσα είναι τα ρέστα του σε δεκάλεπτα;

Πόσα είναι τα ρέστα του σε πενηντάλεπτα;

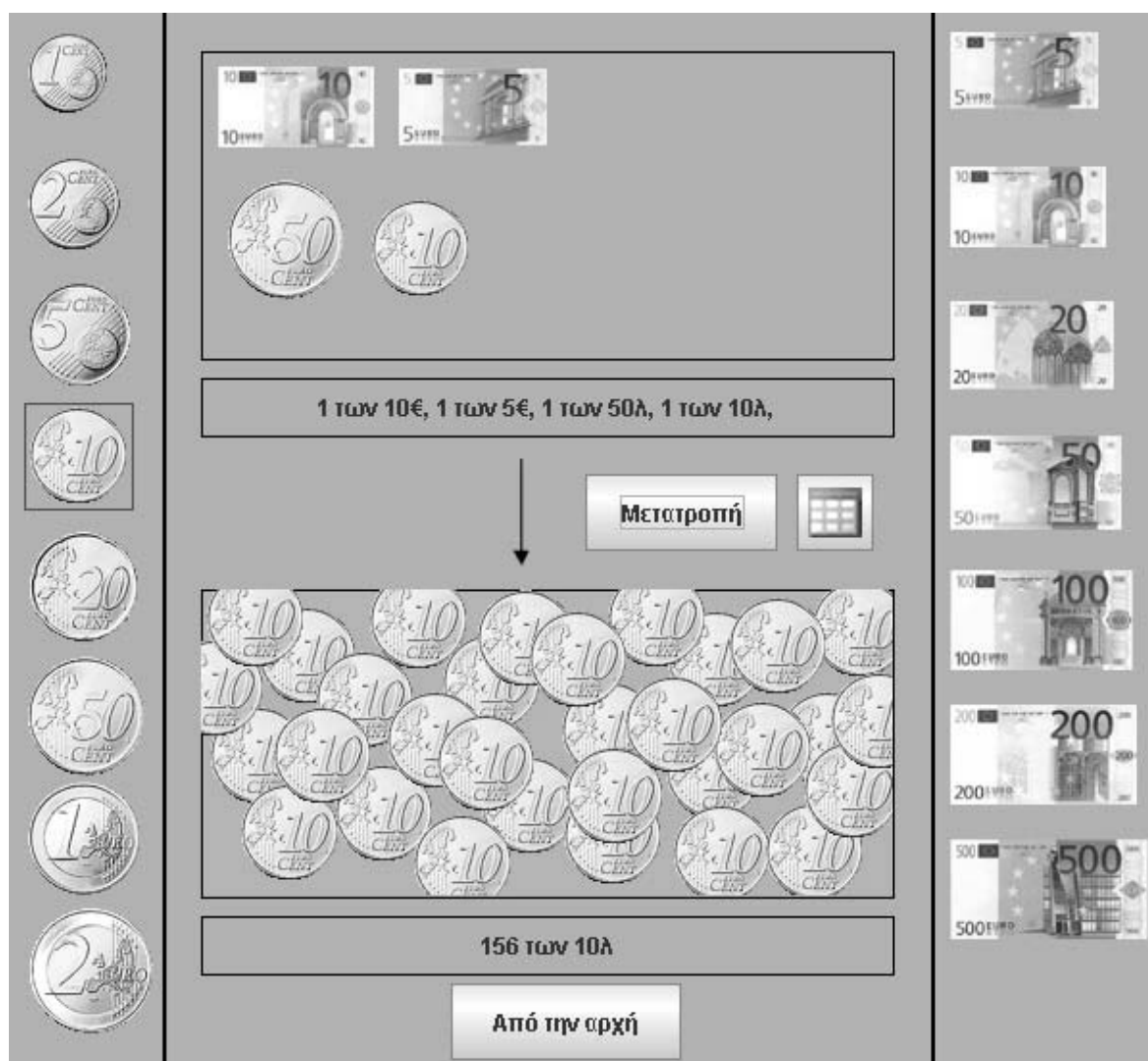
Πόσα είναι τα ρέστα του σε ευρώ;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΣΑ ΡΕΣΤΑ ΠΗΡΕ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μεταφέρετε τα νομίσματα που θέλετε να χαλάσετε στην πρώτη περιοχή του λογισμικού «Μαθαίνω το ευρώ». Στη συνέχεια με την εντολή «Μετατροπή» επιλέξτε το νόμισμα στο οποίο θέλετε να τα χαλάσετε. Τα ρέστα που θα πάρει ο κύριος Γιάννης αντιστοιχούν στη διαφορά: $50 - 34,40 = 15,60$. Αυτό σημαίνει ότι θα πάρει ρέστα 15 ευρώ και 60 λεπτά. Η παρακάτω εικόνα δείχνει τη μετατροπή τους σε δεκάλεπτα.



Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα για να κάνετε τις μετατροπές που ζητά το πρόβλημα. Κατόπιν εκφράστε το αποτέλεσμα με φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να υπολογίσουν το άθροισμα δύο συμμιγών αριθμών, με τους οποίους εκφράζονται δύο ποσότητες. Θα πρέπει, λοιπόν, να προσθέσουν 123 ευρώ και 48 λεπτά με 56 ευρώ και 79 λεπτά. Με τον τρόπο αυτό έρχονται σε επαφή με την αριθμητική έκφραση δύο συμμιγών αριθμών, καθώς και του αθροίσματός τους. Εμπλέκονται δηλαδή στην πρόσθεση συμμιγών αριθμών.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να προσθέσουν συμμιγείς αριθμούς και να εκφράσουν το αποτέλεσμα τους τόσο ως φυσικό, ή δεκαδικό, αριθμό όσο και ως συμμιγή.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση συμμιγών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει με τη βοήθεια του προγράμματος «Μαθαίνω το ευρώ» να προσθέσουν δύο ποσότητες νομισμάτων, οι οποίες εκφράζονται ως συμμιγείς αριθμοί.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον υπολογισμό του αθροίσματος των δύο αριθμών: 123 ευρώ και 48 λεπτά με 56 ευρώ και 79 λεπτά, στο λογισμικό «Μαθαίνω το ευρώ». Το πρόγραμμα έχει τη δυνατότητα να μετατρέψει το άθροισμα των χρημάτων σε ευρώ, κάτι που θα τους βοηθήσει να απαντήσουν στο ερώτημα.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να υπολογίσουν πόσα ευρώ είναι το άθροισμα πρώτα με το νου τους και στη συνέχεια να επιβεβαιώσουν το αποτέλεσμα στο πρόγραμμα. Έτσι, προσθέτοντας τα λεπτά, αναγκάζονται να μετατρέψουν το αποτέλεσμα σε μία μεγαλύτερη μονάδα, την οποία στη συνέχεια θα προσθέσουν στις άλλες ομοειδής μονάδες. Η συμβολική αναπαράσταση που εμφανίζεται στο πρόγραμμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των νομισμάτων με τη χρήση φυσικών και δεκαδικών αριθμών για την έκφραση του αποτελέσματος. Στο σημείο αυτό ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν:

- Φυσικούς αριθμούς για να εκφράσουν το άθροισμα των δύο ποσοτήτων, οπότε θα πρέπει να τα μετατρέψουν στο ανάλογο νόμισμα (18027 λεπτά).
- Δεκαδικούς αριθμούς, οπότε θα πρέπει να τα μετατρέψουν σε κάποιο νόμισμα ή χαρτονόμισμα μεγαλύτερης αξίας (180,27 ευρώ ή 18,27 νομίσματα των 10 ευρώ κτλ.).
- Συμμιγείς αριθμούς, οπότε θα πρέπει να εκφράσουν κάθε νόμισμα ή χαρτονόμισμα ξεχωριστά, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα: 1 των 100 ευρώ, 1 των 50 ευρώ, 1 των 20 ευρώ, 1 των 5 ευρώ, 1 των 2 ευρώ, 2 του 1 ευρώ, 1 των 50 λεπτών, 3 των 20 λεπτών, 2 των 5 λεπτών, 3 των 2 λεπτών και 1 του λεπτού.

1 λ	2 λ	5 λ	10 λ	20 λ	50 λ	1 €	2 €	5 €	10 €	20 €	50 €	100 €	200 €	500 €
1	3	2		3	1	2	1	1		1	1	1		

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές χρησιμοποιούν εκφράσεις συμμιγών αριθμών για να προσθέσουν δύο αριθμούς και να εκφράσουν το αποτέλεσμα τους με συμμιγείς, φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Μαθαίνω το ευρώ», δημιουργώντας αναπαραστάσεις συμμιγών αριθμών και προσθέτοντάς τους.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν και άλλα πειράματα προσθέτοντας διάφορες ποσότητες νομισμάτων. Εκτός αυτού, θα πρέπει να εμπλακούν με συμμιγείς αριθμούς που εκφράζουν και άλλες ποσότητες, οι οποίες μετρώνται με μονάδες των οποίων οι υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια δεν εκφράζονται άμεσα στο δεκαδικό σύστημα. Για παράδειγμα, η μέτρηση του χρόνου ή ο υπολογισμός μιας γωνίας.

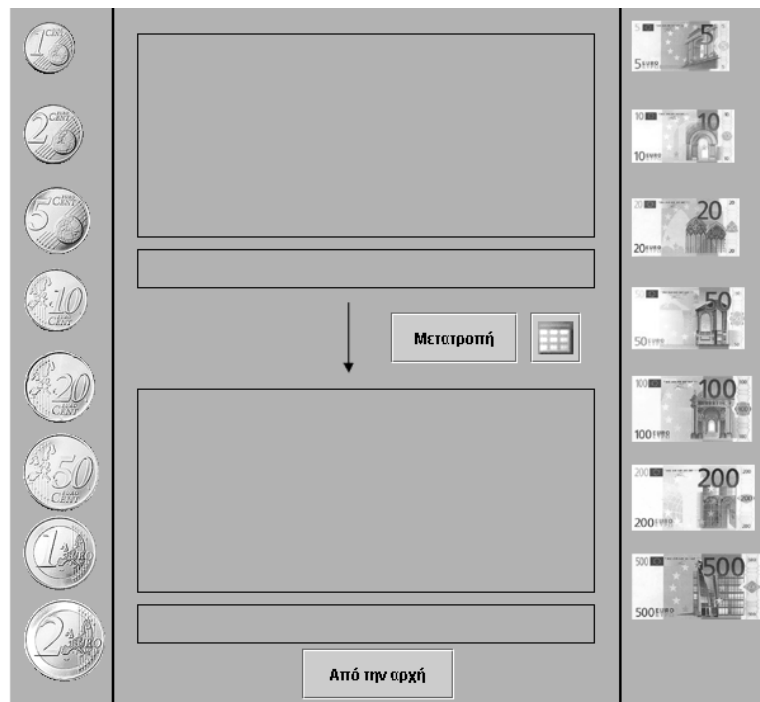
ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Παιδιά, ο Γιαννάκης είναι πολύ χαρούμενος, γιατί έχει τα γενεθλιά του. Από τον μπαμπά του πρόκειται να λάβει ως δώρο ένα ποδήλατο που κοστίζει 123 ευρώ και 48 λεπτά και από τη μαμά του μια ωραία τσάντα που κοστίζει 56 ευρώ και 79 λεπτά. Όμως έχει ένα πρόβλημα. Του ζήτησε ο μπαμπάς του να υπολογίσει αν φτάνει ένα χαρτονόμισμα των 200 ευρώ για να πληρώσει τα δώρα του στο ταμείο του καταστήματος.

Μπορείτε εσείς να τον βοηθήσετε να διαπιστώσει αν φτάνει ένα χαρτονόμισμα των 200 ευρώ για να αγοράσει και τα δύο δώρα και, αν ναι, πόσα ρέστα θα πάρει;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

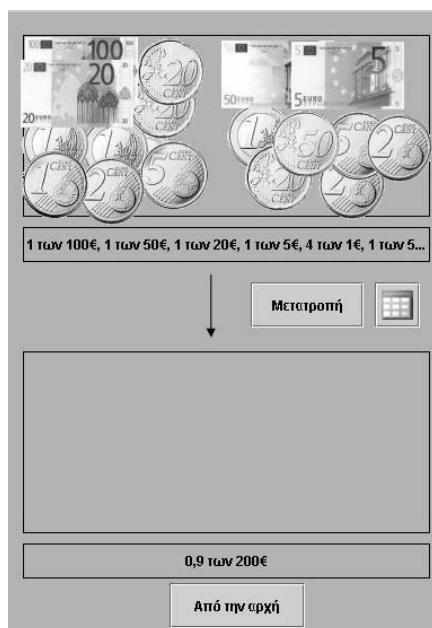
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Κάθε φορά που χρησιμοποιούμε φυσικούς αριθμούς, οι οποίοι εκφράζουν μονάδες και υποδιαιρέσεις μονάδων, για να μετρήσουμε μια ποσότητα, λέμε ότι χρησιμοποιούμε συμμιγείς αριθμούς.

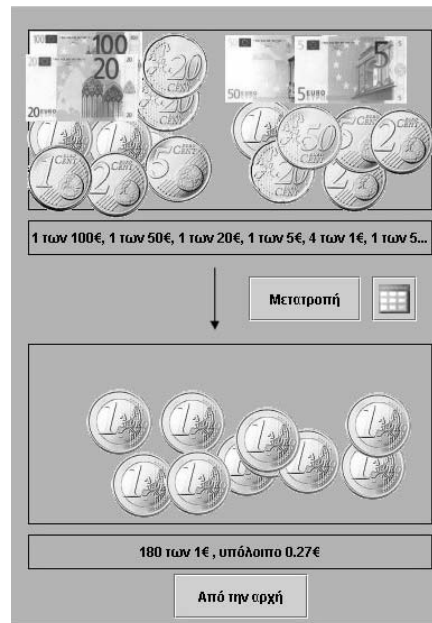
Παραδείγματα:

- Ένα βιβλίο κάνει 12 ευρώ και 50 λεπτά.
- Το εισιτήριο για το θέατρο κάνει 8 ευρώ και 40 λεπτά.
- Η διαδρομή Αθήνα – Πάτρα διήρκεσε 2 ώρες και 15 λεπτά.

Οι παραπάνω αριθμοί λέγονται συμμιγείς. Τους συμμιγείς αριθμούς μπορούμε να τους εκφράσουμε και ως δεκαδικούς. Για παράδειγμα, ο συμμιγής αριθμός 12 ευρώ και 45 λεπτά είναι ίσος με 12,45 ευρώ. Στο πρόγραμμα «Μαθαίνω το ευρώ» τοποθετήστε τα χρήματα που στοιχίζει το ποδήλατο και η τσάντα. Επιλέξτε την εντολή «Μετατροπή» για να ελέγξετε αν φτάνει ένα χαρτονόμισμα των 200 ευρώ. Οι διπλανές εικόνες δείχνουν πώς με το πρόγραμμα «Μαθαίνω το ευρώ» μπορούμε να βάλουμε μαζί τα χρήματα που κοστίζουν και τα δύο δώρα και τι θα συμβεί αν τα μετατρέψουμε σε χαρτονομίσματα των 200 ευρώ.



Σύμφωνα με το πρόγραμμα, το σύνολο των χρημάτων είναι ίσο με το 0,9 του χαρτονομίσματος των 200 ευρώ. Αυτό σημαίνει ότι οι γονείς του Γιαννάκη θα πληρώσουν περίπου 0,9 των 200 ευρώ. Άρα, λιγότερα από 200 ευρώ. Θα δώσουν, λοιπόν, στο ταμείο ένα χαρτονόμισμα των 200 ευρώ και θα πάρουν και ρέστα. Για να βρούμε τι ρέστα θα πάρουν, θα πρέπει πρώτα να ξέρουμε το ακριβές ποσό σε ευρώ. Αυτό θα το μάθουμε προσθέτοντας τα χρήματα των δύο δώρων και μετατρέποντας το άθροισμά τους σε ευρώ. Η διπλανή εικόνα δείχνει το άθροισμα σε ευρώ. Τελικά, οι γονείς του Γιαννάκη θα πληρώσουν 180 ευρώ και 27 λεπτά.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ – ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΤΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού των αριθμών εκείνων που μπορούν να διαταχθούν σε δυάδες. Το λογισμικό «Περιδέрайο» τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματιστούν στο σχεδιασμό ενός περιδέрайου, το οποίο να αποτελείται από χάντρες δύο χρωμάτων που θα εμφανίζονται το ένα μετά το άλλο (εναλλάξ). Έτσι, λοιπόν, θα πρέπει να επιλέξουν έναν άρτιο αριθμό, μικρότερο ή ίσο με το 78, που θα αντιστοιχεί στο πλήθος των χαντρών που επιθυμούν να έχει το περιδέрайο και στη συνέχεια να μαντέψουν το χρώμα της τελευταίας χάντρας, ούτως ώστε το περιδέрайο να κλείσει με το δεύτερο από τα δύο χρώματα. Αν μαντέψουν σωστά, το περιδέрайο σχηματίζεται και κλείνει. Ειδάλλως, θα εμφανιστεί ένα μήνυμα που θα τους καλεί να προσπαθήσουν ξανά.

Αυτή η διαδικασία επιτρέπει στους μαθητές να εντοπίσουν τους κατάλληλους αριθμούς και να παρατηρήσουν τα χαρακτηριστικά τους. Οι αριθμοί αυτοί δεν είναι άλλοι από τους άρτιους, καθώς είναι οι μόνοι που μπορούν να χωριστούν σε ζεύγη. Το κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι το τελευταίο ψηφίο τους είναι: 0, 2, 4, 6 ή 8.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μάθουν πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 2.
- Να κατανοήσουν ότι οι αριθμοί που διαιρούνται με το 2 τελειώνουν σε: 0, 2, 4, 6 ή 8.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» και τη σχέση «σύστημα», καθώς και οι δύο εμπλέκονται στα χαρακτηριστικά των άρτιων αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πειραματιστούν με το πλήθος των θέσεων στο περιδέрайο και να μαντέψουν το χρώμα της τελευταίας χάντρας.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στο πλήθος των θέσεων που πρέπει να έχει ένα περιδέрайο, το οποίο τελειώνει με το δεύτερο χρώμα, έχοντας την επιλογή δύο μόνο χρωμάτων, ενώ δεν πρέπει και να υπάρχουν διαδοχικές χάντρες με το ίδιο χρώμα. Στη συνέχεια καταγράφουν τους αριθμούς που κάθε φορά ανακαλύπτουν ότι είναι κατάλληλοι και παρατηρούν τα κοινά τους χαρακτηριστικά. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, ανανεώνει τη διερεύνηση θέτοντας προς έρευνα και άλλους αριθμούς και εστιάζοντας την προσοχή των μαθητών στα ψηφία των αριθμών. Οι μαθητές θα πρέπει να εντοπίσουν τα εξής χαρακτηριστικά των αριθμών:

- Όλοι οι αριθμοί που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σχεδιασμό του περιδέрайου, ώστε να αποτελείται από χάντρες δύο χρωμάτων, τα οποία εμφανίζονται το ένα μετά το άλλο (εναλλάξ), είναι άρτιοι αριθμοί, δηλαδή

δίνουν υπόλοιπο 0 όταν διαιρούνται με το 2, καθώς και το τελευταίο τους ψηφίο τελειώνει σε: 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8.

Τέλος διατυπώνουν κανόνες όπως:

- Οι αριθμοί που διαιρούνται με το 2 τελειώνουν σε: 0, 2, 4, 6 ή 8.
- Άρτιοι είναι οι αριθμοί που διαιρούνται με το 2.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

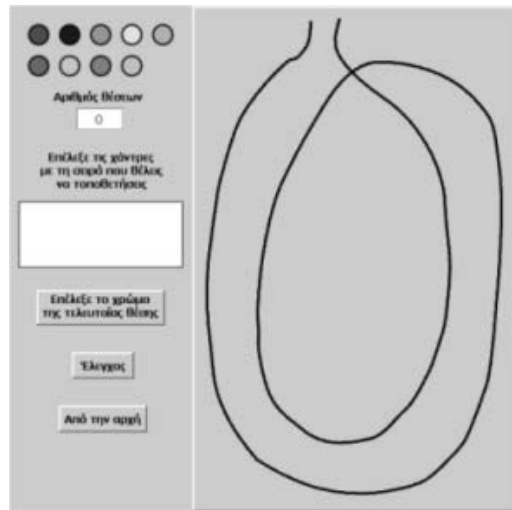
Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη διάταξη ενός πλήθους χαντρών σε δυάδες, αναζητώντας τους αριθμούς εκείνους που διαιρούνται με το 2. Ο εντοπισμός πολλών τέτοιων αριθμών τους επιτρέπει να καταλήξουν σε συμπεράσματα και κανόνες σχετικά με τις ιδιότητες των αριθμών αυτών και τελικά να διατυπώσουν ένα κριτήριο για τους αριθμούς που διαιρούνται με το 2.

ΑΡΤΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Παιδιά, η Κατερίνα θέλει να φτιάξει ένα περιδέραιο που να αποτελείται από χάντρες δύο χρωμάτων, τα οποία να εμφανίζονται το ένα μετά το άλλο (εναλλάξ).

Μπορείτε να πείτε στην Κατερίνα πόσες χάντρες πρέπει να χρησιμοποιήσει, ώστε το περιδέραίο της να τελειώσει με το δεύτερο από τα δύο χρώματα που επιθυμεί;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΡΤΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Πληκτρολογήστε στο λευκό πλαίσιο, με τίτλο «Αριθμός θέσεων», τον αριθμό των χαντρών που θέλετε να έχει το περιδέραιό σας. Επιλέξτε δύο χρώματα που θα το απαρτίζουν, δίνοντάς τους τη σειρά που επιθυμείτε, και με το ποντίκι σας σύρετέ τα στην ειδική θέση. Ωστόσο, για να εμφανιστούν στο περιδέραιο, θα πρέπει να μαντέψετε σωστά το χρώμα που θα έχει η τελευταία χάντρα. Για να συμβεί αυτό, πατήστε το κουμπί «Επίλεξε το χρώμα της τελευταίας θέσης» και στη συνέχεια επιλέξτε μία από τις ήδη επιλεγμένες χάντρες. Πατήστε το κουμπί «Έλεγχος». Αν έχετε μαντέψει σωστά, στο περιδέραιο θα εμφανιστούν όλες οι χάντρες. Αν όχι, ο υπολογιστής θα εμφανίσει το μήνυμα «Προσπάθησε ξανά».

Ζέσταμα

Επιλέξτε δώδεκα θέσεις για τις χάντρες. Κατόπιν επιλέξτε και σύρτε με το ποντίκι σας στην ειδική θέση μία κίτρινη και μία κόκκινη χάντρα, προκειμένου να δηλώσετε τα χρώματα τα οποία θέλετε να έχει το περιδέραιο της Κατερίνας. Τι χρώμα θα έχει η τελευταία χάντρα; Δοκιμάστε και άλλους αριθμούς για τις θέσεις στο περιδέραιο. Ποιους αριθμούς, μικρότερους από το 78, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για το πλήθος των χαντρών, ούτως ώστε να φτιάξετε το περιδέραιο όπως το θέλει η Κατερίνα. Σημειώστε τους παραπάνω αριθμούς στο τετράδιό σας.

Κάποιοι από τους αριθμούς που έχετε σημειώσει στο τετράδιό σας ίσως να είναι οι εξής: 12, 14, 16, 18, 20, 22 κτλ. Τι κοινό έχουν οι αριθμοί αυτοί;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΤΙΟΙ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΑΡΤΙΟΥΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού όλων των άρτιων αριθμών που βρίσκονται ανάμεσα σε, επίσης, άρτιους αριθμούς. Το λογισμικό «Αριθμογραμμή» τους δίνει τη δυνατότητα να επιλέξουν το πλήθος των τμημάτων στα οποία πρέπει να διαιρέσουν την αριθμογραμμή, καθώς και τους αριθμούς που πρέπει να πληκτρολογήσουν στα άκρα της, ώστε στα σημεία της διαίρεσης να εμφανίζονται όλοι οι ενδιάμεσοι άρτιοι αριθμοί και κανένας άλλος.

Με τη διαδικασία αυτή οι μαθητές μπορούν να καταλήξουν και να διατυπώσουν έναν κανόνα με τον οποίο μπορούν να προσδιορίζουν το πλήθος όλων των άρτιων αριθμών που βρίσκονται ανάμεσα σε άρτιους καθώς και τους αριθμούς αυτούς.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να υπολογίσουν το πλήθος των άρτιων αριθμών που βρίσκονται ανάμεσα σε δύο, επίσης, άρτιους αριθμούς.
- Να εντοπίσουν τους άρτιους αυτούς αριθμούς που παρεμβάλλονται μεταξύ δύο άρτιων αριθμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» και τη σχέση «σύστημα», καθώς και οι δύο εμπλέκονται στα χαρακτηριστικά των άρτιων αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στο πλήθος των τμημάτων που πρέπει να χωρίσουν το διάστημα μεταξύ δύο άρτιων αριθμών, ώστε στα σημεία της διαίρεσης να εμφανιστούν όλοι οι ενδιάμεσοι άρτιοι αριθμοί και μόνο αυτοί. Ακόμα, με τα κατάλληλα ερωτήματα του εκπαιδευτικού, μπορούν να καταλήξουν σε έναν κανόνα που να αφορά την εύρεση του πλήθους όλων των ενδιάμεσων άρτιων αριθμών που βρίσκονται μεταξύ δύο άρτιων αριθμών. Τέλος, ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τη διερεύνηση, θέτοντας στα άκρα της αριθμογραμμής και άλλους άρτιους αριθμούς, λαμβάνοντας όμως υπόψη τις δυνατότητες του συγκεκριμένου λογισμικού, δηλαδή ότι η αριθμογραμμή μπορεί να χωριστεί το πολύ σε 15 ίσα μέρη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη εύρεση ενός κανόνα με τον οποίο θα μπορούν να υπολογίζουν το πλήθος των ενδιάμεσων άρτιων αριθμών που υπάρχουν μεταξύ δύο, επίσης, άρτιων αριθμών. Ο κανόνας στον οποίο αναμένεται να καταλήξουν έχει ως εξής:

Πλήθος των άρτιων ενδιάμεσων αριθμών = (Άρτιος τέλους – άρτιος αρχής)/2 - 1

ΑΡΤΙΟΙ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΑΡΤΙΟΥΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στην αρχή της παρακάτω αριθμογραμμής έχουμε πληκτρολογήσει τον αριθμό 2.

Επιλέξτε έναν άρτιο αριθμό μικρότερο ή ίσο με το 26, π.χ. το 12, και πληκτρολογήστε τον στο τέλος της αριθμογραμμής.

Μπορείτε να προσδιορίσετε σε πόσα μέρη πρέπει να χωριστεί η αριθμογραμμή, ώστε στις ενδιάμεσες θέσεις να εμφανίζονται μόνο όλοι οι άρτιοι αριθμοί που υπάρχουν ανάμεσα στον αριθμό 2 και σε αυτόν που πληκτρολογήσατε;

Υπάρχει κάποιος κανόνας με τον οποίο μπορείτε να προσδιορίζετε το πλήθος όλων των άρτιων αριθμών που υπάρχουν ανάμεσα σε, επίσης, άρτιους αριθμούς;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΡΤΙΟΙ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΑΡΤΙΟΥΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην αριθμογραμμή μπορείτε:

1. Να πληκτρολογείτε στα ορθογώνια κουτάκια τους αριθμούς που θέλετε.
2. Να επιλέγετε την εντολή «Χώρισε», για να χωρίζεται η γραμμή σε όσα μέρη θέλετε.
3. Να επιλέγετε την εντολή «Εμφάνισε», για να εμφανίζονται στα οβάλ κουτάκια οι αριθμοί που αντιστοιχούν στα σημεία διαίρεσης.
4. Να επιλέγετε την εντολή «>», για να εμφανίζονται ο ένας κατόπιν του άλλου οι αριθμοί που αντιστοιχούν στα οβάλ κουτάκια.

Μπορείτε γι' αυτή τη δραστηριότητα να χρησιμοποιήσετε το λογισμικό «Αριθμογραμμή» ακολουθώντας τα βήματα που περιγράφονται παρακάτω:

- Επιλέξτε τον αριθμό 12.
- Πληκτρολογήστε τον αριθμό 12 στο τέλος της αριθμογραμμής.
- Με την εντολή «Χώρισε σε» κάντε διάφορα πειράματα, δηλαδή χωρίστε το διάστημα μεταξύ των αριθμών 2 και 12 σε τόσα μέρη, ώστε να εμφανιστούν όλοι οι άρτιοι αριθμοί που υπάρχουν ανάμεσα στους δύο αυτούς αριθμούς.
- Τα αποτελέσματα των πειραματισμών σας μπορείτε κάθε φορά να τα εμφανίζετε πατώντας το κουμπί «Εμφάνισε».
- Προσπαθήστε να προσδιορίσετε όλους τους άρτιους αριθμούς που υπάρχουν ανάμεσα στους αριθμούς 2 και 12.
- Μπορείτε να επαναλάβετε τα παραπάνω βήματα, πληκτρολογώντας στο δεξιό άκρο της αριθμογραμμής έναν άλλον άρτιο αριθμό στη θέση του 12, μικρότερο ή ίσο του 26.

Διατυπώστε έναν κανόνα με τον οποίο να υπολογίζετε το πλήθος όλων των άρτιων αριθμών που βρίσκονται ανάμεσα σε άρτιους αριθμούς.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΟΥ ΔΙΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟ 5

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού των αριθμών εκείνων που μπορούν να διαταχθούν σε πεντάδες. Το λογισμικό «Περιδέрайο» τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματιστούν στο σχεδιασμό ενός περιδέрайου, ώστε να αποτελείται από χάντρες πέντε χρωμάτων, τα οποία να εμφανίζονται το ένα μετά το άλλο με την ίδια πάντοτε σειρά (εναλλάξ) και να τελειώνει με το πέμπτο χρώμα.

Έτσι θα πρέπει να επιλέξουν έναν αριθμό πολλαπλάσιο του 5, μικρότερο ή ίσο του 78, που να αντιστοιχεί στο πλήθος των χαντρών που επιθυμούν να έχει το περιδέрайο, ώστε να τελειώσει με το τελευταίο από τα πέντε χρώματα της σειράς. Αν μαντέψουν σωστά, το περιδέрайο σχηματίζεται και κλείνει. Ειδάλλως, εμφανίζεται ένα μήνυμα που τους καλεί να προσπαθήσουν ξανά.

Αυτή η διαδικασία επιτρέπει στους μαθητές να εντοπίσουν τους κατάλληλους αριθμούς και να παρατηρήσουν τα χαρακτηριστικά τους. Οι αριθμοί αυτοί δεν είναι άλλοι από εκείνους που διαιρούνται με το 5, καθώς είναι οι μόνοι που μπορούν να χωριστούν σε πεντάδες. Το κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι το τελευταίο ψηφίο τους είναι 0 ή 5.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μάθουν πότε ένας αριθμός διαιρείται με 5.
- Να κατανοήσουν ότι οι αριθμοί που διαιρούνται με το 5, τελειώνουν σε 0 ή 5.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» και τη σχέση «σύστημα», καθώς και οι δύο σχέσεις εμπλέκονται στα χαρακτηριστικά των αριθμών που διαιρούνται με το 5.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πειραματιστούν με το πλήθος των θέσεων στο περιδέрайο και να μαντέψουν το χρώμα της τελευταίας χάντρας.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στο πλήθος των θέσεων που πρέπει να έχει ένα περιδέрайο, ώστε να αποτελείται από χάντρες πέντε χρωμάτων, τα οποία να εμφανίζονται το ένα μετά το άλλο με την ίδια πάντοτε σειρά (εναλλάξ). Στη συνέχεια καταγράφουν τους αριθμούς που κάθε φορά θεωρούν ότι είναι κατάλληλοι και παρατηρούν τα κοινά τους χαρακτηριστικά. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, ανανεώνει τη διερεύνηση θέτοντας προς έρευνα και άλλους αριθμούς και εστιάζοντας την προσοχή των μαθητών στα ψηφία των αριθμών. Οι μαθητές θα πρέπει να εντοπίσουν τα εξής χαρακτηριστικά των αριθμών:

- Όλοι οι αριθμοί που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σχεδιασμό του περιδέραιου, ώστε να αποτελείται από χάντρες πέντε χρωμάτων –τα οποία να εμφανίζονται το ένα μετά το άλλο με την ίδια πάντοτε σειρά (εναλλάξ) και το τελευταίο χρώμα του περιδεραιού είναι το τελευταίο από τα πέντε χρώματα της σειράς– δίνουν υπόλοιπο 0 όταν διαιρούνται με το 5, ενώ το τελευταίο ψηφίο τους τελειώνει σε 0 ή 5.

Τέλος διατυπώνουν κανόνες όπως:

- Οι αριθμοί που διαιρούνται με το 5 τελειώνουν σε 0 ή 5.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη διάταξη ενός πλήθους χαντρών σε πεντάδες, αναζητώντας τους αριθμούς εκείνους που διαιρούνται με το 5. Ο εντοπισμός πολλών τέτοιων αριθμών τους επιτρέπει να καταλήξουν σε συμπεράσματα και κανόνες σχετικά με τις ιδιότητες των αριθμών αυτών και τελικά να διατυπώσουν ένα κριτήριο για τους αριθμούς που διαιρούνται με το 5.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Περιδέραιο», πληκτρολογώντας τους αριθμούς που θέλουν να διαπιστώσουν αν διατάσσονται ανά πέντε.

ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΟΥ ΔΙΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟ 5**2. Φύλλο εργασίας**

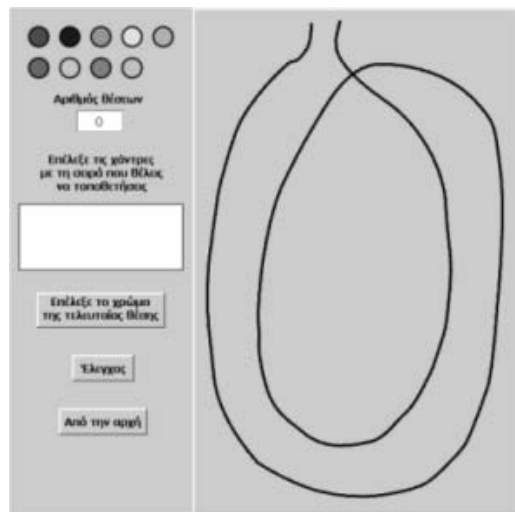
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Παιδιά, η Κατερίνα φτιάχνει ένα ακόμη περιδέραιο. Αυτή τη φορά θέλει να χρησιμοποιήσει χάντρες με πέντε χρώματα, τα οποία να εμφανίζονται το ένα μετά το άλλο με την ίδια πάντοτε σειρά (εναλλάξ).

Μπορείτε να πείτε στην Κατερίνα πόσες χάντρες να χρησιμοποιήσει, ώστε το περιδέραίο της να τελειώνει με το τελευταίο από τα πέντε χρώματα της σειράς που επιθυμεί;

Καταγράψτε στο τετράδιό σας διάφορους αριθμούς που εκφράζουν το πλήθος των χαντρών που ταιριάζουν στο περιδέραιο της Κατερίνας.

Τι κοινό έχουν οι αριθμοί αυτοί;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΟΥ ΔΙΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟ 5

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Επιλέξτε 15 θέσεις για τις χάντρες. Κατόπιν επιλέξτε και σύρτε με το ποντίκι σας στην ειδική θέση με τη σειρά: την μπλε, τη γαλάζια, τη μοβ, την κίτρινη και την κόκκινη χάντρα, προκειμένου να δηλώσετε τα χρώματα από τα οποία θα απαρτίζεται το περιδέραιο της Κατερίνας. Τι χρώμα θα έχει η τελευταία χάντρα του περιδέραιου;

Δοκιμάστε και άλλους αριθμούς για τις θέσεις στο περιδέραιο. Ποιους αριθμούς μικρότερους από το 78 μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για το πλήθος των χαντρών, ώστε να δημιουργήσετε περιδέραια όπως τα θέλει η Κατερίνα. Σημειώστε τους αριθμούς των χαντρών στο τετράδιό σας.

Κάποιοι από τους αριθμούς που σημειώσατε ίσως να είναι οι: 15, 20, 25, 30, 35, 40, κλπ. Τι κοινό έχουν οι αριθμοί αυτοί;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ ΔΥΟ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται, με τη βοήθεια του προγράμματος «ΜΚΔ-ΕΚΠ», να αναλύσουν τους αριθμούς 24 και 36 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και να βρουν το ΕΚΠ ως γινόμενο όλων των διαφορετικών πρώτων παραγόντων των δύο αριθμών, κοινών και μη κοινών, λαμβάνοντας τον καθένα με τον μέγιστο αριθμό που εμφανίζεται στην ανάλυση.

Αυτή η διαδικασία επιτρέπει στους μαθητές να εντοπίσουν τους διαιρέτες κάθε αριθμού ξεχωριστά και να επιλέξουν ΕΚΠ, ενώ καταγράφονται οι παράγοντες κάθε αριθμού στο διάγραμμα, το οποίο εμφανίζει το πρόγραμμα αυτόματα, μπορούν εύκολα να παρατηρούν τους κοινούς και μη παράγοντες αυτών. Ο αριθμός στο πλαίσιο του ΕΚΠ αποτελεί το γινόμενο όλων των παραγόντων των δύο αριθμών που είναι καταγεγραμμένοι στους κύκλους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν το ΕΚΠ δύο αριθμών ως γινόμενο των κοινών και μη διαιρετών τους, λαμβάνοντας τον καθένα με το μέγιστο αριθμό που εμφανίζεται στην ανάλυση.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς και οι δύο εμπλέκονται στα χαρακτηριστικά τόσο των διαιρετών όσο και του ΕΚΠ των δύο αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να αναζητήσουν τους διαιρέτες και το ΕΚΠ των αριθμών 24 και 36.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον εντοπισμό των διαιρετών και του ΕΚΠ των αριθμών 24 και 36. Στο πρώτο πλαίσιο πληκτρολογούν τον αριθμό 24 και στα κουτάκια που βρίσκονται δεξιά της κάθετης γραμμής πληκτρολογούν τους διαιρέτες του. Επαναλαμβάνουν τη διαδικασία στο δεύτερο πλαίσιο, πληκτρολογώντας τώρα τον αριθμό 36. Κατόπιν επιλέγουν ΕΚΠ και παρατηρούν πώς διατάσσονται οι διαιρέτες των δύο αριθμών στο διάγραμμα. Ακόμη, συσχετίζουν τους πρώτους παράγοντες που εμφανίζονται στις δύο αναλύσεις των αριθμών με την εμφάνισή τους στα διαγράμματα. Έτσι αναμένεται να διαπιστώσουν ότι τελικά στα δύο διαγράμματα εμφανίζεται ο κάθε παράγοντας τόσες φορές όσος είναι ο μέγιστος αριθμός εμφάνισής του σε μία ανάλυση. Για παράδειγμα, το 2 εμφανίζεται τρεις φορές, όσες, δηλαδή, είναι και οι φορές που εμφανίζεται στην ανάλυση του 24. Τέλος, ερμηνεύουν την εύρεση του ΕΚΠ σε σχέση με την εγγραφή των διαιρετών στις δύο ελλείψεις. Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει μία ερμηνεία του τρόπου εύρεσης του ΕΚΠ.

Πλήθος αριθμών: 2 ▾ Επανάφορά: 1 ▾ ΟΚ Καθαρισμός Όλων

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

ΜΚΔ ΕΚΠ

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται το ΕΚΠ δύο φυσικών αριθμών μέσω των διαιρετών τους ή μέσω της ανάλυσής τους σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Το ΕΚΠ αποτελεί το γινόμενο όλων των παραγόντων, όσον αφορά και τους δύο αριθμούς, κοινών και μη, που βρίσκονται στις δύο ελλείψεις, λαμβάνοντας τον καθένα μία φορά.

ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ ΔΥΟ ΑΡΙΘΜΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να αναλύσετε τους αριθμούς 24 και 36 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τη βοήθεια του παρακάτω προγράμματος;

Ποιο είναι το ΕΚΠ των αριθμών 24 και 36;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ ΔΥΟ ΑΡΙΘΜΩΝ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να επιλέξετε στο πρόγραμμα μέχρι τρεις αριθμούς. Στο πλαίσιο «Πλήθος αριθμών» επιλέξτε τον αριθμό 1. Στο πρώτο κουτάκι αριστερά της κάθετης γραμμής πληκτρολογήστε π.χ. τον αριθμό 72 και πατήστε «Enter». Στο νέο κουτάκι που θα ανοίξει δεξιά της κάθετης γραμμής πληκτρολογήστε έναν πρώτο αριθμό που να διαιρεί το 72. Για παράδειγμα το 2. Πατήστε και πάλι «Enter». Θα εμφανιστεί ο αριθμός 36 που είναι το ηλίκο της διαίρεσης $72 : 2$. Στο νέο κουτάκι πληκτρολογήστε ένα διαιρέτη του 36. Κατόπιν πατήστε «Enter». Συνεχίστε με το νέο αριθμό, έως ότου φτάσετε στον τελευταίο αριθμό.

Οι αριθμοί που πληκτρολογήσατε στα κουτάκια δεξιά της κάθετης γραμμής είναι οι παράγοντες στους οποίους μπορεί να αναλυθεί ο αριθμός 72.

Το γινόμενο $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ είναι ίσο με 72.

Οι πρώτοι αριθμοί, που είναι διαιρέτες των 24 και 36, εμφανίζονται στις δύο ελλείψεις της παρακάτω εικόνας.

Όπως παρατηρείτε, όλοι οι πρώτοι διαιρέτες, που αντιστοιχούν σε καθέναν από τους δύο αριθμούς, εμφανίζονται στο αντίστοιχο γράφημα του ίδιου χρώματος με τον αριθμό

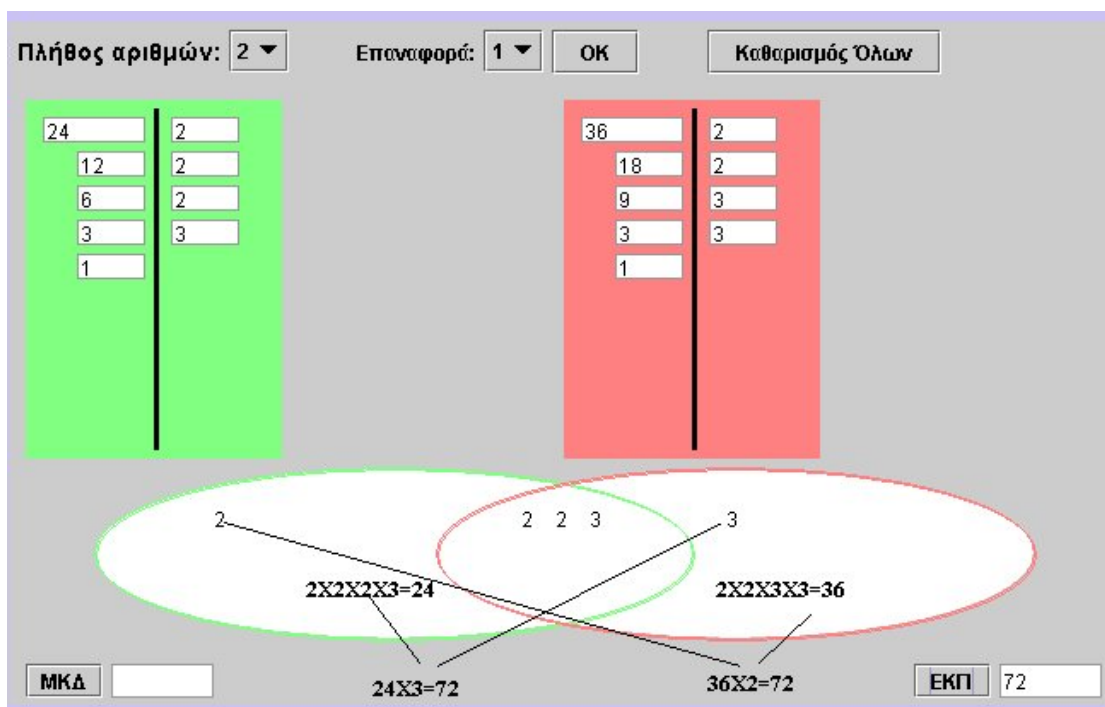
αυτό. Σε ποιο γράφημα εμφανίζεται ο αριθμός 2 περισσότερες φορές και πόσες; Σε ποιο γράφημα εμφανίζεται ο αριθμός 3 περισσότερες φορές και πόσες;

Ο παράγοντας 2 εμφανίζεται στο ένα γράφημα τρεις φορές και στο άλλο δύο. Ο παράγοντας 3 εμφανίζεται στο ένα γράφημα μία φορά και στο άλλο δύο.

Ο αριθμός 72 που εμφανίζεται στο ΕΚΠ ισούται με: $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$. Δηλαδή, αποτελεί το γινόμενο όλων των πρώτων αριθμών που είναι διαιρετές του 24 και του 36, αν λάβουμε τον παράγοντα 2 τρεις φορές –που είναι ο μέγιστος αριθμός που εμφανίζεται σε μια ανάλυση: του 24– και τον παράγοντα 3 δύο φορές – που είναι ο μέγιστος αριθμός που εμφανίζεται σε μια ανάλυση: του 36. Με άλλα λόγια, το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων αριθμών είναι το γινόμενο των διαφορετικών πρώτων παραγόντων που εμφανίζονται στις αναλύσεις των αριθμών, όπου κάθε παράγοντας λαμβάνεται τόσες φορές όσο είναι το μέγιστο πλήθος της εμφάνισής του στις αναλύσεις.

Ο αριθμός 72, επίσης, ισούται με το γινόμενο των πρώτων αριθμών που είναι διαιρετές του 24 –όσοι, δηλαδή, ανήκουν στην πράσινη έλλειψη– επί το διαιρέτη του 36, ο οποίος δεν ανήκει στο κοινό μέρος των δύο ελλείψεων. Συνεπώς, $72 = 24 \times 3$.

Ομοίως, το 72 είναι ίσο με το γινόμενο των πρώτων ακεραίων που είναι διαιρετές του 36 –όσοι, δηλαδή, ανήκουν στην κόκκινη έλλειψη– επί το διαιρέτη του 24, ο οποίος δεν ανήκει στο κοινό μέρος των δύο ελλείψεων. Δείτε την παρακάτω εικόνα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΟΥ 3

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού αναζητούν διάφορους αριθμούς οι οποίοι είναι πολλαπλάσια του 3, καθώς και τις χαρακτηριστικές ιδιότητες των αριθμών αυτών. Το πρόγραμμα «Πολλαπλασιασμός» μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία εύρεσης των αριθμών που είναι πολλαπλάσια του 3, αφού επιτρέπει στους μαθητές να κάνουν πειράματα με το πλήθος των στηλών, όπου κάθε στήλη περιλαμβάνει 3 τετραγωνίδια. Το γεγονός ότι η κατάσταση που ερευνούν στο πλαίσιο «Πολλαπλασιασμός στο ορθογώνιο» μπορεί να μεταφερθεί και στα υπόλοιπα πλαίσια του προγράμματος, όπου οι μαθητές θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται και με άλλους τρόπους, ευνοεί τη διαδικασία εύρεσης ιδιοτήτων των πολλαπλασίων του 3.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν την έννοια των πολλαπλασίων ενός αριθμού.
- Να κατανοήσουν ότι τα πολλαπλάσια ενός αριθμού έχουν διαιρετή τον αριθμό αυτό.
- Να αναγνωρίσουν σχέσεις μεταξύ των πολλαπλασίων του ίδιου αριθμού.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον εντοπισμό του πλήθους των χρωματισμένων τετραγωνιδίων που ορίζονται όταν ο γαλάζιος δείκτης δείχνει σταθερά τον αριθμό 3 και ο πράσινος μετακινείται από το 1 έως το 90. Οι μαθητές συζητούν για τους αριθμούς που εκφράζουν αυτό το πλήθος, για τον τρόπο που μεταβάλλονται όταν ο πράσινος δείκτης μετακινείται κατά μια θέση, καθώς και για το άθροισμα των ψηφίων των αριθμών αυτών.

Σκοπός αυτής της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να καταλήξουν σε συμπεράσματα γύρω από τα πολλαπλάσια του 3 και να διατυπώσουν σχετικούς κανόνες. Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές να ελέγχουν τα συμπεράσματά τους στην ομάδα τους πριν τα διατυπώσουν στην τάξη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τους αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 3 και διατυπώνουν κανόνες σχετικούς με τις ιδιότητές τους. Αναμένεται δε να καταλήξουν στα εξής:

- (1) Τα πολλαπλάσια του 3 διαιρούνται με το 3.
- (2) Τα διαδοχικά πολλαπλάσια του 3 διαφέρουν ανά 3.
- (3) Το άθροισμα των ψηφίων κάθε αριθμού που είναι πολλαπλάσιο του 3 είναι αριθμός που είναι επίσης πολλαπλάσιο του 3.
- (4) Το άθροισμα και η διαφορά δύο αριθμών, που είναι πολλαπλάσιοι του 3, αποτελούν και αυτοί πολλαπλάσια του 3.

ΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΟΥ 3

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο παρακάτω πρόγραμμα να χρωματίσετε στήλες των τριών τετραγωνιδίων;

Πόσα τετραγωνίδια χρωματίζετε κάθε φορά;

Τι κοινό έχουν οι αριθμοί αυτοί;

<p>Πολλαπλασιασμός στο τετράγωνο</p>	<p>Πολλαπλασιασμός με πρόσθεση</p> <p>0 x 0 =</p>
<p>Οριζόντιος πολλαπλασιασμός</p> $0 \times 0 = 0 \times (0 + 0)$ $= 0 \times 0 + 0 \times 0$ $= 0 + 0$ $= 0$ <p>Μεταφορά Έλεγχος Πίνακας Επαναφορά</p>	<p>Κατακόρυφος Πολλαπλασιασμός</p>

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΟΥ 3

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Το λογισμικό «Πολλαπλασιασμός» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αριθμούς που δεν υπερβαίνουν το $90 \times 90 = 8.100$. Μπορείτε να πληκτρολογήσετε αριθμούς σε όλα τα τετραγωνίδια, εκτός από αυτά τα οποία αντιστοιχούν στους δύο δείκτες. Το κουμπί «Έλεγχος» σας επιτρέπει να ελέγξετε αν έχετε κάνει σωστά την επιλογή σας. Δηλαδή αν έχετε πληκτρολογήσει τους κατάλληλους αριθμούς στα διάφορα κουτάκια και αν έχετε κάνει σωστά τους υπολογισμούς σας.

Η επιλογή σας δεν θα είναι σωστή αν:

1. Στο πλαίσιο «Ο πολλαπλασιασμός ως άθροισμα» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το άθροισμα.
2. Στο πλαίσιο «Οριζόντιος πολλαπλασιασμός» δεν έχετε υπολογίσει σωστά το τελικό άθροισμα ή δεν έχετε αναλύσει σωστά το δεύτερο παράγοντα.
Η ανάλυση είναι σωστή όταν ο αριθμός αναλύεται σε δεκάδες και μονάδες.
3. Στο πλαίσιο «Κάθετος πολλαπλασιασμός» δεν έχετε υπολογίσει το τελικό αποτέλεσμα σωστά ή δεν έχετε αναλύσει σωστά σε μονάδες και δεκάδες το δεύτερο παράγοντα.

Επιλέξτε ο γαλάζιος δείκτης να δείχνει τον αριθμό 3. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι στήλες, που θα χρωματίζονται, θα έχουν από τρία τετραγωνίδια. Μετακινήστε τον πράσινο δείκτη και κάθε φορά υπολογίστε το πλήθος των τετραγωνιδίων που χρωματίζονται. Ποιοι αριθμοί είναι αυτοί;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΟΙ ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΕΝΟΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού των φυσικών αριθμών που διαιρούν το 64 και το 23 και να κάνουν σύγκριση των αριθμών ως προς το πλήθος των διαιρετών τους. Το πρόγραμμα «Διαίρεση» μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία εύρεσης των ζητούμενων αριθμών, αφού επιτρέπει στους μαθητές να κάνουν πειράματα με το πλήθος των στηλών και τον αριθμό των τετραγωνιδίων σε κάθε στήλη, όταν τα επιλεγμένα τετραγωνίδια είναι 64 ή 23. Επιπλέον, με τη βοήθεια των γκρι τετραγωνιδίων μπορούν να υπολογίσουν κάθε φορά πόσα ακόμη τετραγωνίδια χρειάζονται, προκειμένου να εντοπίσουν τους επόμενους αριθμούς. Τέλος, η κατάσταση που ερευνούν στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» μπορεί να μεταφερθεί και στα υπόλοιπα πλαίσια του προγράμματος, όπου οι μαθητές θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται και με άλλους τρόπους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν την έννοια του διαιρέτη ενός φυσικού αριθμού.
- Να αναγνωρίσουν τη διάκριση των αριθμών σε πρώτους και σύνθετους ως «σύστημα» διάκρισης αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν τους διαιρέτες του αριθμού 64 και του αριθμού 23.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό των αριθμών εκείνων που διαιρούν το 64 στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο». Επιλέγουν το διαιρέτη και αναζητούν το υπόλοιπο. Όταν το υπόλοιπο είναι 0, ο αριθμός στο μπλε τετραγωνίδιο αποτελεί έναν από τους διαιρέτες του 64. Το πρόγραμμα «Διαίρεση», και κυρίως το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο», επιτρέπει στους μαθητές να ορίζουν κάθε φορά το μέγεθος του πλέγματος, ώστε να μπορούν κατόπιν να επιλέγουν διαιρέτες μέχρι το 64. Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει το ενδιαφέρον τους θέτοντας νέα ζητήματα γύρω από τους διαιρέτες του 64, π.χ. να παρατηρήσουν τις ιδιότητές τους: (α) οι διαιρέτες του 64 (εκτός του 1) είναι πολλαπλάσια του 2 (άρτιοι αριθμοί), (β) καθένας είναι πολλαπλάσιο του αμέσως μικρότερου, (γ) δύο διαδοχικοί διαιρέτες διαφέρουν κατά ένα διαιρέτη του 64. Οι μαθητές επαναλαμβάνουν την ίδια διαδικασία για τους διαιρέτες του 23 και συγκρίνουν το πλήθος των διαιρετών των δυο αριθμών. Σκοπός αυτής της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να γνωρίσουν τους πρώτους (ο 23) και σύνθετους αριθμούς (ο 64). Ο εκπαιδευτικός καλεί τους μαθητές να ελέγξουν αν οι ιδιότητες των διαιρετών του 64, που ανακάλυψαν, ισχύουν και για τους διαιρέτες του 23 ή τους διαιρέτες και άλλων αριθμών, π.χ. του 48. Έτσι θα διαπιστώσουν ότι μερικές ιδιότητες τις έχουν και άλλοι αριθμοί (ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του διαιρέτη του), ενώ κάποιες άλλες, όπως αυτές που διατυπώθηκαν παραπάνω για τους διαιρέτες του 64,

δεν τις διαθέτουν οι διαιρέτες άλλων αριθμών. Τις ιδιότητες των διαιρετών του 64 τις έχουν όλοι οι αριθμοί που είναι δυνάμεις του 2. Αντίστοιχες ιδιότητες έχουν οι διαιρέτες αριθμών που είναι δυνάμεις του 3 (π.χ. 3^2 , 3^3) κτλ.

Το λογισμικό «Διαίρεση» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα υπολογισμού των διαιρετών ενός αριθμού. Η συμβολική αναπαράσταση στα τέσσερα πλαίσια τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν το συμπέρασμά τους όσον αφορά τους διαιρέτες με το γεγονός ότι το υπόλοιπο είναι 0 και ότι το 64 αποτελεί πολλαπλάσιο των διαιρετών του.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τους διαιρέτες δυο αριθμών. Η αξία της διερεύνησης έγκειται στο γεγονός ότι οι μαθητές μπορούν να έλθουν σε επαφή με τις εξής ιδιότητες:

- Ο αριθμός αποτελεί πολλαπλάσιο κάθε διαιρέτη του.
- Οι αριθμοί μπορούν να ομαδοποιηθούν σε δυο κατηγορίες, στους πρώτους και στους σύνθετους.

ΟΙ ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΕΝΟΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

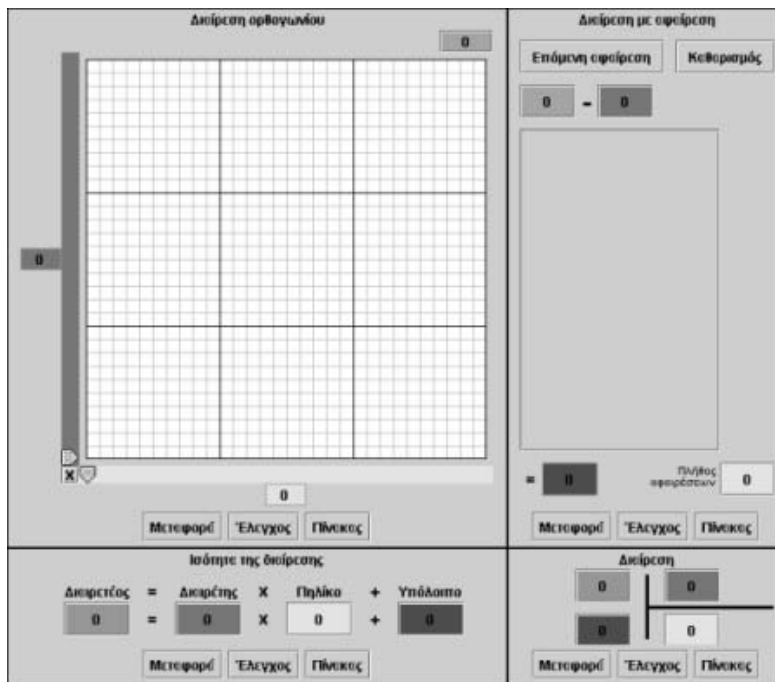
2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να βρείτε όλους τους αριθμούς που διαιρούν το 64;

Μπορείτε να βρείτε όλους τους αριθμούς που διαιρούν το 23;

Τι παρατηρείτε ως προς τους διαιρέτες των δύο αυτών αριθμών;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΟΙ ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΕΝΟΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στο πρόγραμμα «Διαίρεση στο ορθογώνιο» πληκτρολογήστε τον αριθμό 64 στο πράσινο τετραγωνίδιο και στη συνέχεια επιλέξτε το πλήθος του πλέγματος να είναι ανάλογο με τους αριθμούς που εξετάζονται.

Οδηγήστε τον μπλε δείκτη στο 2. Πού πρέπει να τοποθετήσετε τον κίτρινο δείκτη; Ποιες θα είναι οι επόμενες θέσεις του μπλε και του κίτρινου δείκτη, ώστε τα 64 τετραγωνίδια να μοιράζονται ακριβώς, χωρίς να περισσεύει κάποιο; Ποιοι αριθμοί διαιρούν το 64; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους;

Οι διαιρέτες του 64 είναι οι αριθμοί εκείνοι που, όταν τον διαιρούν, αφήνουν υπόλοιπο 0. Πρόκειται για τους: 1, 2, 4, 8, 16, 32 και 64. Όπως παρατηρείτε, οι αριθμοί αυτοί εκτός του 1, είναι πολλαπλάσια του 2.

Ισχύουν ανάλογα συμπεράσματα και για τους διαιρέτες του 23;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΑΞΙΔΙΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να λύσουν το εξής πρόβλημα:

«Καθημερινά δύο πλοία ξεκινούν από το λιμάνι του Πειραιά την ίδια ώρα με διαφορετικό προορισμό. Το πρώτο πλοίο φτάνει στον προορισμό του και επιστρέφει σε δώδεκα ώρες, ενώ το δεύτερο καράβι φτάνει στον προορισμό του και επιστρέφει σε οκτώ ώρες. Τα δύο καράβια, μόλις φτάσουν στο λιμάνι του Πειραιά, ξεκινούν αμέσως το νέο τους δρομολόγιο. Αυτό συνεχίζεται σε όλη τη διάρκεια του καλοκαιριού. Μια Δευτέρα ξεκίνησαν ταυτόχρονα από το λιμάνι του Πειραιά στις 7.00 το πρωί. Μπορείτε να βρείτε μετά από πόσες τουλάχιστον ώρες θα ξεκινήσουν πάλι ταυτόχρονα από το λιμάνι του Πειραιά;»

Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν το πρόγραμμα «ΜΚΔ - ΕΚΠ», προκειμένου να υπολογίσουν το ΕΚΠ το οποίο θα χρειαστούν για να λύσουν το παραπάνω πρόβλημα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν την έκφραση «τουλάχιστον» σε σχέση με την εύρεση των κοινών πολλαπλάσιων δύο αριθμών.
- Να αντιληφθούν ότι το ΕΚΠ προσδιορίζει, στη συγκεκριμένη δραστηριότητα, τον ελάχιστο χρόνο που χρειάζεται για να ξανασυναντηθούν τα δύο πλοία.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «σύστημα», καθώς εμπλέκεται στα χαρακτηριστικά της εύρεσης του ΕΚΠ.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πειραματιστούν με τους διαιρετές των αριθμών 8 και 12, να αναλύσουν κάθε αριθμό σε γινόμενο παραγόντων και να υπολογίσουν το ΕΚΠ αυτών.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον εντοπισμό των διαιρετών του 8 και του 12 που είναι πρώτοι αριθμοί. Σχολιάζουν τους κοινούς και μη διαιρετές τους και αναπτύσσουν τη σημασία τους στη λύση του προβλήματος. Για παράδειγμα, το 2 είναι κοινός διαιρέτης των 8 και 16. Επίσης, παρατηρούν ότι οι αριθμοί 8 και 12, κάθε φορά που πολλαπλασιάζονται με φυσικούς αριθμούς, διάφορους του 0, δημιουργούν πολλαπλάσια των αριθμών αυτών. Έτσι, όταν οι μαθητές επιλέγουν το γινόμενο κοινών και μη διαιρετών των δύο αριθμών, λαμβανομένων ο καθένας τόσες φορές όσο είναι το μέγιστο πλήθος στο οποίο εμφανίζονται στις δυο αναλύσεις, στην ουσία σχηματίζουν έναν αριθμό ο οποίος είναι πολλαπλάσιο και των δύο αριθμών. Συγκεκριμένα, αποτελεί το ΕΚΠ αυτών. Επομένως, τα δύο πλοία του προβλήματος θα ξανασυναντηθούν μετά

από 24 ώρες, αφού: $12 = 3 \times 2 \times 2$, $8 = 2 \times 2 \times 2$ και άρα: $24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$. Επίσης: $24 = 2 \times 12$ και $24 = 3 \times 8$.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη λύση ενός προβλήματος με την εύρεση του ΕΚΠ δύο αριθμών.

ΤΑΞΙΔΙΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Καθημερινά δύο πλοία ξεκινούν από το λιμάνι του Πειραιά την ίδια ώρα με διαφορετικό προορισμό. Το πρώτο πλοίο φτάνει στον προορισμό του και επιστρέφει σε δώδεκα ώρες, ενώ το δεύτερο καράβι φτάνει στον προορισμό του και επιστρέφει σε οκτώ ώρες. Τα δύο καράβια, μόλις φτάσουν στο λιμάνι του Πειραιά, ξεκινούν αμέσως το νέο τους δρομολόγιο. Αυτό συνεχίζεται σε όλη τη διάρκεια του καλοκαιριού.

Μια Δευτέρα ξεκίνησαν ταυτόχρονα από το λιμάνι του Πειραιά στις 7.00 το πρωί.

Μπορείτε να βρείτε μετά από πόσες τουλάχιστον ώρες θα ξεκινήσουν πάλι ταυτόχρονα από το λιμάνι του Πειραιά;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΑΞΙΔΙΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στο πλαίσιο «Πλήθος αριθμών» επιλέξτε τον αριθμό 2. Στο πρώτο κουτάκι αριστερά της κάθετης γραμμής πληκτρολογήστε τον αριθμό 12 και πατήστε «Enter». Στο νέο κουτάκι που θα ανοίξει δεξιά της κάθετης γραμμής πληκτρολογήστε έναν πρώτο αριθμό που να διαιρεί το 12. Για παράδειγμα το 2. Πατήστε και πάλι «Enter». Θα εμφανιστεί ο αριθμός 6 που είναι το πηλίκο της διαίρεσης $12 : 2$. Στο νέο κουτάκι πληκτρολογήστε ένα διαιρέτη του 6. Κατόπιν πατήστε «Enter». Συνεχίστε με το νέο αριθμό, έως ότου εμφανισθεί πηλίκο 1. Οι αριθμοί που πληκτρολογήσατε στα κουτάκια δεξιά της κάθετης γραμμής είναι οι αριθμοί που διαιρούν το 12. Το γινόμενο $2 \times 2 \times 3$ είναι ίσο με 12. Στο δεύτερο κουτάκι αριστερά της κάθετης γραμμής πληκτρολογήστε τον αριθμό 8 και κάντε αντίστοιχες ενέργειες. Επιλέξτε ΕΚΠ και δείτε την παρακάτω εικόνα.

The screenshot shows a software interface for finding divisors. At the top, there are dropdown menus for 'Πλήθος αριθμών' (set to 2) and 'Επανάφορά' (set to 1), along with 'OK' and 'Καθαρισμός Όλων' buttons. Below, there are two columns of input boxes. The left column is highlighted in green and contains the numbers 12, 6, 3, and 1. The right column is highlighted in red and contains the numbers 8, 4, 2, and 1. Below the columns, there are two overlapping ovals: a green one containing the number 3 and a red one containing the numbers 2 and 2. At the bottom, there are buttons for 'ΜΚΔ' and 'ΕΚΠ' with the value 24 next to it.

Παρατηρήστε το ΕΚΠ των δύο αριθμών. Μετά από πόσες ώρες, λοιπόν, θα συναντηθούν για πρώτη φορά τα δύο πλοία στο λιμάνι του Πειραιά;

Παρατηρήστε το ΕΚΠ των δύο αριθμών. Μετά από πόσες ώρες θα συναντηθούν για δεύτερη φορά τα δύο πλοία στο λιμάνι του Πειραιά;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 2

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού του αριθμού εκείνου που διαιρεί το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε δύο ίσα μέρη. Δεδομένης της δυνατότητάς τους να κάνουν πειράματα για διάφορους μικρούς ή μεγάλους φυσικούς αριθμούς, άρτιους ή περιττούς, οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν σε σχετικά συμπεράσματα και κανόνες για τον τρόπο προσδιορισμού του μεσαίου αριθμού.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μάθουν να υπολογίζουν τον αριθμό που διαιρεί το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε δύο ίσα μέρη.
- Να καταλήξουν σε συμπεράσματα σχετικά με το πότε ο μεσαίος αριθμός είναι φυσικός.
- Να διατυπώσουν έναν κανόνα σχετικά με τον υπολογισμό του μεσαίου αριθμού, όταν οι ακραίοι αριθμοί είναι ή και οι δύο άρτιοι ή και οι δύο περιττοί.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» και τη σχέση «σύστημα», καθώς και οι δύο εμπλέκονται στα χαρακτηριστικά των άρτιων και των περιττών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν το μεσαίο αριθμό που βρίσκεται μεταξύ δύο φυσικών αριθμών.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό του μεσαίου αριθμού που βρίσκεται μεταξύ δύο φυσικών αριθμών, πληκτρολογώντας διάφορους φυσικούς αριθμούς στα άκρα της «Αριθμογραμμής». Από τη διαδικασία αυτή θα προκύψει ότι ο ενδιάμεσος αριθμός είναι φυσικός αριθμός, όταν οι φυσικοί αριθμοί που βρίσκονται στα δύο άκρα της «Αριθμογραμμής» είναι ή και οι δύο άρτιοι ή και οι δύο περιττοί. Επίσης, ότι ο μεσαίος αριθμός είναι δεκαδικός, όταν στα δύο άκρα ο ένας αριθμός είναι άρτιος και ο άλλος περιττός.

Στη συνέχεια οι μαθητές καταγράφουν τους αριθμούς που πληκτρολογούν στα άκρα της «Αριθμογραμμής», καθώς και το μεσαίο αριθμό, με σκοπό να προσδιορίσουν έναν κανόνα σχετικό με τον υπολογισμό του μεσαίου αριθμού με βάση τους ακραίους αριθμούς. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να κατευθύνει τους μαθητές στο να εξετάσουν τη διαφορά μεταξύ των δύο ακραίων αριθμών, καθώς και τη διαφορά του μεσαίου αριθμού από τους δύο ακραίους αριθμούς. Έτσι, οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν στον εξής κανόνα:

«Ο μεσαίος αριθμός μπορεί να υπολογιστεί, αν η διαφορά των δύο ακραίων αριθμών διαιρεθεί με το 2 και το ημίτιο αυτών είτε προστεθεί στο μικρότερο είτε αφαιρεθεί από το μεγαλύτερο ακραίο αριθμό. Επίσης, ο μεσαίος αριθμός μπορεί ως ημίθροισμα των δύο ακραίων αριθμών».

Ακόμα θα είναι σε θέση να εξηγήσουν πότε ο μεσαίος αριθμός είναι φυσικός και πότε δεκαδικός. Δηλαδή, όταν η διαφορά είναι άρτιος, τότε ο μεσαίος αριθμός είναι φυσικός αριθμός. Αυτό συμβαίνει όταν οι ακραίοι αριθμοί είναι ή και οι δύο άρτιοι ή και οι δύο περιττοί. Αλλιώς, όταν η διαφορά είναι περιττός αριθμός, τότε ο μεσαίος αριθμός είναι δεκαδικός αριθμός. Αυτό συμβαίνει όταν στα δύο άκρα ο ένας αριθμός είναι άρτιος και ο άλλος περιττός.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό του αριθμού που βρίσκεται στο μέσο του διαστήματος δύο αριθμών και καταλήγουν σε συμπεράσματα σχετικά με το είδος του μεσαίου αριθμού.

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 2**2. Φύλλο εργασίας**

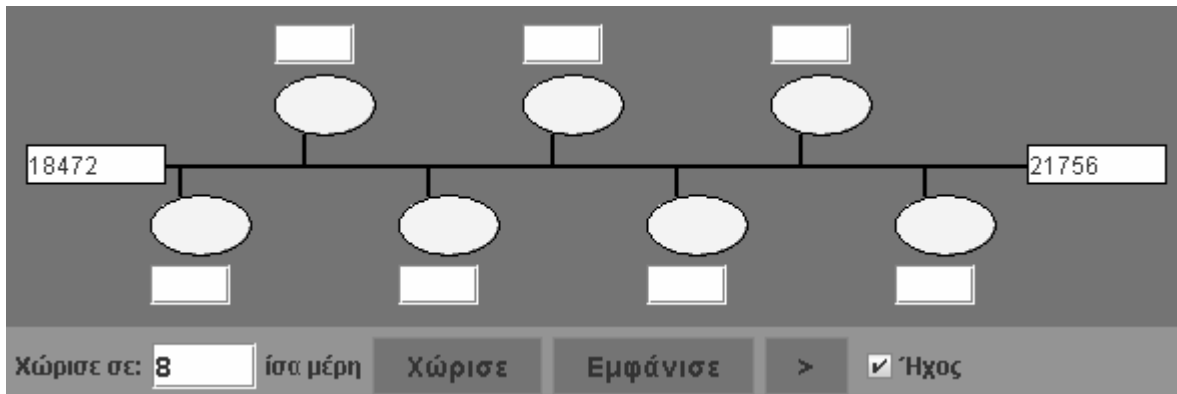
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε χρησιμοποιώντας το λογισμικό «Αριθμογραμμή» να εμφανίσετε το μεσαίο αριθμό των 18.472 και 21.756;

Κάντε και άλλα παραδείγματα πληκτρολογώντας στα άκρα της αριθμογραμμής άρτιους και περιττούς αριθμούς.

Πότε ο μεσαίος αριθμός είναι φυσικός αριθμός;

Με ποιον κανόνα μπορούμε να υπολογίζουμε τον αριθμό που χωρίζει σε δύο ίσα μέρη το διάστημα μεταξύ δύο άρτιων ή δύο περιττών αριθμών;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 2**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Στην αριθμογραμμή μπορείτε:

5. Να πληκτρολογείτε στα ορθογώνια κουτάκια τους αριθμούς που θέλετε.
6. Να επιλέγετε την εντολή «Χώρισε», για να χωρίζεται η γραμμή σε όσα μέρη θέλετε.
7. Να επιλέγετε την εντολή «Εμφάνισε», για να εμφανίζονται στα οβάλ κουτάκια οι αριθμοί που αντιστοιχούν στα σημεία διαιρέσης.
8. Να επιλέγετε την εντολή «>», για να εμφανίζονται ο ένας κατόπιν του άλλου οι αριθμοί που αντιστοιχούν στα οβάλ κουτάκια.

Ένας αριθμός είναι άρτιος, δηλαδή διαιρείται με το 2, όταν τελειώνει σε: 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8. Ένας αριθμός που δε διαιρείται με το 2 είναι περιττός. Δηλαδή, όταν τελειώνει σε: 1, 3, 5, 7 και 9. Χρησιμοποιήστε διάφορους αριθμούς και διατυπώστε τα συμπεράσματά σας.

Για παράδειγμα:

Για τους αριθμούς 123 και 125 ο μεσαίος αριθμός που χωρίζει το διάστημα στη μέση είναι το 124. Επομένως, ο αριθμός που αντιστοιχεί στο μέσο του διαστήματος, μεταξύ δύο περιττών αριθμών, είναι ένας φυσικός αριθμός. Αυτό ισχύει για όλους τους περιττούς αριθμούς; Τι γίνεται όταν και οι δύο αριθμοί είναι άρτιοι; Τι γίνεται όταν ο ένας είναι άρτιος και ο άλλος περιττός;

Ένας τρόπος εργασίας του μεσαίου αριθμού στο χαρτί με το μολύβι

Πρώτο βήμα: Αφαιρέστε τον αριθμό 18.472 από το 21.756 και προσδιορίστε το μήκος του μεταξύ τους διαστήματος.

$$21.756 - 18.472 = 3.284$$

Δεύτερο βήμα: Διαιρέστε τον αριθμό 3.284 με το 2 και βρείτε το μήκος του κάθε διαστήματος.

$$3.284 : 2 = 1.642$$

Τρίτο βήμα: Προσθέστε στον αριθμό 18.472 το 1.642 και βρείτε το ζητούμενο αριθμό.

$$18.472 + 1.642 = 20.114$$

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 5

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού των αριθμών εκείνων που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη. Δεδομένης της δυνατότητάς τους να κάνουν πειράματα για διάφορους μικρούς ή μεγάλους φυσικούς αριθμούς, πολλαπλάσια και μη πολλαπλάσια του 5, αναμένεται να καταλήξουν σε σχετικά συμπεράσματα και κανόνες για τον τρόπο προσδιορισμού των ενδιάμεσων αριθμών, που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μάθουν να υπολογίζουν τους αριθμούς που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη.
- Να καταλήξουν σε συμπεράσματα σχετικά με το πότε οι ενδιάμεσοι αριθμοί, που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη, είναι φυσικοί αριθμοί.
- Να διατυπώσουν έναν κανόνα σχετικά με τον υπολογισμό των ενδιάμεσων αριθμών, που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη, όταν οι ακραίοι αριθμοί είναι πολλαπλάσια ή μη του 5.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» και τη σχέση «σύστημα», καθώς και οι δύο εμπλέκονται στα χαρακτηριστικά των φυσικών αριθμών των οποίων η διαφορά διαιρείται με το 5.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να προσδιορίσουν τους ενδιάμεσους αριθμούς που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον προσδιορισμό των ενδιάμεσων αριθμών που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη, πληκτρολογώντας διάφορους φυσικούς αριθμούς στα άκρα της «Αριθμογραμμής». Από τη διαδικασία αυτή θα προκύψει ότι οι παραπάνω ενδιάμεσοι αριθμοί είναι φυσικοί αριθμοί, όταν οι φυσικοί αριθμοί στα δύο άκρα της «Αριθμογραμμής» είναι και οι δυο τέτοιοι που η διαφορά τους διαιρείται με το 5. Επίσης, ότι σε κάθε άλλη περίπτωση μεταξύ αυτών των ενδιάμεσων αριθμών υπάρχουν και δεκαδικοί.

Στη συνέχεια οι μαθητές καταγράφουν τους αριθμούς που πληκτρολογούν στα άκρα της «Αριθμογραμμής», καθώς και τους ενδιάμεσους αριθμούς που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη, με σκοπό να προσδιορίσουν έναν κανόνα σχετικό με τον υπολογισμό αυτών των ενδιάμεσων αριθμών με βάση τους ακραίους αριθμούς. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να κατευθύνει τους μαθητές να εξετάσουν τη διαφορά των δύο ακραίων αριθμών, καθώς και το πηλίκο της όταν αυτή διαιρείται με το 5. Κατόπιν, να προσθέσουν το πηλίκο στο μικρότερο αριθμό, όπως επίσης και σε κάθε

ενδιάμεσο, προκειμένου να προσδιορίσουν τον επόμενο αριθμό. Κατόπιν αυτού, οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν στον εξής κανόνα:

«Οι ενδιάμεσοι αριθμοί, οι οποίοι διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη, μπορεί να υπολογιστούν, αν η διαφορά των δύο ακραίων αριθμών διαιρεθεί με το 5 και το πηλίκο αυτών είτε προστεθεί στο μικρότερο είτε αφαιρεθεί από το μεγαλύτερο, καθώς και στους άλλους ενδιάμεσους αριθμούς, προκειμένου να βρεθεί ο επόμενος ή ο προηγούμενος αριθμός.

Ακόμα θα είναι σε θέση να εξηγήσουν πότε οι παραπάνω ενδιάμεσοι αριθμοί είναι φυσικοί και πότε εμφανίζονται και δεκαδικοί. Δηλαδή, όταν η διαφορά είναι φυσικός αριθμός, πολλαπλάσιο του 5, τότε οι ενδιάμεσοι αριθμοί, που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη, είναι φυσικοί αριθμοί.

Για παράδειγμα, αν οι ακραίοι αριθμοί είναι οι: 18.471 και 18.476, τότε οι ενδιάμεσοι είναι φυσικοί αριθμοί, καθώς $18.476 - 18.471 = 5$. Δηλαδή, οι ενδιάμεσοι αριθμοί είναι 18.472, 18.473, 18.474 και 18.475.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον προσδιορισμό αριθμών που διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη και καταλήγουν σε συμπεράσματα σχετικά με το είδος των ενδιάμεσων αυτών αριθμών.

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 5**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

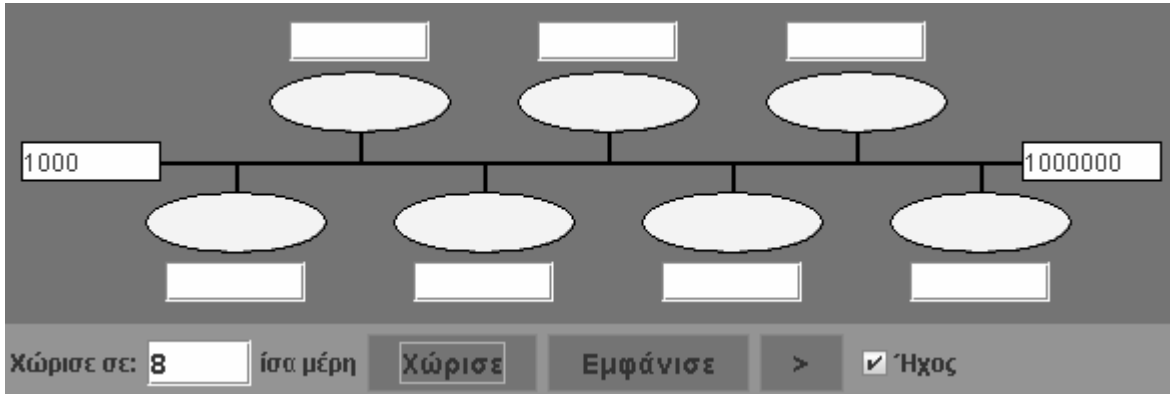
Η «Αριθμογραμμή» της σελίδας έχει χωριστεί σε πέντε ίσα μέρη και στα άκρα της έχουν πληκτρολογηθεί οι αριθμοί 18.471 και 18.476.

Μπορείτε να υπολογίσετε τους ενδιάμεσους αριθμούς που βρίσκονται στα σημεία χωρισμού;

Κάντε και άλλα παραδείγματα πληκτρολογώντας στα άκρα της αριθμογραμμής και άλλους φυσικούς αριθμούς.

Πότε και οι τέσσερις ενδιάμεσοι αριθμοί είναι φυσικοί;

Υπάρχει κάποιος κανόνας με τον οποίο να μπορούμε να υπολογίζουμε τους αριθμούς οι οποίοι χωρίζουν το διάστημα μεταξύ δύο άλλων αριθμών σε πέντε ίσα μέρη;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ 5**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Πληκτρολογήστε τους ενδιάμεσους αριθμούς οι οποίοι διαιρούν το διάστημα δύο φυσικών αριθμών σε πέντε ίσα μέρη και ελέγξτε το αποτέλεσμα πατώντας το κουμπί «Εμφάνισε». Πληκτρολογήστε και άλλους αριθμούς στα άκρα της αριθμογραμμής και υπολογίστε τους αντίστοιχους ενδιάμεσους αριθμούς. Πότε είναι φυσικοί αριθμοί αυτοί οι ενδιάμεσοι;

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ
ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ**

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να καταχωρίσουν στον πίνακα τιμών του προγράμματος τα δεδομένα που προέκυψαν από δύο ισομερή δείγματα μαθητών και μαθητριών και στη συνέχεια να τα αναπαραστήσουν με ραβδόγραμμα. Κατόπιν θα πρέπει να μελετήσουν τα δύο γραφήματα και να συμπεράνουν ποιο από τα δύο δείγματα παρακολουθεί λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα. Δεδομένου, όμως, ότι δεν είναι εύκολο να απαντήσουν στο ερώτημα της δραστηριότητας με τη βοήθεια του ραβδογράμματος, καλούνται να αναζητήσουν ένα δεύτερο τρόπο για να συμπεράνουν ποια ομάδα τελικά βλέπει λιγότερο χρόνο τηλεόραση. Το γεγονός ότι τα δύο δείγματα αποτελούνται από ισάριθμα μέλη θα δώσει την ευκαιρία για ενδιαφέρουσες συζητήσεις μεταξύ των μαθητών και του εκπαιδευτικού, προκειμένου να υπάρξει μία αξιόπιστη απάντηση.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να καταχωρίσουν και να αναπαραστήσουν τα δεδομένα τους σε ένα πρόγραμμα στατιστικής επεξεργασίας.
- Να εξάγουν συμπεράσματα κατόπιν σύγκρισης των γραφημάτων δύο συλλογών δεδομένων.
- Να αναζητήσουν και άλλους τρόπους σύγκρισης των δεδομένων των δύο ομάδων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση των δεδομένων των δυο δειγμάτων, καθώς και του αθροίσματός τους.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν τα δεδομένα τους στον πίνακα τιμών και στη συνέχεια να επιλέξουν τις δύο ομάδες δεδομένων για να έχουν τα ραβδογράμματά τους.

Οι μαθητές χρησιμοποιούν το πρόγραμμα της «Στατιστικής», προκειμένου να καταχωρίσουν τα δεδομένα των δύο δειγμάτων. Επιλέγουν τις δύο πρώτες στήλες και αναπαριστούν με ραβδογράμματα τα δεδομένα των αγοριών. Επαναλαμβάνουν τη διαδικασία και για την ομάδα των κοριτσιών. Στη συνέχεια εξετάζουν τα δύο ραβδογράμματα, με σκοπό να συμπεράνουν ποια ομάδα παρακολουθεί λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα. Η φύση των δεδομένων είναι τέτοια, ώστε οι μαθητές να αντιμετωπίσουν δυσκολίες στο να καταλήξουν σε ένα συμπέρασμα και, ως εκ τούτου, να αναγκαστούν να υιοθετήσουν μία άλλη μέθοδο. Το γεγονός ότι τα δύο δείγματα μαθητών αποτελούνται από ισάριθμα μέλη θα τους οδηγήσει στο να αναπτύξουν ανάλογες στρατηγικές σύγκρισης των δύο δειγμάτων. Πιθανότερη στρατηγική προβλέπεται να είναι η σύγκριση του αθροίσματος των ωρών που παρακολουθούν τηλεόραση τα μέλη κάθε δείγματος. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, καθοδηγεί τους μαθητές να εξετάσουν το άθροισμα των δεδομένων κάθε δείγματος και να συζητήσουν αν από το άθροισμα των δεδομένων μπορούν να συμπεράνουν ποια ομάδα βλέπει τηλεόραση λιγότερες ώρες την εβδομάδα. Ακόμα, θα πρέπει να λάβει υπόψη του ότι η

δραστηριότητα που προτείνεται εδώ μπορεί να θεωρηθεί προκαταρκτική για τη σύγκριση δεδομένων δειγμάτων που αποτελούνται από μη ισάριθμα μέλη. Στην περίπτωση αυτή ο μέσος όρος είναι μια σχετικά αξιόπιστη μέθοδος και, όπως είναι γνωστό, ισούται με το άθροισμα των δεδομένων διά του πλήθους των δεδομένων.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη στατιστική επεξεργασία δεδομένων και τη σύγκριση αυτών, αρχικά με ραβδογράμματα και στη συνέχεια με αριθμητική επεξεργασία. Οι ομάδες αποτελούνται από το ίδιο πλήθος ατόμων, γεγονός που βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν ότι το άθροισμα των δεδομένων είναι ένας ενδεδειγμένος τρόπος για την εξαγωγή συμπερασμάτων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν με το λογισμικό «Στατιστική» να καταχωρίζουν, να οργανώνουν και να ερμηνεύουν δεδομένα, επιλέγοντας την αναπαράστασή τους με ραβδογράμματα.

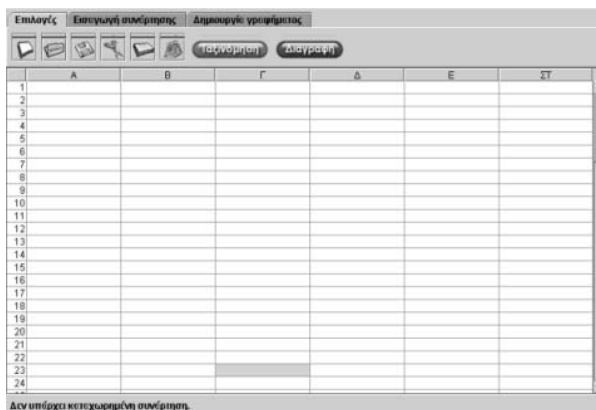
Η ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ο Γιαννάκης και η Μαρία αποφάσισαν να μάθουν τα μυστικά της τάξης τους. Δηλαδή να διαπιστώσουν αν τα αγόρια ή τα κορίτσια παρακολουθούν λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα. Ο Γιαννάκης ρώτησε τα αγόρια και η Μαρία τα κορίτσια. Οι απαντήσεις που πήραν έχουν ως εξής:

ΑΓΟΡΙΑ	ΩΡΕΣ	ΚΟΡΙΤΣΙΑ	ΩΡΕΣ
Κώστας	4	Αλέκα	3
Θανάσης	6	Τίνα	6
Γιώργος	5	Δήμητρα	4
Αλέκος	6	Ελένη	4
Βασίλης	3	Σοφία	5
Νίκος	4	Μαρία	3
Βαγγέλης	7	Ελευθερία	4
Λουκάς	5	Αρεπή	5
Αρης	2	Βασιλική	6
Δημήτρης	4	Γεωργία	4



Οι απαντήσεις των παιδιών

Σχηματίστε για κάθε ομάδα ξεχωριστά τα ραβδογράμματα των δεδομένων.

Μπορείτε, σύμφωνα με τα ραβδογράμματα, να συμπεράνετε αν τα αγόρια ή τα κορίτσια παρακολουθούν λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα;

Μπορείτε να σκεφτείτε κάποιον άλλο τρόπο για να απαντήσετε στο ίδιο ερώτημα;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

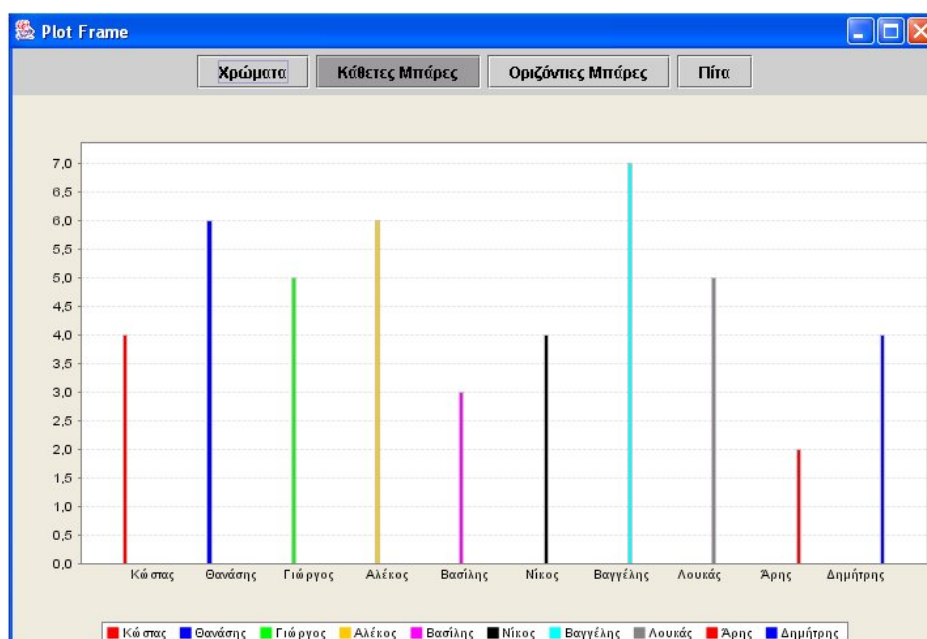
Η ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην πρώτη στήλη του πίνακα πληκτρολογήστε τα ονόματα των αγοριών και στη δεύτερη στήλη τις ώρες που καθένας τους παρακολουθεί τηλεόραση. Ομοίως, στην τρίτη στήλη πληκτρολογήστε τα ονόματα των κοριτσιών και στην τέταρτη τις ώρες που καθεμία βλέπει τηλεόραση. Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει τα δεδομένα για κάθε μαθητή:

Επιλογές		Εισαγωγή συνάρτησης		Δημιουργία γραφήματος	
					
				Ταξινόμηση	Διαγραφή
	A	B	Ε	ΣΤ	Γ
1	Κώστας	4	Αλέκα	3	
2	Θανάσης	6	Τίνα	6	
3	Γιώργος	5	Δήμητρα	4	
4	Αλέκος	6	Ελένη	4	
5	Βασίλης	3	Σοφία	5	
6	Νίκος	4	Μαρία	3	
7	Βαγγέλης	7	Ελευθερία	4	
8	Λουκάς	5	Αρετή	5	
9	Άρης	2	Βασλική	6	
10	Δημήτρης	4	Γεωργία	4	
11					

Για να κάνετε το ραβδόγραμμα των αγοριών επιλέξτε τις δύο πρώτες στήλες και στη συνέχεια πατήστε «Δημιουργία γραφήματος». Κατόπιν επιλέξτε «Ραβδογράμματα» για να εμφανιστεί το ραβδόγραμμα των αγοριών. Επαναλάβετε τη διαδικασία και για τα κορίτσια, αφού πρώτα επιλέξετε τα δεδομένα στις στήλες C και D. Μπορείτε, σύμφωνα με τα ραβδογράμματα, να διαπιστώσετε αν τα αγόρια ή τα κορίτσια παρακολουθούν λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα;





Υπολογίστε το άθροισμα των ωρών που προέκυψαν, αντίστοιχα, από τις απαντήσεις των αγοριών και των κοριτσιών. Μπορείτε τώρα να πείτε ποιοι παρακολουθούν λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να καταχωρίσουν στον πίνακα τιμών του προγράμματος τα δεδομένα που προέκυψαν από δύο μη ισομερή δείγματα μαθητών και μαθητριών και στη συνέχεια να τα αναπαραστήσουν με ραβδόγραμμα. Κατόπιν θα πρέπει να μελετήσουν τα δύο γραφήματα και να συμπεράνουν ποιο δείγμα μαθητών παρακολουθεί λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα. Δεδομένου, όμως, ότι δεν είναι εύκολο να απαντήσουν στο ερώτημα της δραστηριότητας με τη βοήθεια του ραβδογράμματος, καλούνται να αναζητήσουν ένα δεύτερο τρόπο για να καταλήξουν σε ένα συμπέρασμα, κάτι που σε αυτή την περίπτωση δεν είναι εύκολο, καθώς τα δύο δείγματα δεν αποτελούνται από ισάριθμα μέλη. Η κατάσταση αυτή, αναμένεται να δώσει την ευκαιρία για ενδιαφέρουσες συζητήσεις μεταξύ των μαθητών και του εκπαιδευτικού, προκειμένου να υπάρξει μία αξιόπιστη απάντηση. Τελικά αναμένεται οι μαθητές να δώσουν νόημα στη διαίρεση του αθροίσματος των ωρών κάθε δείγματος με το πλήθος των μελών της και έτσι να προκύψει μια αξιόπιστη μέθοδος σύγκρισης των δύο δειγμάτων, που δεν είναι άλλη από το μέσο όρο.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να καταχωρίσουν και να αναπαραστήσουν τα δεδομένα τους σε ένα πρόγραμμα στατιστικής επεξεργασίας.
- Να εξάγουν συμπεράσματα κατόπιν σύγκρισης των γραφημάτων δύο συλλογών δεδομένων.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη υπολογισμού του μέσου όρου των δεδομένων κάθε ομάδας.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση των δεδομένων των δύο δειγμάτων, καθώς και του μέσου όρου αυτών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν τα δεδομένα τους στον πίνακα τιμών και στη συνέχεια να επιλέξουν τα ραβδόγραμμα με τα δεδομένα των δύο δειγμάτων.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στο πρόγραμμα της «Στατιστικής», προκειμένου να καταχωρίσουν τα δεδομένα των δύο δειγμάτων. Επιλέγουν τις δύο πρώτες στήλες και αναπαριστούν με ραβδόγραμμα τα δεδομένα των αγοριών. Επαναλαμβάνουν τη διαδικασία και για την ομάδα των κοριτσιών. Στη συνέχεια εξετάζουν τα δύο ραβδόγραμμα, με σκοπό να συμπεράνουν ποιο δείγμα παρακολουθεί λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα. Η φύση των δεδομένων είναι τέτοια, ώστε οι μαθητές να αντιμετωπίσουν δυσκολίες στο να καταλήξουν σε ένα συμπέρασμα και, ως εκ τούτου, να αναγκαστούν να υιοθετήσουν άλλη μέθοδο. Το γεγονός ότι τα δύο δείγματα δεν αποτελούνται από ισάριθμα μέλη, και σε συνδυασμό με τις εμπειρίες που απέκτησαν από τη δραστηριότητα «Η τηλεόραση», αναμένεται να παρακινήσει τους μαθητές να αναπτύξουν ανάλογες στρατηγικές σύγκρισης των δύο δειγμάτων. Πιθανότερη

στρατηγική προβλέπεται να είναι η σύγκριση του αθροίσματος των ωρών κάθε δείγματος. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, καθοδηγεί τους μαθητές να εξετάσουν αν το άθροισμα των ωρών κάθε δείγματος μπορεί να είναι μία αξιόπιστη μέθοδος σύγκρισης των δύο δεδομένων και να συζητήσουν αν διαιρώντας κάθε άθροισμα με το αντίστοιχο πλήθος των δεδομένων, μπορούν να συμπεράνουν ποιο δείγμα παρακολουθεί τηλεόραση λιγότερες ώρες την εβδομάδα. Καθώς η διαίρεση από τα δεδομένα των αγοριών θα δώσει αποτέλεσμα 3 και των κοριτσιών (που είναι λιγότερα) 3,5, οι μαθητές καλούνται να εξηγήσουν γιατί τα λιγότερα δεδομένα δίνουν μεγαλύτερο αποτέλεσμα και αν αυτό σημαίνει ότι τελικά τα κορίτσια βλέπουν περισσότερες ώρες τηλεόραση κατά μέσο όρο.

Η κατάσταση αυτή είναι η καταλληλότερη, ώστε ο εκπαιδευτικός να ενισχύσει μια συζήτηση μέσα στην τάξη σχετικά με το μέσο όρο και τη σημασία του στη σύγκριση δεδομένων από μη ισομερή δείγματα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη στατιστική επεξεργασία δεδομένων και τη σύγκριση αυτών, αρχικά με ραβδογράμματα και στη συνέχεια με τη βοήθεια του μέσου όρου. Ωστόσο τα δείγματα δεν αποτελούνται από ισάριθμα μέλη, γεγονός που επιτρέπει στους μαθητές κατανοήσουν ότι το άθροισμα των δεδομένων δεν είναι πλέον ένας ορθός τρόπος για την εξαγωγή συμπερασμάτων, καθώς και ότι η διαίρεση του αθροίσματος με το πλήθος έχει διαφορετικό νόημα και τελικά είναι η κατάλληλη μέθοδος για τη σύγκριση των δύο ομάδων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

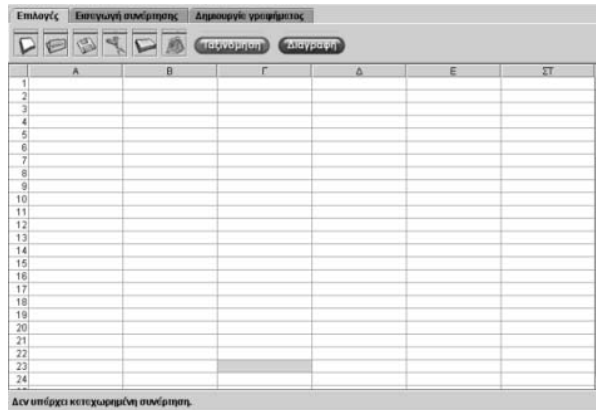
Οι μαθητές μπορούν με το λογισμικό «Στατιστική» να καταχωρίζουν, να οργανώνουν και να ερμηνεύουν δεδομένα, επιλέγοντας την αναπαράστασή τους με ραβδογράμματα.

ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ο Γιαννάκης και η Μαρία αποφάσισαν να μάθουν τα μυστικά της τάξης τους. Δηλαδή να διαπιστώσουν αν τα αγόρια ή τα κορίτσια παρακολουθούν λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα. Ο Γιαννάκης ρώτησε τα αγόρια και η Μαρία τα κορίτσια. Οι απαντήσεις που πήραν έχουν ως εξής:

ΑΓΟΡΙΑ	ΩΡΕΣ	ΚΟΡΙΤΣΙΑ	ΩΡΕΣ
Βασίλης	2	Χριστίνα	3
Θανάσης	3	Τίνα	3
Γιώργος	4	Βασιλική	4
Πάνος	3	Ελένη	4
Κώστας	3	Σοφία	2
Νίκος	2	Μαρία	3
Βαγγέλης	4	Ελευθερία	4
Τάκης	3	Αρετή	5
Άρης	2		
Δημήτρης	4		



Οι απαντήσεις των παιδιών

Σχηματίστε για κάθε ομάδα ξεχωριστά τα ραβδογράμματα των δεδομένων.

Μπορείτε, σύμφωνα με τα ραβδογράμματα, να συμπεράνετε αν κατά μέσο όρο τα αγόρια ή τα κορίτσια παρακολουθούν λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα;

Μπορείτε να σκεφτείτε κάποιον άλλο τρόπο για να απαντήσετε στο ίδιο ερώτημα;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

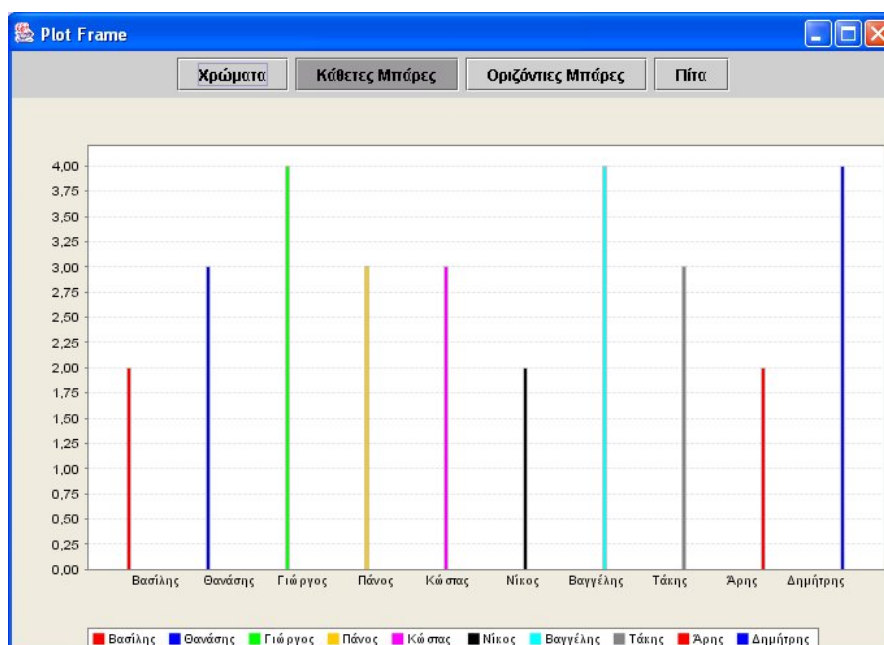
ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ

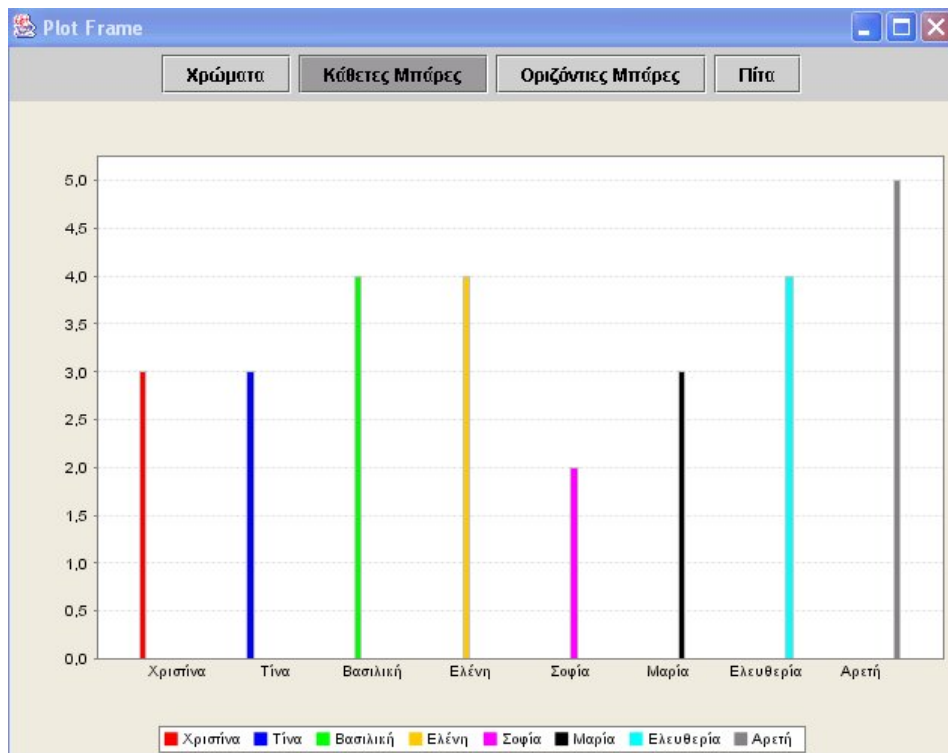
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην πρώτη στήλη του πίνακα πληκτρολογήστε τα ονόματα των αγοριών και στη δεύτερη στήλη τις ώρες που καθένας τους παρακολουθεί τηλεόραση. Ομοίως, στην τρίτη στήλη πληκτρολογήστε τα ονόματα των κοριτσιών και στην τέταρτη τις ώρες που καθεμία βλέπει τηλεόραση. Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει τα δεδομένα για κάθε μαθητή:

Επιλογές		Εισαγωγή συνάρτησης		Δημιουργία γραφήματος	
				Ταξινόμηση	Διαγραφή
	A	B	Γ	Δ	E
1	Βασίλης	2	Χριστίνα	3	
2	Θανάσης	3	Τίνα	3	
3	Γιώργος	4	Βασιλική	4	
4	Πάνος	3	Ελένη	4	
5	Κώστας	3	Σοφία	2	
6	Νίκος	2	Μαρία	3	
7	Βαγγέλης	4	Ελευθερία	4	
8	Τάκης	3	Αρετή	5	
9	Άρης	2			
10	Δημήτρης	4			
11					

Για να κάνετε το ραβδόγραμμα των αγοριών επιλέξτε τις δύο πρώτες στήλες και στη συνέχεια πατήστε «Δημιουργία γραφήματος». Κατόπιν επιλέξτε «Ραβδογράμματα» για να εμφανιστεί το ραβδόγραμμα των αγοριών. Επαναλάβετε τη διαδικασία και για τα κορίτσια, αφού πρώτα επιλέξετε τα δεδομένα στις στήλες C και D. Μπορείτε, σύμφωνα με τα ραβδογράμματα, να διαπιστώσετε ποια ομάδα παρακολουθεί περισσότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα;





Υπολογίστε το άθροισμα των ωρών που παρακολουθούν τηλεόραση τα αγόρια και τα κορίτσια ξεχωριστά. Μπορείτε τώρα να πείτε ποιοι παρακολουθούν λιγότερες ώρες τηλεόραση την εβδομάδα κατά μέσο όρο; Αν όχι, είναι αρκετό να διαιρέσετε κάθε άθροισμα με το πλήθος των παιδιών κάθε ομάδας;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΑ ΑΔΕΛΦΙΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να καταχωρίσουν στον πίνακα τιμών του προγράμματος τα δεδομένα που προέκυψαν από ένα δείγμα μαθητών και αφορούν το πλήθος των αδελφών που έχουν και στη συνέχεια να υπολογίσουν το ποσοστό των μαθητών που έχουν 0, 1, 2 ή 3 αδέρφια. Η κατάσταση αυτή, αναμένεται να δώσει την ευκαιρία για ενδιαφέρουσες συζητήσεις μεταξύ των μαθητών και του εκπαιδευτικού, προκειμένου να υπάρξει μία αξιόπιστη απάντηση. Για παράδειγμα, για να υπολογιστεί το ποσοστό κάθε περίπτωσης θα πρέπει πρώτα να υπολογιστεί η συχνότητα εμφάνισης των δεδομένων. Τέλος, καθώς το πρόγραμμα εμφανίζει μόνο το ηλικίο της διαίρεσης, οι μαθητές θα πρέπει να το πολλαπλασιάσουν με το 100 για να εκφράσουν το ποσοστό.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να καταχωρίσουν τα δεδομένα τους σε ένα πρόγραμμα στατιστικής επεξεργασίας.
- Να εξάγουν συμπεράσματα για το ποσοστό κάθε τιμής της μεταβλητής.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη υπολογισμού της συχνότητας εμφάνισης των τιμών, ως προϋπόθεση για τον υπολογισμό του ποσοστού.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση των δεδομένων του δείγματος.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν τα δεδομένα τους στον πίνακα τιμών του προγράμματος και στη συνέχεια να υπολογίσουν το ποσοστό κάθε τιμής της μεταβλητής.

Οι μαθητές πληκτρολογούν στην πρώτη στήλη το πλήθος των αδελφών που άντλησαν από τα δεδομένα τους (0, 1, 2, 3) –δηλαδή τις τιμές της μεταβλητής *αριθμός αδελφών*– και στη δεύτερη στήλη τον αριθμό εμφάνισης κάθε τιμής, δηλαδή τη συχνότητα κάθε τιμής. Στη συνέχεια υπολογίζουν το άθροισμα των συχνοτήτων των τιμών είτε με τη βοήθεια του προγράμματος είτε με άλλο τρόπο. Κατόπιν υπολογίζουν το ηλικίο κάθε συχνότητας προς το άθροισμα. Τέλος το αποτέλεσμα που προκύπτει το πολλαπλασιάζουν με το 100 και βρίσκουν το ποσοστό εμφάνισης κάθε τιμής. Έτσι οι μαθητές μπορούν να προσδιορίσουν τι ποσοστό μαθητών δεν έχει καθόλου αδέρφια ή έχει από 1 έως 3. Ωστόσο, ο εκπαιδευτικός καθοδηγεί τους μαθητές να κάνουν στρογγυλοποιήσεις στα αποτελέσματά τους και να σκεφτούν τι εκφράζει το ποσοστό σε σχέση με το πλήθος των αδελφών της κατανομής. Συγκεκριμένα, λαμβάνοντας υπόψη ότι το ποσοστό όσων δεν έχουν αδέρφια είναι 0,25 ή 25%, οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν ότι το ποσοστό αυτό εκφράζει το πλήθος των μαθητών που έχουν 0 αδέρφια στους 100 μαθητές.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη συχνότητα και τη σχετική συχνότητα εμφάνισης των τιμών μιας μεταβλητής.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν με το λογισμικό «Στατιστική» να καταχωρίζουν, να οργανώνουν και να ερμηνεύουν δεδομένα, επιλέγοντας την αναπαράστασή τους με ραβδογράμματα.

ΤΑ ΑΔΕΛΦΙΑ**2. Φύλλο εργασίας**

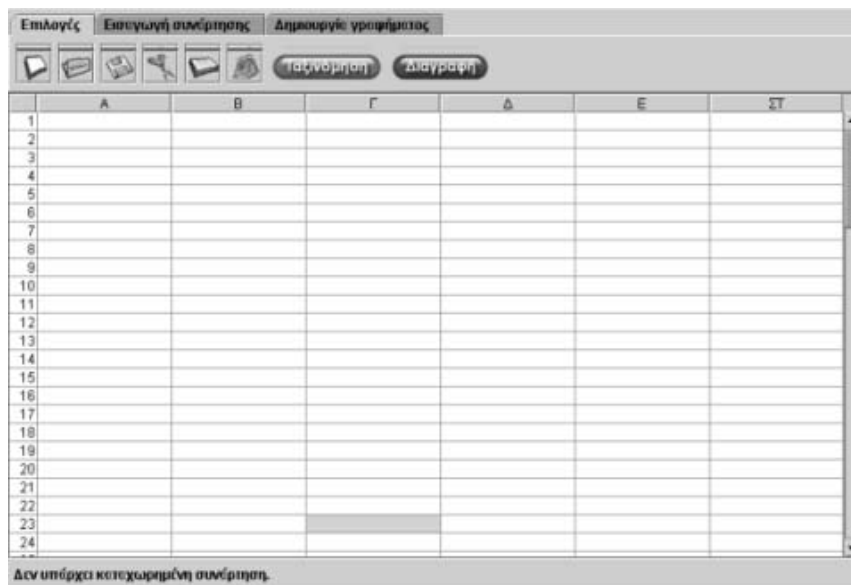
Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στην ερώτηση «Πόσα αδέρφια έχετε;» δώδεκα μαθητές απάντησαν ως εξής:
Γιώργος: 2, Νίκος: 3, Θανάσης: 1, Αλέκος: 0, Εύη: 1, Μαρία: 1, Χριστίνα: 0, Χρήστος:
1, Ευτυχία: 2, Ξένια: 2, Δημήτρης: 0, Τίνα: 1.

Μπορείτε στον παρακάτω πίνακα να καταγράψετε τον αριθμό των μαθητών που έχουν από κανένα μέχρι τρία αδέρφια;

Τι ποσοστό των μαθητών δεν έχει καθόλου αδέρφια;

Τι ποσοστό των μαθητών έχει ένα, δύο ή τρία αδέρφια;



	A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΑ ΑΔΕΛΦΙΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στα κελιά της στήλης Α καταγράψτε τους αριθμούς: 0, 1, 2 και 3, οι οποίοι φανερώνουν το πλήθος των αδελφών κάθε μαθητή. Στη στήλη Β πληκτρολογήστε τον αριθμό που δείχνει πόσοι μαθητές έχουν από κανένα μέχρι τρία αδέρφια. Τα δεδομένα παρουσιάζονται στην παρακάτω εικόνα.

Επιλογές Εισαγωγή συνάρτησης Δημιουργία γραφήματος						
Τίτλος:		G2:G5	*	G7	>	A2:A5
						<input type="button" value="Εισαγωγή"/> <input type="button" value="Διαγραφή"/>
	Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	Αριθμός αδελφών	Αριθμός μαθητών				
2	0	3				
3	1	5				
4	2	3				
5	3	1				
6						
7						

Στην εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζεται η διαδικασία υπολογισμού του ποσοστού για καθένα από τους αριθμούς: 0, 1, 2 και 3. Όπως παρατηρείτε:

- Το ποσοστό των μαθητών που δεν έχουν αδέρφια είναι 0,25 ή 25%.
- Το ποσοστό των μαθητών που έχουν έναν αδελφό είναι 0,4166 ή 41,66%.
- Το ποσοστό των μαθητών που έχουν δύο αδέρφια είναι 0,25 ή 25%.
- Το ποσοστό των μαθητών που έχουν τρία αδέρφια είναι 0,083 ή 8,3%.

Επιλογές Εισαγωγή συνάρτησης Δημιουργία γραφήματος						
Τίτλος:			+		>	
						<input type="button" value="Εισαγωγή"/> <input type="button" value="Διαγραφή"/>
	Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	Αριθμός αδελφών	Αριθμός μαθητών	Σχετική συχνότητα	Σχετική συχνότητα επί τοις %		
2	0	3	0,25	25,0		
3	1	5	0,41666666	41,666664		
4	2	3	0,25	25,0		
5	3	1	0,083333336	8,333334		
6						
7		12,0				
8						
9			100			
10						

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Ο ΚΑΙΡΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να καταχωρίσουν στον πίνακα τιμών του προγράμματος τα δεδομένα που προέκυψαν από την παρατήρηση της μέγιστης ημερήσιας θερμοκρασίας σε έναν τόπο για 30 ημέρες. Κατόπιν να δημιουργήσουν το σχετικό ραβδόγραμμα και να υπολογίσουν τη συχνότητα εμφάνισης κάθε τιμής, καθώς και το μέσο όρο των τιμών. Η κατάσταση αυτή αναμένεται να δώσει την ευκαιρία για ενδιαφέρουσες συζητήσεις μεταξύ των μαθητών και του εκπαιδευτικού. Μερικά θέματα που μπορούν να τεθούν προς συζήτηση είναι η επικρατούσα τιμή, πόσο διαφέρει ο μέσος όρος από την επικρατούσα τιμή και τι σχέση έχουν μεταξύ τους.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να καταχωρίσουν τα δεδομένα τους σε ένα πρόγραμμα στατιστικής επεξεργασίας.
- Να αναπαραστήσουν τη συχνότητα εμφάνισης κάθε τιμής με γράφημα.
- Να εξάγουν το μέσο όρο των τιμών της μεταβλητής.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη υπολογισμού της συχνότητας εμφάνισης των τιμών, για τη γρηγορότερη εύρεση του μέσου όρου των τιμών, όταν αυτές είναι παρά πολλές.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση των δεδομένων του δείγματος, καθώς και του μέσου όρου αυτών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν τα δεδομένα τους στον πίνακα τιμών του προγράμματος και στη συνέχεια να υπολογίσουν το μέσο όρο των τιμών της μεταβλητής.

Οι μαθητές πληκτρολογούν στην πρώτη στήλη τις διαφορετικές τιμές που είχε η μέγιστη θερμοκρασία στη διάρκεια 30 ημερών. Στη δεύτερη στήλη πληκτρολογούν τη συχνότητα εμφάνισης των τιμών, δίνοντας το σχετικό αριθμό στην αντίστοιχη γραμμή. Στη συνέχεια επιλέγουν «Δημιουργία γραφήματος» και κατόπιν «Ραβδόγραμμα» ή «ΧΨ γράφημα». Εδώ ο εκπαιδευτικός μπορεί να αναπτύξει με τους μαθητές του μία συζήτηση σχετικά με την επικρατούσα τιμή. Τέλος υπολογίζουν το άθροισμα των συχνοτήτων των τιμών είτε με τη βοήθεια του προγράμματος είτε με κάποια άλλη μέθοδο. Στόχος τους είναι να υπολογίσουν το μέσο όρο των τιμών της μεταβλητής. Για το λόγο αυτό πολλαπλασιάζουν κάθε τιμή με τη συχνότητά της και προσθέτουν τα αποτελέσματα. Στη συνέχεια διαιρούν το άθροισμα αυτών με το άθροισμα των συχνοτήτων.

Ωστόσο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να υπολογίσουν το μέσο όρο εφαρμόζοντας και έναν άλλο τρόπο: να προσθέσουν όλες τις τιμές της μέγιστης θερμοκρασίας και να διαιρέσουν το αποτέλεσμα με το 30. Έτσι οι μαθητές θα κατανοήσουν καλύτερα τη διευκόλυνση που τους παρέχει η πρώτη μέθοδος, αφού θα χρειαστεί να κάνουν λιγότερες πράξεις. Ακόμη, μπορεί να τους καθοδηγήσει να

συγκρίνουν την επικρατούσα τιμή με το μέσο όρο και να σκεφτούν πότε οι δύο αυτές τιμές θα συνέπιπταν. Τέλος μπορεί να θέσει ερωτήματα που αφορούν το μέσο όρο σε ειδικές, όμως, περιπτώσεις. Ένα παράδειγμα είναι να τροποποιήσει μερικές από τις 30 τιμές και κατόπιν να ζητήσει από τους μαθητές να τροποποιήσουν και οι ίδιοι κατάλληλα κάποιες άλλες, με προϋπόθεση όμως να μη μεταβληθεί ο μέσος όρος. Παρακάτω δίνουμε μερικά υποθετικά ερωτήματα που θα μπορούσε να θέσει:

«Την επόμενη χρονιά στον ίδιο τόπο συνέβη το εξής: Την πρώτη μέρα του μήνα είχαμε καύσωνα και η μέγιστη τιμή έφτασε τους 40°C. Τις επόμενες ημέρες είχαμε την ίδια θερμοκρασία, με εξαίρεση την τελευταία μέρα, που είχαμε πολύ χαμηλή θερμοκρασία. Αν ο μέσος όρος των μεγίστων τιμών των θερμοκρασιών παρέμεινε ο ίδιος, μπορείτε να βρείτε τη θερμοκρασία της τελευταίας ημέρας;»

«Μπορείτε να προβλέψετε το νέο μέσο όρο, αν η τιμή μιας συχνότητας αυξηθεί κατά 1 βαθμό και η τιμή μίας άλλης μειωθεί κατά 1 βαθμό;»

«Μπορείτε να υπολογίσετε τη σχετική συχνότητα –το ποσοστό εμφάνισης κάθε τιμής– και στη συνέχεια να συγκρίνετε τα γραφήματα της συχνότητας και της σχετικής συχνότητας;»

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη συχνότητα και τη σχετική συχνότητα εμφάνισης των τιμών μιας μεταβλητής.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν με το λογισμικό «Στατιστική» να καταχωρίζουν, να οργανώνουν και να ερμηνεύουν δεδομένα, επιλέγοντας την αναπαράστασή τους με ραβδογράμματα.

Ο ΚΑΙΡΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

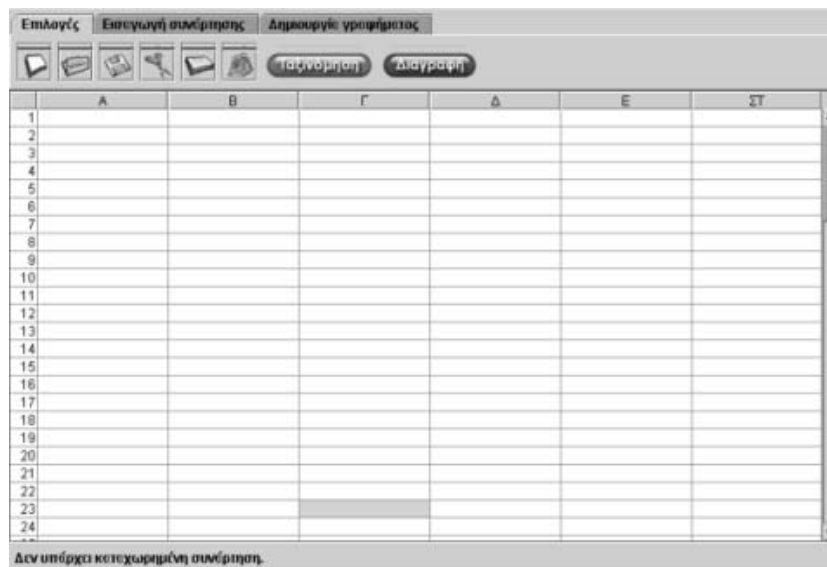
Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Οι μέγιστες ημερήσιες θερμοκρασίες για τον μήνα Ιούνιο, από την 1η έως την 30η ημέρα, ήταν οι εξής: 32, 33, 34, 31, 32, 32, 36, 38, 39, 36, 34, 35, 32, 32, 34, 32, 31, 32, 32, 34, 32, 29, 28, 30, 29, 30, 34, 32, 32, 30.

Μπορείτε να βρείτε τη συχνότητα εμφάνισης κάθε τιμής της θερμοκρασίας;

Στο πρόγραμμα της σελίδας καταχωρίστε τις τιμές των θερμοκρασιών και δημιουργήστε ένα ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

Μπορείτε να βρείτε το μέσο όρο των θερμοκρασιών για το μήνα Ιούνιο;

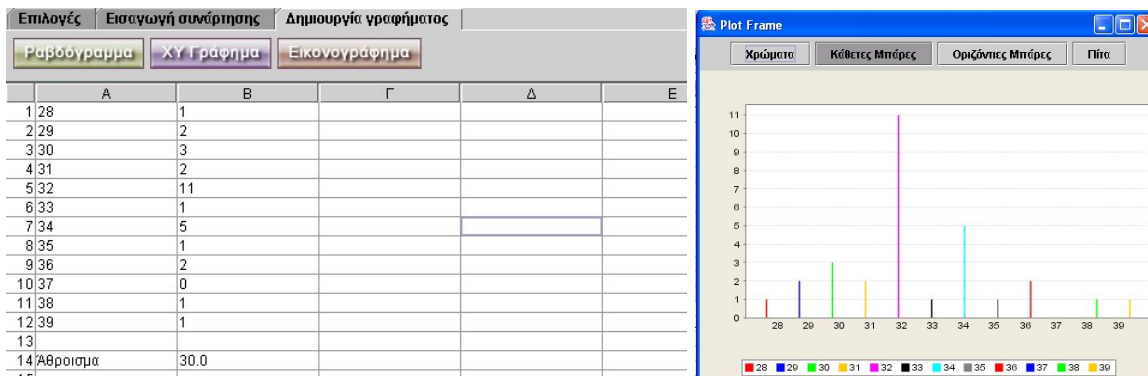


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

Ο ΚΑΙΡΟΣ

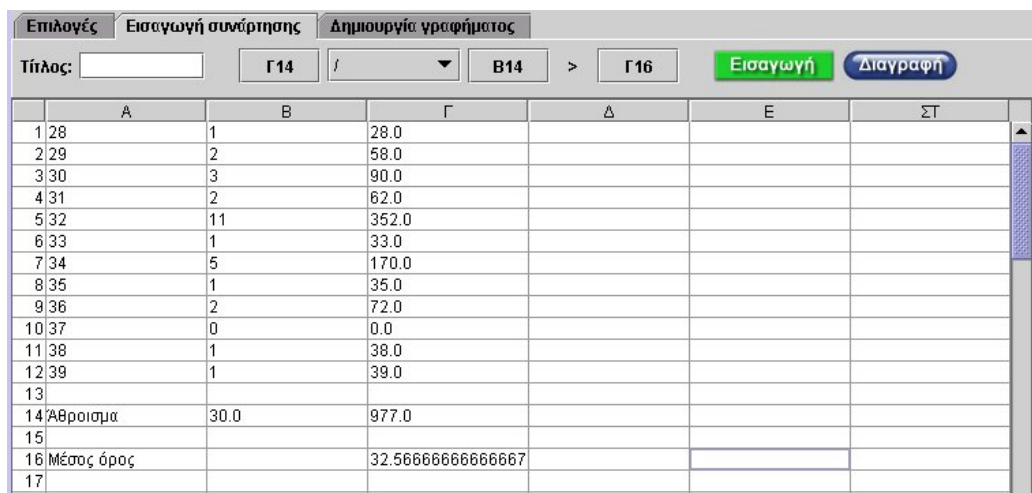
3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Πληκτρολογήστε τα δεδομένα στον πίνακα τιμών. Στην πρώτη στήλη τις διαφορετικές τιμές της θερμοκρασίας από 28 έως 39°C και στη δεύτερη τη συχνότητα κάθε θερμοκρασίας. Επιλέξτε «Δημιουργία γραφήματος» και στη συνέχεια «Ραβδόγραμμα». Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζεται η καταγραφή των δεδομένων στον πίνακα, καθώς και το ραβδόγραμμά τους.



Μπορείτε να περιγράψετε με δικά σας λόγια τη μεταβολή των θερμοκρασιών στη διάρκεια του μήνα Ιουνίου;

Για να βρείτε το μέσο όρο ζητήστε από το πρόγραμμα να υπολογίσει το γινόμενο των τιμών κάθε θερμοκρασίας με τη συχνότητά της και να καταγράψει το αποτέλεσμα στο αντίστοιχο κελί της τρίτης στήλης. Στη συνέχεια βρείτε το άθροισμα των γινομένων και διαιρέστε το με το πλήθος των τιμών που είναι 30. Δείτε την επόμενη εικόνα.



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΑ ΤΕΤΡΑΔΙΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να μεταφέρουν σε έναν πίνακα τιμών τα δεδομένα που παρουσιάζονται σε ένα ραβδόγραμμα. Κατόπιν να δημιουργήσουν τον πίνακα συχνοτήτων και να υπολογίσουν το μέσο όρο των τιμών αυτών. Το γεγονός αυτό απαιτεί από τους μαθητές να λειτουργούν αντίστροφα, δηλαδή να «διαβάζουν» σωστά ένα ραβδόγραμμα, να το επεξεργάζονται και να καταλήγουν σε σχετικά συμπεράσματα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναπαραστήσουν σε έναν πίνακα τιμών τα δεδομένα που παρουσιάζονται αριθμητικά σε ένα ραβδόγραμμα.
- Να επεξεργαστούν στατιστικά τα δεδομένα αυτά.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση των δεδομένων που προέρχονται από ένα ραβδόγραμμα.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν τα δεδομένα στον πίνακα τιμών και στη συνέχεια να τα επεξεργαστούν.

Οι μαθητές μεταφέρουν τα δεδομένα του ραβδογραμμάτος στις στήλες και τις γραμμές του προγράμματος «Στατιστική». Κατόπιν ελέγχουν αν η μεταφορά που έκαναν ήταν σωστή, δημιουργώντας το ίδιο ραβδόγραμμα και συγκρίνοντάς το με το δεδομένο. Στη συνέχεια προχωρούν στον υπολογισμό του μέσου όρου των τιμών της μεταβλητής. Έχοντας ως δεδομένο το ραβδόγραμμα των συχνοτήτων, θα πρέπει να υπολογίσουν το άθροισμα αυτών και στη συνέχεια να το διαιρέσουν με το πλήθος των μαθητών (δηλαδή με το 6).

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, καθοδηγεί τους μαθητές να εξετάσουν προσεκτικά τα δεδομένα που περιγράφονται στο ραβδόγραμμα, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο θα μεταφερθούν στον πίνακα τιμών. Στην πρώτη στήλη του πίνακα θα πληκτρολογήσουν τις τιμές του οριζόντιου άξονα, ενώ στη δεύτερη τις αξίες των προηγούμενων τιμών (όπως εμφανίζονται στον κατακόρυφο άξονα).

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη στατιστική επεξεργασία δεδομένων που προέρχονται από ένα δεδομένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν με το λογισμικό «Στατιστική» να καταχωρίζουν, να οργανώνουν και να ερμηνεύουν δεδομένα, τα οποία και «διαβάζουν» από την αναπαράστασή τους με ραβδογράμματα.

ΠΟΣΑ ΤΕΤΡΑΔΙΑ

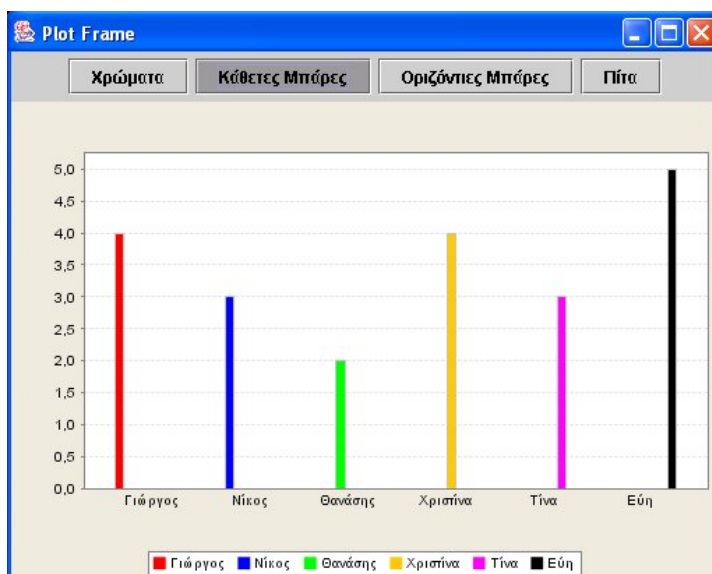
2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζονται σε ραβδόγραμμα οι απαντήσεις που έδωσαν έξι μαθητές στην ερώτηση «Πόσα τετράδια έχεις στην τσάντα σου».

Μπορείτε να δημιουργήσετε έναν πίνακα συχνοτήτων του αριθμού των τετραδίων;

Μπορείτε να βρείτε το μέσο όρο του αριθμού των τετραδίων για τους έξι μαθητές;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΣΑ ΤΕΤΡΑΔΙΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα της σελίδας για να πληκτρολογήσετε στην πρώτη στήλη τον αριθμό των τετραδίων: 2, 3, 4, 5 και στη δεύτερη στήλη την απάντηση κάθε μαθητή. Στη συνέχεια βρείτε το μέσο όρο αυτών.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΜΕΣΟ ΟΡΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να μεταφέρουν σε έναν πίνακα τιμών τα δεδομένα που παρουσιάζονται σε ένα εικονόγραμμα. Κατόπιν να δημιουργήσουν τον πίνακα συχνοτήτων και να υπολογίσουν το μέσο όρο των τιμών αυτών. Το γεγονός αυτό απαιτεί από τους μαθητές να λειτουργούν αντίστροφα, δηλαδή να «διαβάζουν» σωστά ένα γράφημα, να το επεξεργάζονται και να καταλήγουν σε σχετικά συμπεράσματα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αναπαραστήσουν σε έναν πίνακα τιμών τα δεδομένα που παρουσιάζονται σε ένα γράφημα.
- Να επεξεργαστούν στατιστικά δεδομένα που αναπαριστώνται με γράφημα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση των δεδομένων που προέρχονται από ένα γράφημα.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν τα δεδομένα στον πίνακα τιμών και στη συνέχεια να τα επεξεργαστούν.

Οι μαθητές μεταφέρουν τα δεδομένα του γραφήματος στις στήλες και τις γραμμές του προγράμματος «Στατιστική». Κατόπιν ελέγχουν αν η μεταφορά που έκαναν ήταν σωστή, δημιουργώντας το ίδιο γράφημα και συγκρίνοντάς το με το δεδομένο. Στη συνέχεια προχωρούν στον υπολογισμό του μέσου όρου των τιμών της μεταβλητής. Έχοντας ως δεδομένο το εικονόγραμμα των συχνοτήτων, θα πρέπει να υπολογίσουν το άθροισμα αυτών και στη συνέχεια να το διαιρέσουν με το πλήθος των μαθητών (δηλαδή με το 10).

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, καθοδηγεί τους μαθητές να εξετάσουν προσεκτικά τα δεδομένα που περιγράφονται στο γράφημα, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο θα μεταφερθούν στον πίνακα τιμών. Στην πρώτη στήλη του πίνακα θα πληκτρολογήσουν τις τιμές του οριζόντιου άξονα, ενώ στη δεύτερη τις αξίες των προηγούμενων τιμών (όπως εμφανίζονται στον κατακόρυφο άξονα).

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

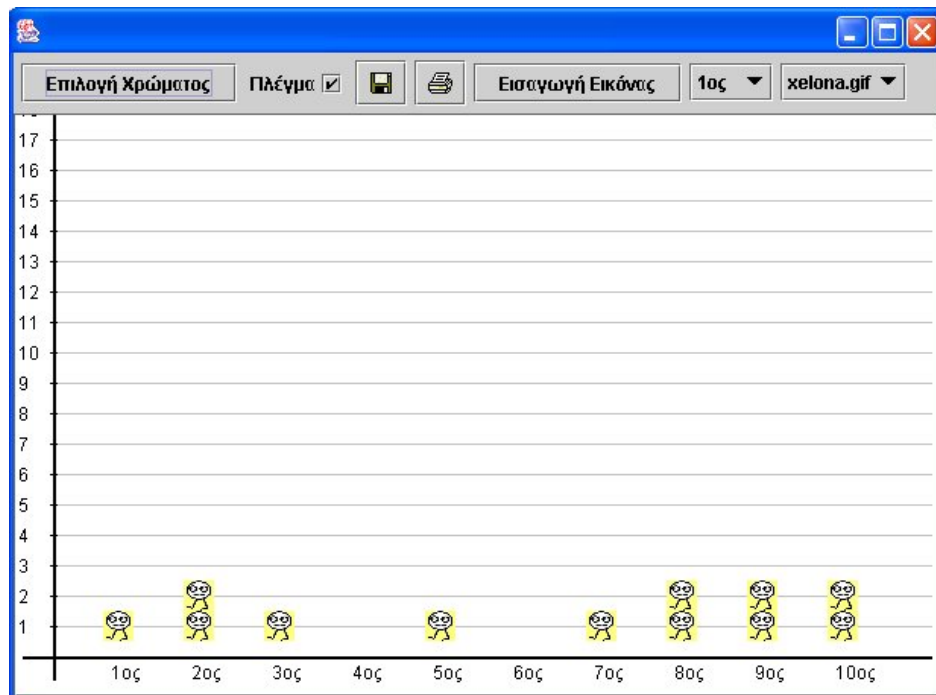
Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη στατιστική επεξεργασία δεδομένων που προέρχονται από ένα δεδομένο γράφημα συχνοτήτων.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν με το λογισμικό «Στατιστική» να καταχωρίζουν, να οργανώνουν και να ερμηνεύουν δεδομένα, τα οποία και «διαβάζουν» από την αναπαράστασή τους με εικονογράμματα.

ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΜΕΣΟ ΟΡΟ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:



Δέκα μαθητές ρωτήθηκαν πόσα αδελφία έχουν. Οι απαντήσεις τους παρουσιάζονται στο παραπάνω εικονόγραμμα.

Μπορείτε να κάνετε ένα ραβδόγραμμα με τις απαντήσεις των μαθητών;

Ποιος είναι ο μέσος όρος των αδελφών για τους δέκα μαθητές;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΒΡΕΙΤΕ ΤΟ ΜΕΣΟ ΟΡΟ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Στην πρώτη στήλη του πίνακα πληκτρολογήστε τα ονόματα των μαθητών: 1ος, 2ος, 3ος κτλ. και στη δεύτερη στήλη τις απαντήσεις των μαθητών. Κάντε το ραβδόγραμμα και βρείτε το μέσο όρο.

Στο πρόγραμμα, με την επιλογή «Εισαγωγή συνάρτησης», μπορείτε αμέσως να βρείτε το μέσο όρο. Επιλέξτε τα κελιά της δεύτερης στήλης με τις απαντήσεις των μαθητών και στη συνέχεια επιλέξτε το πρώτο γκρι κελί δίπλα στην επιλογή «Τίτλος». Θα εμφανιστεί το «B1:B10». Στο επόμενο κελί πατήστε την εντολή «Μέσος Όρος». Ακολουθώντας επιλέξτε ένα ελεύθερο κελί στο οποίο θέλετε να εμφανιστεί ο μέσος όρος. Κατόπιν επιλέξτε το γκρι κουτάκι μετά το σημείο «>». Θα εμφανιστεί το «B12», αν βέβαια έχετε επιλέξει αυτό. Τέλος πατήστε «Εισαγωγή» και στο κελί B12 θα εμφανιστεί ο μέσος όρος. Δείτε την εικόνα που ακολουθεί.

Επιλογές		Εισαγωγή συνάρτησης		Δημιουργία γραφήματος		
Τίτλος:	<input type="text"/>	B1:B10	Μέσος Όρος ▼	>	B12	
				<input type="button" value="Εισαγωγή"/>	<input type="button" value="Διαγραφή"/>	
	A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	1ος	1				
2	2ος	2				
3	3ος	3				
4	4ος	0				
5	5ος	1				
6	6ος	0				
7	7ος	1				
8	8ος	2				
9	9ος	2				
10	10ος	2				
11						
12		1.4				
13						

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΧΑΡΤΖΙΛΙΚΙ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να μεταφέρουν σε έναν πίνακα τιμών τα δεδομένα που προέκυψαν από ένα δείγμα οκτώ μαθητών. Κατόπιν να δημιουργήσουν το σχετικό ραβδόγραμμα των τιμών, καθώς και τον πίνακα συχνοτήτων. Τέλος να υπολογίσουν το μέσο όρο των τιμών αυτών.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να καταχωρίσουν τα δεδομένα τους σε έναν πίνακα τιμών, προκειμένου να δημιουργήσουν το σχετικό πίνακα συχνοτήτων.
- Να επεξεργαστούν στατιστικά τα δεδομένα που αναπαριστώνται στον πίνακα τιμών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη διαπραγμάτευση των δεδομένων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν τα δεδομένα τους σε έναν πίνακα τιμών, προκειμένου να δημιουργήσουν το σχετικό πίνακα συχνοτήτων και να υπολογίσουν το μέσο όρο αυτών.

Οι μαθητές καταγράφουν τα δεδομένα τους στις στήλες και τις γραμμές ενός πίνακα τιμών που έχουν δημιουργήσει στο χαρτί τους και σχεδιάζουν το ραβδόγραμμα αυτών. Στη συνέχεια καταγράφουν τα δεδομένα τους σε έναν πίνακα τιμών του προγράμματος «Στατιστική» και δημιουργούν το σχετικό πίνακα συχνοτήτων. Στην πρώτη περίπτωση, στο χαρτί, και συγκεκριμένα στα κελιά της πρώτης στήλης μεταφέρουν τα ονόματα των μαθητών: 1ος, 2ος κτλ., ενώ στα κελιά της δεύτερης στήλης τον αριθμό εμφάνισης κάθε τιμής της μεταβλητής. Κατόπιν δημιουργούν το σχετικό ραβδόγραμμα των τιμών και υπολογίζουν το μέσο όρο αυτών. Στη δεύτερη περίπτωση, στο πρόγραμμα «Στατιστική», προκειμένου να δημιουργήσουν τον πίνακα συχνοτήτων, μεταφέρουν στα κελιά της πρώτης στήλης τις τιμές της μεταβλητής που εμφανίζονται στα δεδομένα: 1 (ευρώ), 2 (ευρώ) και 3 (ευρώ), ενώ στα κελιά της δεύτερης στήλης τους αριθμούς εμφάνισης κάθε τιμής. Για τον υπολογισμό του μέσου όρου πολλαπλασιάζουν κάθε τιμή της μεταβλητής με το πλήθος της και, αφού προσθέσουν τα γινόμενα, διαιρούν το αποτέλεσμα με το πλήθος 8.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, καθοδηγεί τους μαθητές να συγκρίνουν τους δύο τρόπους αναπαράστασης των δεδομένων, καθώς και τη μέθοδο υπολογισμού του μέσου όρου υπό το πρίσμα του μεγάλου πλήθους δεδομένων. Συνεπώς, όταν τα δεδομένα είναι λίγα, δεν προκύπτουν προβλήματα στην εφαρμογή των δύο αυτών τρόπων. Αν όμως τα δεδομένα είναι πολλά, όπως συνήθως συμβαίνει, η δεύτερη μέθοδος της δημιουργίας του πίνακα συχνοτήτων διευκολύνει περισσότερο, καθώς αυτά παρουσιάζονται πιο συγκροτημένα, ενώ ο υπολογισμός του μέσου όρου αυτών μπορεί να γίνει με λιγότερες πράξεις.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τη στατιστική επεξεργασία δεδομένων με δύο τρόπους και κάνουν συγκρίσεις αυτών.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν με το λογισμικό «Στατιστική» να καταχωρίζουν, να οργανώνουν και να ερμηνεύουν δεδομένα, τα οποία και αναπαριστούν με διάφορους τρόπους.

ΤΟ ΧΑΡΤΖΙΛΙΚΙ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

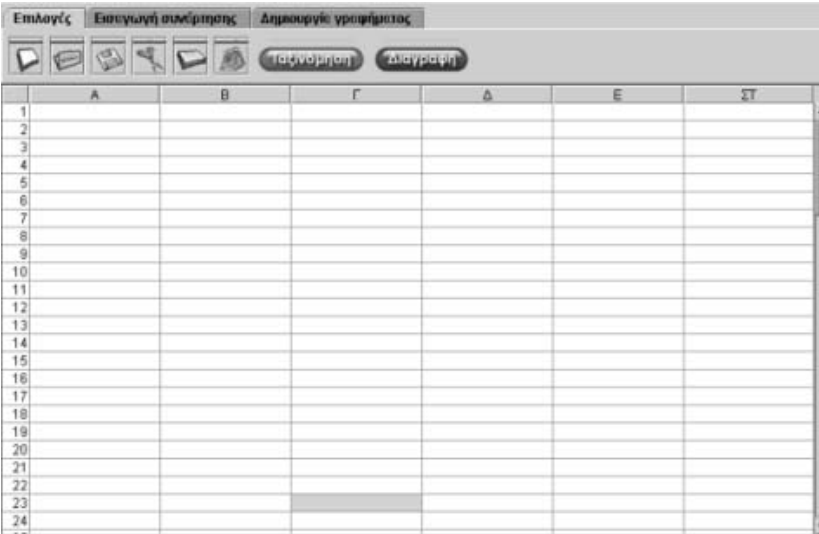
Οκτώ μαθητές της Ε' Δημοτικού ρωτήθηκαν πόσα χρήματα τους έδωσαν οι γονείς τους για χαρτζιλίκι την προηγούμενη εβδομάδα.

Οι απαντήσεις των παιδιών ήταν οι εξής: Γιώργος: 3 ευρώ, Αλέκα: 2 ευρώ, Θανάσης: 1 ευρώ, Χρήστος: 3 ευρώ, Τίνα: 2 ευρώ, Εύη: 2 ευρώ, Νίκος: 2 ευρώ, Χριστίνα: 3 ευρώ.

Μπορείτε να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα με τις απαντήσεις των οκτώ μαθητών σε ένα χαρτί;

Μπορείτε να συμπληρώσετε με τις απαντήσεις των μαθητών τον πίνακα συχνοτήτων στο πρόγραμμα της σελίδας;

Μπορείτε να βρείτε το μέσο όρο των απαντήσεων για τους οκτώ μαθητές;



	A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						

Δεν υπάρχει κοτεχωρημένη συνάρτηση.

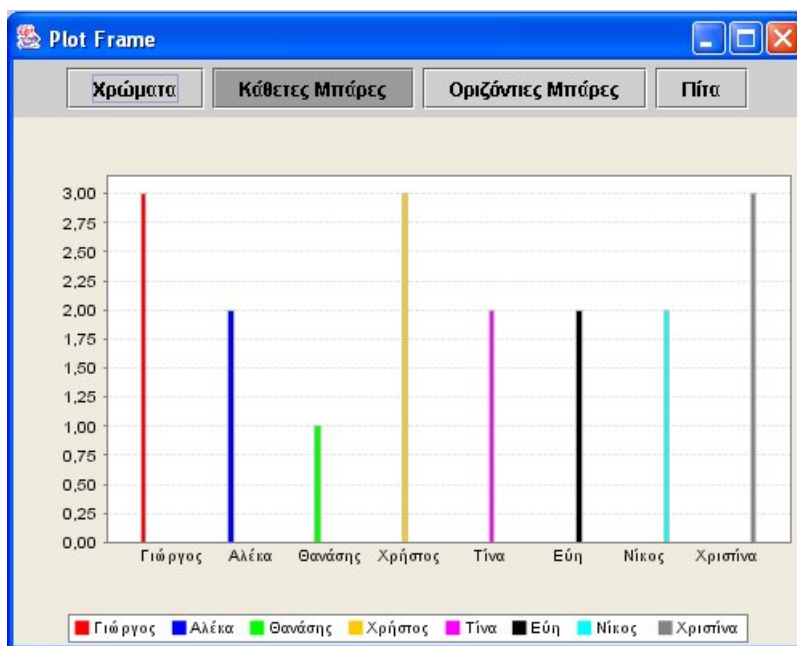
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΧΑΡΤΖΙΛΙΚΙ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Πληκτρολογήστε τα δεδομένα στον πίνακα τιμών. Στην πρώτη στήλη τα ονόματα των μαθητών και στη δεύτερη τα χρήματα που δήλωσε ο καθένας. Επιλέξτε «Δημιουργία γραφήματος» και στη συνέχεια «Ραβδογράμματα». Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζεται η εγγραφή των δεδομένων στον πίνακα, καθώς και το ραβδόγραμμά τους.

	A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	Γιώργος	3				
2	Αλέκα	2				
3	Θανάσης	1				
4	Χρήστος	3				
5	Τίνα	2				
6	Εύη	2				
7	Νίκος	2				
8	Χριστίνα	3				
9						



Για τον πίνακα συχνοτήτων

Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα της σελίδας για να πληκτρολογήσετε στην πρώτη στήλη τον αριθμό των χρημάτων των μαθητών: 1, 2 και 3 ευρώ. Στη δεύτερη στήλη πληκτρολογήστε τις απαντήσεις των μαθητών.

Για την εύρεση του μέσου όρου

Στο πρόγραμμα, με την επιλογή «Εισαγωγή συνάρτησης», μπορείτε αμέσως να βρείτε το μέσο όρο. Επιλέξτε τα κελιά της δεύτερης στήλης με τις απαντήσεις των μαθητών και συνέχεια επιλέξτε το πρώτο γκρι κελί δίπλα στην επιλογή «Τίτλος». Θα εμφανιστεί το «B1:B8». Στο επόμενο κελί πατήστε την εντολή «Μέσος όρος». Ακολούθως επιλέξτε ένα ελεύθερο κελί στο οποίο θέλετε να εμφανιστεί ο μέσος όρος. Κατόπιν επιλέξτε το γκρι κουτάκι μετά το σημείο «>». Θα εμφανιστεί το «B9», αν βέβαια έχετε επιλέξει αυτό. Τέλος πατήστε «Εισαγωγή» και στο κελί B12 θα εμφανιστεί ο μέσος όρος. Μπορείτε από τον πίνακα συχνοτήτων να βρείτε το μέσο όρο;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΓΩΝΙΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Η γωνία είναι μία από τις βασικότερες έννοιες των μαθηματικών που εμπλέκονται στην καθημερινή μας ζωή. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε διαδικασίες ακριβούς προσδιορισμού των γωνιών εκείνων, με τις οποίες πρέπει κάποιος να κινηθεί για να αλλάξει κατεύθυνση. Οι διαδικασίες αυτές λαμβάνουν χώρα στο περιβάλλον της χελωνοσελίδας, όπου οι μαθητές θα πρέπει να οδηγήσουν τη χελώνα σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να πειραματιστούν πάνω στον προσδιορισμό συγκεκριμένων κατευθύνσεων, δίνοντας τις κατάλληλες εντολές στη χελώνα.
- Να αποκτήσουν εμπειρίες γύρω από την έννοια της γωνίας, σε σχέση με τη στροφή που πρέπει να διαγράψει η χελώνα για να αλλάξει κατεύθυνση.
- Να αποκτήσουν σταδιακά αντίληψη του ανοίγματος κάθε γωνίας ως μετρούμενο μέγεθος, καθώς πειραματίζονται με τις αριθμητικές τιμές των γωνιών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση μιας γωνίας-στροφής, σε σχέση με τα αριθμητικά μεγέθη που δίνουν στις εντολές.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τις γωνίες-μικρές, μεγάλες, οξείες, αμβλείες.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε τέσσερις φάσεις. Η πρώτη φάση είναι προκαταρκτική και αναφέρεται στις γνώσεις που έχουν οι μαθητές πάνω στην έννοια της γωνίας σε σχέση με τη στροφή. Στις επόμενες φάσεις οι μαθητές θα πρέπει να διαπραγματευτούν επιμέρους στοιχεία της δραστηριότητας.

Φάση 1: Οι μαθητές συζητούν σχετικά με τη στροφή και τη γωνία. Σχεδιάζουν διάφορες γωνίες, διπλώνοντας φύλλα χαρτιού ή ενώνοντας κατάλληλα αντικείμενα, όπως μολύβια, και ανταλλάσσουν απόψεις μέσα στην τάξη για την έννοια της γωνίας. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να κατευθύνουν τους μαθητές στην εξέταση διαφόρων περιπτώσεων γωνιών σε σχέση με τη στροφή, π.χ. την πλήρη στροφή (περιστροφή) για την πλήρη γωνία, τη στροφή για να κινηθεί κάποιος στην αντίθετη κατεύθυνση (ευθεία γωνία) κτλ. Ακόμη, με δικές του παρεμβάσεις, καλλιεργεί την ανάγκη μέτρησης του ανοίγματος των γωνιών. Για παράδειγμα, τους καλεί να απαντήσουν σε ερωτήματα όπως: «Πώς πρέπει να κινηθεί ο συμμαθητής σας, ώστε να διαγράψει μία μεγάλη γωνία ή μία μικρή γωνία ή μία γωνία διπλάσια μιας άλλης ή μία γωνία που αντιστοιχεί στο μισό μιας άλλης;»

Φάση 2: Οι μαθητές εξετάζουν το κύριο ερώτημα της διερεύνησης, που αφορά την κατασκευή της διαδρομής της χελώνας από το ένα νησί στο άλλο. Να σημειωθεί εδώ ότι δεν αναμένεται να συναντήσουν δυσκολίες κατά το σχεδιασμό της. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να παρακολουθεί με μεγάλη προσοχή όλες τις ομάδες και να συνεργάζεται μαζί τους, κατά τη διάρκεια των πειραμάτων τους, για τον ακριβή καθορισμό της διαδρομής.

Ωστόσο, οι μαθητές θα συναντήσουν –προσωρινές– δυσκολίες στο να κατανοήσουν το γεγονός ότι κάθε φορά που δίνουν εντολή στη χελώνα να στρίψει γύρω από ένα σημείο, εκείνη διαγράφει την εξωτερική γωνία, αντί αυτής που είχαν στο νου τους. Για το λόγο αυτό ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να τους δώσει επαρκή χρόνο για να πειραματιστούν, να συζητήσουν και, αν χρειαστεί, να αναπαραστήσουν την κίνηση στο δάπεδο, και γενικά να τους ενθαρρύνει να καταβάλλουν κάθε δυνατή προσπάθεια, προκειμένου να πετύχουν το σκοπό τους.

Φάση 3: Οι μαθητές περιγράφουν τη διαδρομή ως προς τα σημεία του ορίζοντα, τα οποία καλούνται να προσδιορίσουν στο χάρτη με βάση την πληροφορία ότι η Τουρκία βρίσκεται ανατολικά. Έτσι, για παράδειγμα, αναμένεται να εντοπίσουν ότι η διαδρομή από τη Σαμιοπούλα στον Άγιο Μηνά βρίσκεται σε κατεύθυνση: νοτιοδυτικά.

Φάση 4: Οι μαθητές επισκέπτονται τις ιστοσελίδες των νησιών, όπου ταξίδεψαν με τη χελώνα, και συγκεντρώνουν πληροφορίες, τις οποίες και θα περιλάβουν στο κείμενο που πρόκειται να συντάξουν. Το κείμενο θα ανακοινωθεί στην τάξη και θα αποτελέσει αντικείμενο συζήτησης.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν την έννοια της γωνίας μέσω του προσανατολισμού στο χώρο. Παρά το γεγονός ότι πρόκειται για καθημερινό φαινόμενο, το περιβάλλον της δραστηριότητας απαιτεί από τους μαθητές να προσδιορίσουν με ακρίβεια την αλλαγή της κατεύθυνσης. Συνεπώς, θα πρέπει να προσεγγίσουν την έννοια της γωνίας μέσω της στροφής. Οι κατευθύνσεις της κίνησης στο περιβάλλον της χελωνοσελίδας γίνονται αντιληπτές με τη βοήθεια των ευθύγραμμων τμημάτων που αποτελούν τις διαδρομές της χελώνας.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν μία διαδρομή, επιλέγοντας το περιβάλλον της απλής σχεδίασης της χελωνοσελίδας. Στο περιβάλλον αυτό μπορούν να μεταβάλλουν, όπως επιθυμούν, τα αριθμητικά μεγέθη των εντολών: μπροστά, πίσω, αριστερά, και δεξιά. Δηλαδή, μπορούν να πειραματίζονται, αλλάζοντας κατευθύνσεις, με στόχο να κατασκευάσουν κάποια διαδρομή.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για το σχεδιασμό γωνιών με συγκεκριμένο άνοιγμα, συνδέοντας το μέτρο τους με την αλλαγή κατεύθυνσης.

ΓΩΝΙΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

2. Φύλλο εργασίας

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

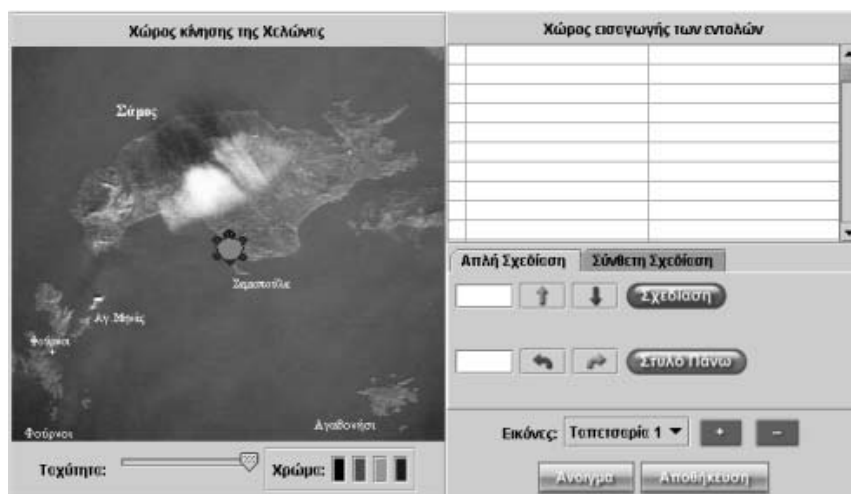
Μπορείτε να δώσετε τις κατάλληλες εντολές στη χελώνα, ώστε από τη Σαμιοπούλα να πάει στον Άγιο Μηνά, μετά στους Φούρνους, κατόπιν στο Αγαθονήσι και τέλος να επιστρέψει στη Σαμιοπούλα;

Ποιες από τις οδηγίες που δώσατε αναφέρονται στις γωνίες;

Πότε η χελώνα στρίβει δεξιά και πότε αριστερά ως προς την κατεύθυνση που ακολουθεί κάθε φορά;

Τα παράλια της Τουρκίας βρίσκονται ανατολικά, στα δεξιά του χάρτη. Στην αρχή η χελώνα βλέπει προς το Βορρά και συγκεκριμένα προς στο νησί της Σάμου.

Μπορείτε να περιγράψετε τη διαδρομή της χελώνας ως προς τα σημεία του ορίζοντα;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

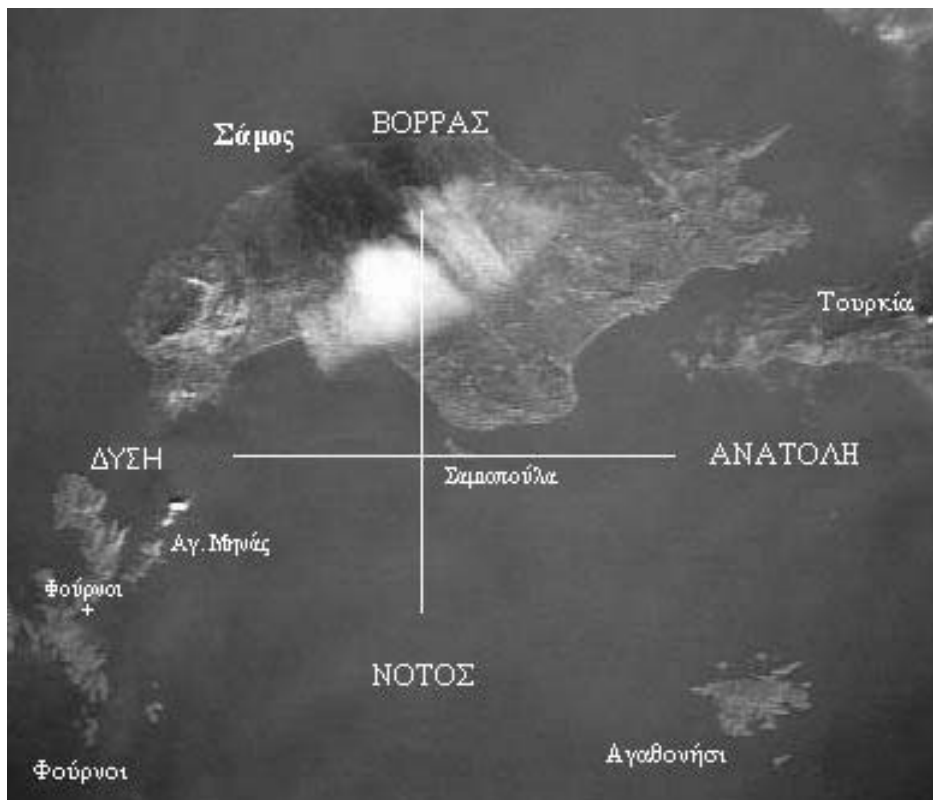
ΓΩΝΙΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να οδηγήσετε τη χελώνα από το ένα νησί στο άλλο, θα πρέπει να της δώσετε τις κατάλληλες οδηγίες για να στρίβει αριστερά ή δεξιά, έως ότου στραφεί προς την κατεύθυνση που πρέπει. Προσδιορίστε κάθε φορά πόσο πρέπει να στρίψει αριστερά ή δεξιά.

Οδηγήστε τη χελώνα, ώστε από τη Σαμιοπούλα να κατευθυνθεί στον Άγιο Μηνά. Δώστε την εντολή «Στυλό πάνω» και κάντε δοκιμές και πειράματα μέχρι να εντοπίσετε τις κατάλληλες εντολές. Για παράδειγμα, αν συνολικά έστριψε: δεξιά 110 και αριστερά 30, τελικά θα πρέπει να στρίψει δεξιά: $110 - 30 = 80$. Στη συνέχεια υπολογίστε το άθροισμα των γωνιών που έστριψε δεξιά και των γωνιών που έστριψε αριστερά. Βρείτε την τελική γωνία που πρέπει να στρίψει. Κάντε αντίστοιχες ενέργειες για να υπολογίσετε το μήκος της απόστασης που θα διανύσει.

Αν γνωρίζουμε μία διεύθυνση στο χάρτη, τότε μπορούμε να βρούμε και τις υπόλοιπες, όπως δείχνει η παρακάτω εικόνα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΧΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΔΥΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΤΜΗΜΑΤΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού διερευνούν τη σχετική θέση δύο ευθύγραμμων τμημάτων. Για να γίνει η σχέση αυτή εμφανής, οι μαθητές καλούνται να σχεδιάσουν κεφαλαία γράμματα του αλφάβητου και να διατυπώσουν να διατυπώσουν τις σχετικές θέσεις που παρατηρούν μεταξύ των ευθύγραμμων τμημάτων που τα ορίζουν. Για τα γράμματα Τ και Γ μπορούν να μετρήσουν τις γωνίες που σχηματίζουν τα ευθύγραμμα τμήματα στο γεωπίνακα και, μέσω αυτών, να προσεγγίσουν τα κάθετα ευθύγραμμα τμήματα. Για το γράμμα Ξ μπορούν να προσεγγίσουν τα παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα. Για το γράμμα Χ μπορούν να προσεγγίσουν τα τεμνόμενα ευθύγραμμα τμήματα και τις κατακορυφήν γωνίες τους. Το περιβάλλον του γεωπίνακα είναι το καταλληλότερο για το σχεδιασμό τέτοιων σχημάτων, καθώς οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να σχεδιάζουν κεφαλαία γράμματα με τη βοήθεια του πλέγματος και να αναπτύσσουν σχετικές μεθόδους σχεδίασης κάθετων και παράλληλων ευθύγραμμων τμημάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να πειραματιστούν πάνω στη σχεδίαση γραμμάτων με δύο ευθύγραμμα τμήματα.
- Να αποκτήσουν εμπειρίες γύρω από τα σχήματα που δημιουργούν δύο ευθύγραμμα τμήματα.
- Να κατανοήσουν την έννοια των κάθετων ευθύγραμμων τμημάτων.
- Να κατανοήσουν την έννοια των παράλληλων ευθύγραμμων τμημάτων.
- Να κατανοήσουν την έννοια των τεμνόμενων ευθύγραμμων τμημάτων και των κατακορυφήν γωνιών.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση ευθύγραμμων σχημάτων, χρησιμοποιώντας ευθύγραμμα τμήματα.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τα σχήματα εκείνα, που δημιουργούνται από τα ευθύγραμμα τμήματα.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε τέσσερις φάσεις. Η πρώτη φάση είναι προκαταρκτική και αναφέρεται στα ευθύγραμμα τμήματα. Οι επόμενες φάσεις αναφέρονται στο σχεδιασμό των κεφαλαίων γραμμάτων στο περιβάλλον του γεωπίνακα.

Φάση 1: Οι μαθητές εξετάζουν τα σχήματα που μπορούν να δημιουργήσουν με δύο ευθύγραμμα τμήματα, π.χ. με δύο μολύβια. Στη συνέχεια θα πρέπει να σχηματίσουν με αυτά κεφαλαία γράμματα του αλφάβητου.

Φάση 2: Οι μαθητές σχολιάζουν το σχήμα του γράμματος Τ και μετρούν το άνοιγμα της γωνίας του. Ονομάζουν «κάθετα» τα ευθύγραμμα τμήματα. Επαναλαμβάνουν τη διαδικασία και για τη γωνία των τμημάτων στο γράμμα Γ. Με δεδομένο ότι η γωνία των

90° καθορίζει τα κάθετα ευθύγραμμα τμήματα, οι μαθητές προχωρούν σε συσχέτισμό των τμημάτων αυτών με τη γωνία των 90° που σχηματίζουν.

Φάση 3: Οι μαθητές σχολιάζουν το σχήμα του γράμματος Χ και μετρούν τις γωνίες του. Όπως, εύκολα, διαπιστώνουν, καμιά γωνία δεν είναι 90° , γεγονός που συνεπάγεται ότι τα δύο ευθύγραμμα τμήματα δεν είναι κάθετα. Εκτός αυτού, διαπιστώνουν ότι οι γωνίες είναι ανά δύο ίσες, τις οποίες και ονομάζουν «κατακορυφήν». Ο εκπαιδευτικός θέτει το ερώτημα: «Τι πρέπει να αλλάξει, ώστε τα δύο ευθύγραμμα τμήματα να είναι κάθετα;» Οι μαθητές, με τη σειρά τους, αναμένεται να σχεδιάσουν δύο νέα ευθύγραμμα τμήματα ή να περιστρέψουν το ένα από τα δύο του γράμματος Χ, ώστε να σχηματίσουν γωνία 90° .

Φάση 4: Οι μαθητές σχολιάζουν το σχήμα του γράμματος Ξ. Αυτό που διαπιστώνουν είναι ότι τα ευθύγραμμα τμήματα είναι παράλληλα. Ο εκπαιδευτικός τους προτρέπει να αναζητήσουν παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα και σε άλλα γράμματα, όπως στο Μ ή στο Ν.

Οι μαθητές συζητούν μέσα στην τάξη σχετικά με τα παράλληλα, τα κάθετα και τα τεμνόμενα ευθύγραμμα τμήματα και διατυπώνουν κανόνες σχετικά με την παραλληλία, την καθετότητα και τις κατακορυφήν γωνίες των τεμνόμενων ευθύγραμμων τμημάτων.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν τις έννοιες: *παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα, κάθετα ευθύγραμμα τμήματα και κατακορυφήν γωνίες*, σε σχέση με τις γωνίες που ορίζουν. Επίσης, έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Οι κάθετες ευθείες σχηματίζουν γωνίες 90° .
- Οι παράλληλες ευθείες δεν τέμνονται.
- Οι τεμνόμενες ευθείες σχηματίζουν, ανά δύο, γωνίες ίσες.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάζουν γράμματα στο περιβάλλον του γεωπίνακα, όπως επίσης και να πειραματίζονται μετρώντας τις γωνίες διαφόρων σχημάτων.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για το σχεδιασμό αριθμών με παράλληλες και κάθετες ευθείες, π.χ. για τον αριθμό 4 ή για το 5. Μπορούν επίσης να σχεδιάσουν τα ίδια γράμματα ή τους ίδιους αριθμούς στο περιβάλλον της «Χελωνοσελίδας».

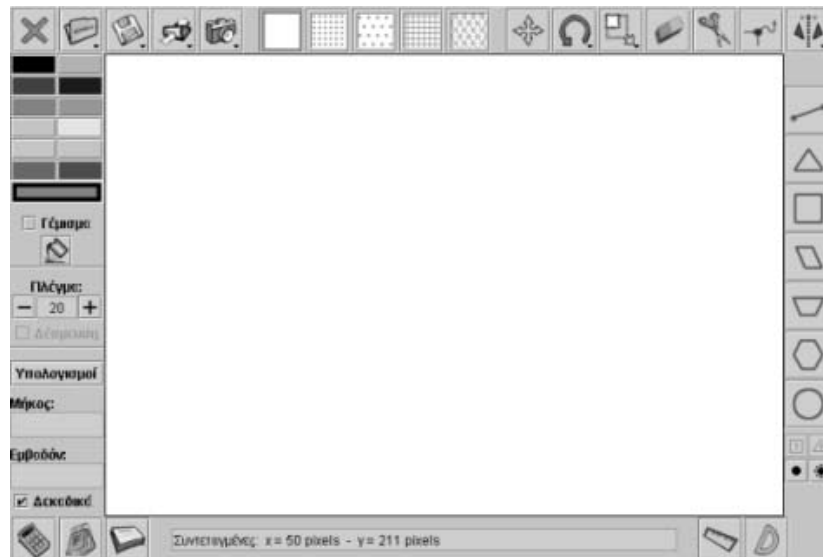
ΣΧΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΔΥΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΤΜΗΜΑΤΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Επιλέξτε στο γεωπίνακα ένα τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20 και σχεδιάστε τα γράμματα: Τ, Χ και Γ.

Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα δύο ευθύγραμμα τμήματα κάθε γράμματος;

Σχεδιάστε το γράμμα Ξ. Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα τρία ευθύγραμμα τμήματα;

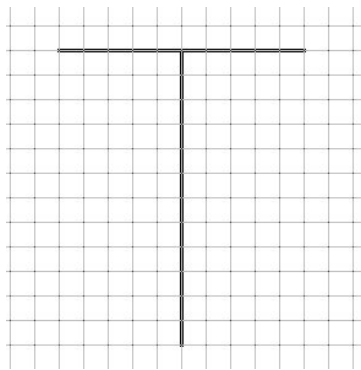


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

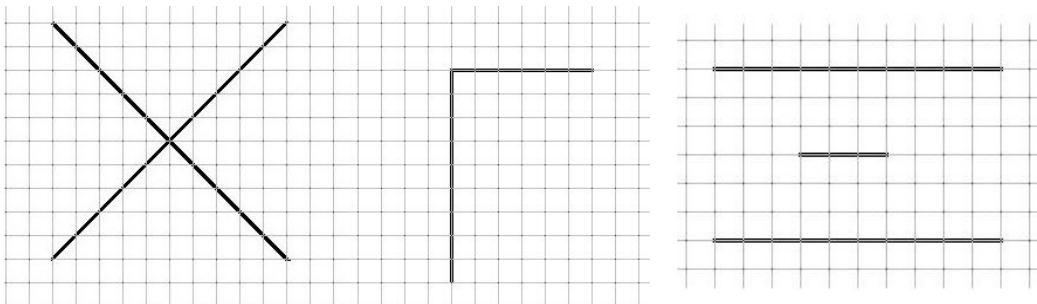
ΣΧΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΔΥΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΤΜΗΜΑΤΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Επιλέξτε ένα τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20 και ενεργοποιήστε την επιλογή «Δέσμευση». Προσπαθήστε να σχεδιάσετε ομοιόμορφα και ισομεγέθη γράμματα με το εργαλείο «Σχεδιασμός ευθύγραμμου τμήματος», πατώντας το αριστερό πλήκτρο για το πρώτο σημείο και το δεξί για το τελευταίο. Κατόπιν σχεδιάστε το γράμμα T με ευθύγραμμα τμήματα που διέρχονται πάνω από τις κορυφές του πλέγματος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μετρήστε τις γωνίες του με το εργαλείο «Μοιρογνωμόνιο». Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;



Σχεδιάστε τα γράμματα X και Γ. Προσπαθήστε τα ευθύγραμμα τμήματα να διέρχονται πάνω από τις κορυφές του πλέγματος. Μετρήστε τις γωνίες που σχηματίζουν ανά δύο τα ευθύγραμμα τμήματα των γραμμάτων. Διατυπώστε τα συμπεράσματά σας. Ποια τμήματα σχηματίζουν ορθή γωνία; Τα τμήματα αυτά λέγονται κάθετα.



Σχεδιάστε το γράμμα Ξ. Τα τρία αυτά τμήματα είναι παράλληλα, σε αντίθεση με τα προηγούμενα γράμματα στα οποία τα ευθύγραμμα τμήματα τέμνονται. Στην περίπτωση που τα ευθύγραμμα τμήματα σχηματίζουν ορθή γωνία, λέγονται κάθετα.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΟΙ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού διερευνούν το ισοσκελές τρίγωνο και τις ιδιότητές του. Το περιβάλλον του γεωπίνακα είναι το καταλληλότερο για τη δραστηριότητα αυτή, καθώς οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να σχεδιάζουν ισοσκελή τρίγωνα με τη βοήθεια του πλέγματος και να εξετάζουν τις ιδιότητές τους με τη βοήθεια των εργαλείων του λογισμικού.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να πειραματιστούν πάνω στη σχεδίαση ισοσκελών τριγώνων.
- Να διακρίνουν τη βάση και τις ίσες πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου.
- Να κατανοήσουν ότι οι γωνίες της βάσης είναι ίσες.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τα ισοσκελή τρίγωνα.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δυο φάσεις.

Φάση 1: Οι μαθητές, με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού, σχεδιάζουν ένα ισοσκελές τρίγωνο και συγκρίνουν τις γωνίες του. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Είτε με τη μέτρηση των γωνιών του σχήματος με το «Μοιρογνώμονιο», είτε με την επανασχεδίαση των γωνιών του και την τοποθέτηση της μιας πάνω στην άλλη. Ακόμα, κατά την επανασχεδίαση των γωνιών, θα πρέπει να είναι προσεκτικοί και όσο το δυνατόν ακριβείς. Είναι αναμενόμενο οι μαθητές να μην κάνουν ακριβείς συγκρίσεις και, καθώς αυτές είναι οπτικές, μπορεί να μην οδηγηθούν εύκολα στο συμπέρασμα ότι δύο από τις γωνίες του σχήματος είναι ίσες. Αυτό δεν σημαίνει ότι απέτυχαν να καταλήξουν σε κάποιο συμπέρασμα. Στην περίπτωση αυτή ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να παρέμβει κατάλληλα, ώστε οι μαθητές να καταλήξουν τελικά στο επιθυμητό συμπέρασμα. Ανάλογα με τις εμπειρίες της τάξης του, ο εκπαιδευτικός μπορεί να κατευθύνει τους μαθητές του να κάνουν συγκρίσεις των γωνιών εφαρμόζοντας και τη διαδικασία της συμμετρίας ως προς άξονα, όπου θα χρησιμοποιήσουν ως άξονα το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση.

Φάση 2: Οι μαθητές σχολιάζουν το αποτέλεσμα της εξερεύνησης. Κατόπιν επαναλαμβάνουν τη διαδικασία και για άλλα ισοσκελή τρίγωνα. Με δεδομένο ότι πάντοτε θα καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι γωνίες που αντιστοιχούν στη βάση είναι ίσες, αναμένεται να διατυπώσουν ένα σχετικό συμπέρασμα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές εξερευνούν το ισοσκελές τρίγωνο και ανακαλύπτουν ότι οι γωνίες της βάσης του είναι ίσες.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάζουν διάφορα ισοσκελή τρίγωνα στο περιβάλλον του γεωπίνακα και να μετρούν ή να συγκρίνουν τις γωνίες τους.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το περιβάλλον της «Χελωνοσελίδας» για το σχεδιασμό διαφόρων ισοσκελών τριγώνων.

ΟΙ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

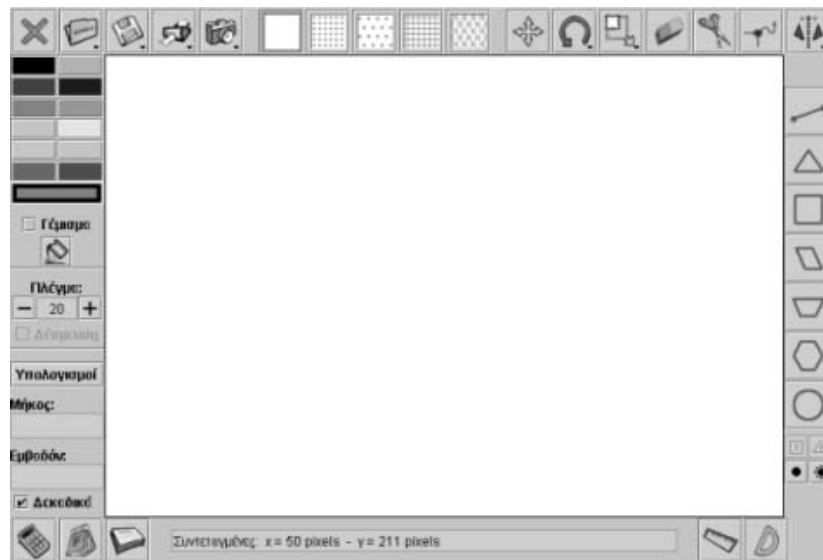
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο παρακάτω πρόγραμμα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 30, να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο του οποίου η βάση να έχει μήκος 6 μονάδες;

Μπορείτε να μετρήσετε το άνοιγμα των τριών γωνιών του;

Ποιες γωνίες είναι ίσες;

Σχεδιάστε διάφορα ισοσκελή τρίγωνα και μετρήστε τις γωνίες τους. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε όσον αφορά τις γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου;

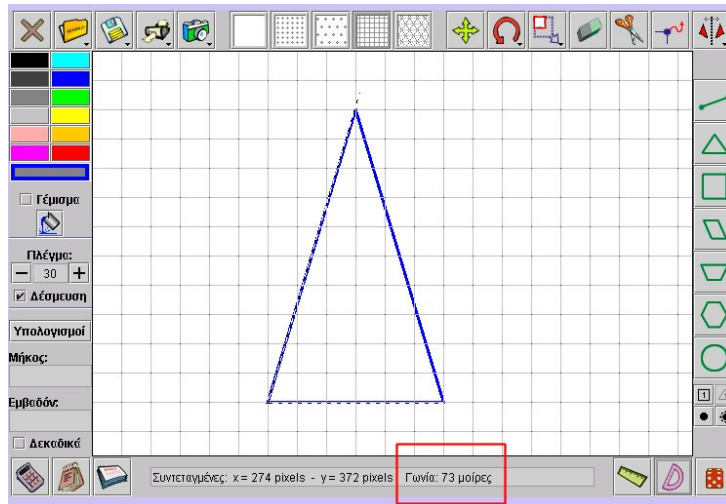


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

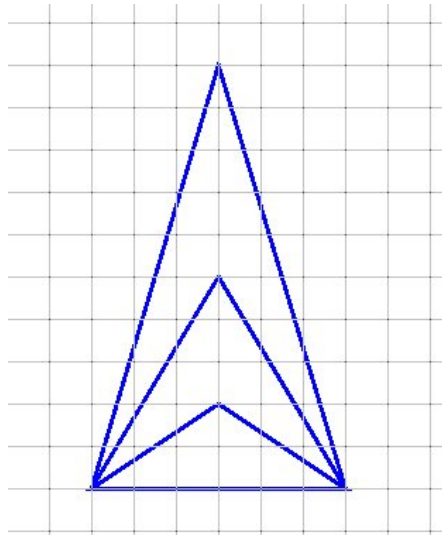
ΟΙ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Δείτε την εικόνα που ακολουθεί. Παρουσιάζει ένα ισοσκελές τρίγωνο με βάση μήκους 6 μονάδες, στο οποίο έχουμε μετρήσει με το μοιρογνωμόνιο τη μία από τις δύο γωνίες της βάσης του. Το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι 73° . Ποια από τις υπόλοιπες δύο γωνίες του τριγώνου έχει το ίδιο άνοιγμα;



Στην παρακάτω εικόνα έχουμε σχεδιάσει τρία ισοσκελή τρίγωνα με κοινή βάση. Ποιες από τις γωνίες καθενός είναι ίσες μεταξύ τους;



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΥΨΟΣ ΤΗΣ ΒΑΣΗΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό****1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας**

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού διερευνούν τις ιδιότητες που έχει το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση του. Το περιβάλλον του γεωπίνακα είναι κατάλληλο για το σχεδιασμό ισοσκελών τριγώνων και τη διερεύνηση των χαρακτηριστικών του, καθώς οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να σχεδιάζουν ανάλογα σχήματα με τη βοήθεια του πλέγματος και να εξετάζουν τις ιδιότητές τους με τη βοήθεια των εργαλείων του λογισμικού.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να πειραματιστούν πάνω στη σχεδίαση ισοσκελών τριγώνων.
- Να διακρίνουν το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου.
- Να κατανοήσουν ότι το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση είναι και διάμεσος αυτού.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τα ισοσκελή τρίγωνα.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δυο φάσεις.

Φάση 1: Οι μαθητές σχεδιάζουν ένα ισοσκελές τρίγωνο, καθώς και το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση του. Η διαδικασία σχεδιασμού μπορεί να γίνει στο τετράγωνο πλέγμα, με την καθοδήγηση των ορθών γωνιών, των τετραγωνιδίων του πλέγματος και τη «Δέσμευση» στο πλέγμα που επιτρέπει το πρόγραμμα. Στη συνέχεια οι μαθητές μετρούν τις γωνίες που ορίζει το ύψος με τη βάση, καθώς και τα τμήματα στα οποία χωρίζεται η βάση από το ύψος. Είναι αναμενόμενο οι μαθητές να οδηγηθούν στο συμπέρασμα ότι δύο γωνίες που ορίζονται από το ύψος είναι ορθές, ενώ τα τμήματα της βάσης που ορίζονται από το ίχνος του ύψους είναι ίσα. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, καλεί τους μαθητές να σχεδιάσουν και άλλα ισοσκελή τρίγωνα με την ίδια βάση, στο ίδιο επίπεδο, και να εξετάσουν τα ύψη τους. Η διαδικασία αυτή θα τους οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι τα ύψη ανήκουν στην ίδια ευθεία, κάτι που αιτιολογείται από το γεγονός ότι κάθε ύψος σχηματίζει ορθές γωνίες με τη βάση και διέρχεται από το μέσο της. Δηλαδή τα ύψη ανήκουν στη μεσοκάθετο της βάσης. Ανάλογα με τις εμπειρίες της τάξης του, ο εκπαιδευτικός μπορεί να κατευθύνει τους μαθητές του να κάνουν συγκρίσεις των γωνιών και των τμημάτων της βάσης εφαρμόζοντας και τη διαδικασία της συμμετρίας ως προς άξονα, όπου θα χρησιμοποιήσουν ως άξονα το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση.

Φάση 2: Οι μαθητές σχολιάζουν το αποτέλεσμα της εξερεύνησης. Κατόπιν επαναλαμβάνουν τη διαδικασία και για άλλα ισοσκελή τρίγωνα. Με δεδομένο ότι πάντοτε θα καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι γωνίες που ορίζονται από το ύψος και τη βάση του σχήματος είναι ορθές, ενώ τα τμήματα της βάσης ίσα, αναμένεται να διατυπώσουν ένα σχετικό συμπέρασμα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές ανακαλύπτουν ότι οι γωνίες που σχηματίζει το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου με τη βάση του είναι ίσες και ορθές, καθώς και ότι τα τμήματα στα οποία χωρίζεται η βάση του είναι ίσα.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάζουν στο περιβάλλον του γεωπίνακα διάφορα ισοσκελή τρίγωνα, καθώς και το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση τους, και να μετρούν τα τμήματα στα οποία χωρίζεται η βάση από το ύψος ή να συγκρίνουν τις γωνίες γωνίες που σχηματίζει το ύψος με τη βάση.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το περιβάλλον της «Χελωνοσελίδας» για να επαναλάβουν την ίδια δραστηριότητα.

ΤΟ ΥΨΟΣ ΤΗΣ ΒΑΣΗΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

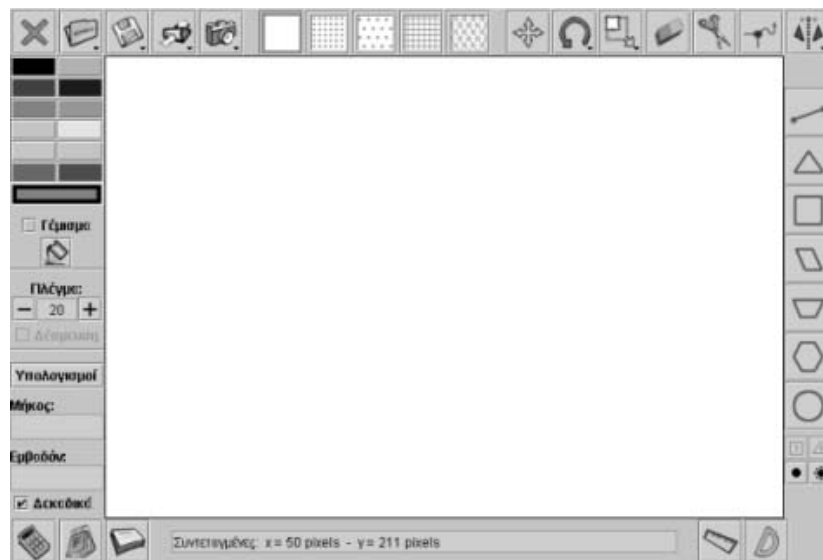
2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο παρακάτω πρόγραμμα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 30, να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο του οποίου η βάση να έχει μήκος 6 μονάδες;

Μπορείτε με τη βοήθεια του πλέγματος να σχεδιάσετε το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση του; Πόσο είναι το μέτρο των γωνιών που σχηματίζει το ύψος με τη βάση του τριγώνου; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα τμήματα στα οποία χωρίζεται η βάση;

Σχεδιάστε στο περιβάλλον του γεωπίνακα και άλλα ισοσκελή τρίγωνα με την ίδια βάση. Κατόπιν σχεδιάστε τα ύψη που αντιστοιχούν στην κοινή τους βάση. Τι κοινό έχουν τα ύψη μεταξύ τους;

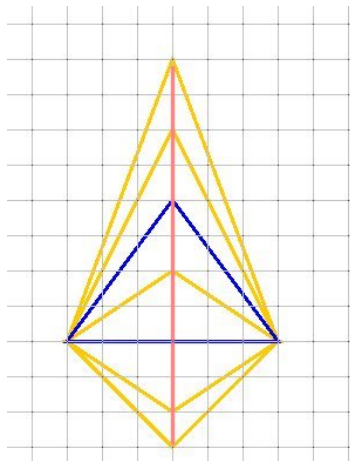


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΥΨΟΣ ΤΗΣ ΒΑΣΗΣ ΤΟΥ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Παρατηρήστε την εικόνα που ακολουθεί. Δίνονται διάφορα ισοσκελή τρίγωνα με κοινή βάση μήκους 6 μονάδες, καθώς και τα ύψη τους που αντιστοιχούν στην κοινή αυτή βάση. Τι κοινό έχουν τα ύψη μεταξύ τους;



Τα συγκεκριμένα ύψη ανήκουν σε μία ευθεία η οποία διέρχεται από το μέσο της βάσης των ισοσκελών τριγώνων και λέγεται μεσοκάθετος.

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΙΣΟΠΛΕΥΡΟ ΤΡΙΓΩΝΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού διερευνούν το ισόπλευρο τρίγωνο. Το περιβάλλον του γεωπίνακα είναι το κατάλληλο για τη δραστηριότητα αυτή, καθώς οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να σχεδιάζουν διάφορα ισόπλευρα τρίγωνα με τη βοήθεια του πλέγματος (τριγωνικό ή τετραγωνικό) και να εξετάζουν τις ιδιότητές τους με τη βοήθεια των εργαλείων του λογισμικού.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να πειραματιστούν πάνω στη σχεδίαση ισόπλευρων τριγώνων.
- Να διακρίνουν σε τι διαφέρουν από τα ισοσκελή τρίγωνα.
- Να κατανοήσουν ότι οι γωνίες τους είναι ίσες.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τα ισόπλευρα τρίγωνα.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δυο φάσεις.

Φάση 1: Οι μαθητές σχεδιάζουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο και συγκρίνουν τις γωνίες του. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Είτε με τη μέτρηση των γωνιών του με το «Μοιρογνωμόνιο», είτε με την επανασχεδίαση των γωνιών του και την τοποθέτηση της μιας πάνω στην άλλη. Καλό είναι κατά τη μέτρηση των γωνιών οι μαθητές να έχουν απενεργοποιήσει το κουμπί «Δεκαδικοί αριθμοί», ώστε τα αποτελέσματα των μετρήσεων να είναι φυσικοί αριθμοί και εύκολα συγκρίσιμοι. Ακόμα, κατά την επανασχεδίαση των γωνιών, θα πρέπει να είναι προσεκτικοί και όσο το δυνατόν ακριβείς. Στην περίπτωση αυτή είναι αναμενόμενο οι μαθητές να μην κάνουν ακριβείς συγκρίσεις και, καθώς αυτές είναι οπτικές, μπορεί να μην οδηγηθούν εύκολα στο συμπέρασμα ότι οι γωνίες του σχήματος είναι ίσες. Αυτό δεν σημαίνει ότι απέτυχαν να καταλήξουν σε κάποιο συμπέρασμα. Στην περίπτωση αυτή ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να παρέμβει κατάλληλα, ώστε οι μαθητές να καταλήξουν στο επιθυμητό συμπέρασμα. Ένα είδος παρέμβασης μπορεί να αποτελέσει η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις διάφορες μεθόδους σύγκρισης. Μία άλλη είναι ο παραλληλισμός των σφαλμάτων μέτρησης με αυτά που γίνονται στις μετρήσεις με το υποδεκάμετρο στο χαρτί. Το σημαντικό είναι οι μαθητές να κατανοήσουν ότι οι μετρήσεις που περιγράφονται εδώ δεν οδηγούν πάντοτε σε ασφαλή συμπεράσματα. Έτσι οι άλλες μέθοδοι, της επανασχεδίασης και επίθεσης της μιας πάνω στην άλλη ή της συμμετρίας, είναι ασφαλέστερες, αφού δεν απαιτούν μετρήσεις. Ακόμη, οι εμπειρίες από τις διαδικασίες αυτές είναι περισσότερο χρήσιμες στο μέλλον για θεωρητικές αποδείξεις. Ανάλογα με τις εμπειρίες της τάξης του, ο εκπαιδευτικός μπορεί να κατευθύνει τους μαθητές του να κάνουν συγκρίσεις των γωνιών εφαρμόζοντας τη διαδικασία της συμμετρίας ως προς άξονα, όπου θα χρησιμοποιήσουν ως άξονα το ύψος που αντιστοιχεί σε καθεμία από τις πλευρές του.

Φάση 2: Οι μαθητές σχολιάζουν το αποτέλεσμα της εξερεύνησης. Κατόπιν επαναλαμβάνουν τη διαδικασία και για άλλα ισόπλευρα τρίγωνα. Με δεδομένο ότι

πάντοτε θα καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι και οι τρεις γωνίες του σχήματος είναι ίσες με 60° , αναμένεται να διατυπώσουν ένα σχετικό συμπέρασμα. Επίσης σχολιάζουν τις ομοιότητες και τις διαφορές μεταξύ ισόπλευρου και ισοσκελούς τριγώνου.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές εξερευνούν το ισόπλευρο τρίγωνο και ανακαλύπτουν ότι οι τρεις γωνίες του ισούνται με 60° και ότι κάθε ισόπλευρο τρίγωνο είναι και ισοσκελές.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάζουν διάφορα ισόπλευρα τρίγωνα στο περιβάλλον του γεωπίνακα και να μετρούν ή να συγκρίνουν τις γωνίες τους.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το περιβάλλον της «Χελωνοσελίδας» για το σχεδιασμό διαφόρων ισόπλευρων τριγώνων.

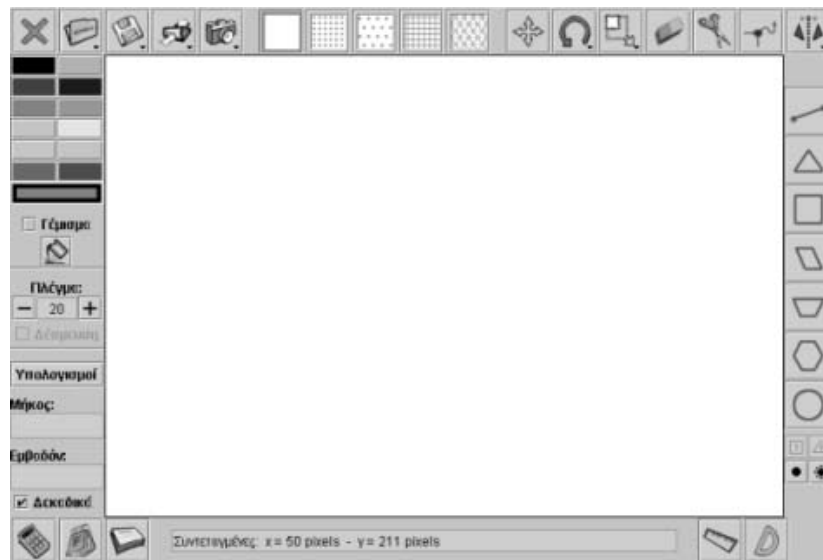
ΤΟ ΙΣΟΠΛΕΥΡΟ ΤΡΙΓΩΝΟ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στο παρακάτω πρόγραμμα, σε τριγωνικό πλέγμα μεγέθους 30, να σχεδιάσετε ένα ισόπλευρο τρίγωνο του οποίου η πλευρά να έχει μήκος 6 μονάδες;

Μπορείτε να μετρήσετε το άνοιγμα των γωνιών του;

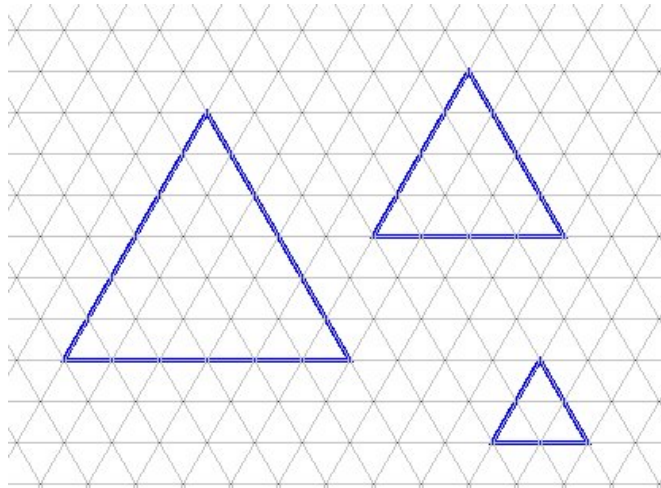
Μπορείτε να σχεδιάσετε και άλλα ισόπλευρα τρίγωνα, με διαφορετικό μήκος πλευράς, και να μετρήσετε το άνοιγμα των γωνιών τους;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΙΣΟΠΛΕΥΡΟ ΤΡΙΓΩΝΟ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Παρατηρήστε την εικόνα που ακολουθεί. Δίνονται διάφορα ισόπλευρα τρίγωνα. Ποιο είναι το μέτρο των γωνιών τους;



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να διορθώσουν κατάλληλα ένα έτοιμο σχήμα, ώστε να προκύψει το γράμμα Μ. Η διαδικασία αυτή απαιτεί από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τα εργαλεία του λογισμικού με τέτοιο τρόπο, ώστε το σχήμα να αποκτήσει άξονα συμμετρίας την ευθεία που διέρχεται από τα δύο δεδομένα σημεία.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν ότι σε μερικές περιπτώσεις η «αισθητική ισορροπία» ενός σχήματος βασίζεται στη συμμετρικότητά του ως προς άξονα.
- Να κάνουν πειράματα πάνω στη σχεδίαση του συμμετρικού ενός σχήματος (Μ).
- Να αποκτήσουν εμπειρίες σχετικά με τη σχεδίαση συμμετρικών ως προς άξονα σχημάτων.
- Να αποκτήσουν, επίσης, εμπειρίες σχετικά με την ισότητα των αντίστοιχων πλευρών και των γωνιών των δύο συμμετρικών σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει δύο συμμετρικά σχήματα.

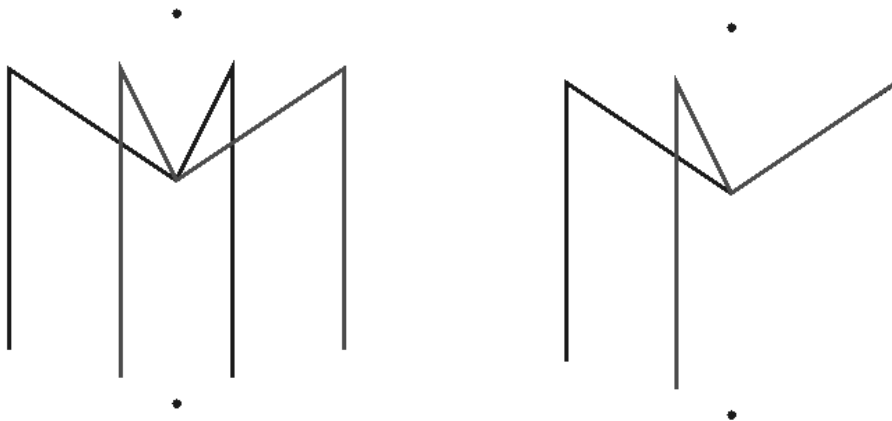
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Η πρώτη φάση είναι προκαταρκτική και αναφέρεται στο σχήμα του γράμματος Μ. Η δεύτερη φάση αναφέρεται στη διόρθωση του σχήματος, ώστε να αποκτήσει την αισθητική ισορροπία που απαιτείται.

Φάση 1: Οι μαθητές σχεδιάζουν στο χαρτί τους και κατόπιν σχολιάζουν το σχήμα του γράμματος Μ. Έπειτα, ακολουθώντας τις οδηγίες του εκπαιδευτικού, συγκρίνουν το σχήμα τους με το αντίστοιχο τυπωμένο σχήμα του βιβλίου και εξετάζουν τις διαφορές τους. Τέλος, κάνουν τις πρέπουσες διορθώσεις, ώστε το σχήμα τους να αποτελεί ένα τυπογραφικό γράμμα Μ.

Φάση 2: Οι μαθητές ασχολούνται με τη διόρθωση του δεδομένου σχήματος Μ. Ξεκινούν μετακινώντας τις κορυφές του αρχικού σχήματος, ώστε να αποκτήσει «αισθητική» ισορροπία και κατόπιν ελέγχουν την ορθότητά του με τη βοήθεια του εργαλείου «Κατοπτρισμός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας». Μπορούν, ακόμη, ακολουθώντας τις οδηγίες της δραστηριότητας, να βρουν το συμμετρικό του αρχικού σχήματος ως προς τον άξονα που διέρχεται από τα δύο σημεία και στη συνέχεια να μετακινήσουν τις κορυφές του, ώστε να αποκτήσει τον ίδιο άξονα συμμετρίας με το δεύτερο σχήμα. Η ισορροπία αποκαθίσταται και στις δύο περιπτώσεις, εφόσον το συμμετρικό του σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας ταυτίζεται με το αρχικό.



Η διαπραγμάτευση του αρχικού σχήματος, ώστε να δημιουργηθεί το γράμμα Μ, εισάγει τους μαθητές στην εφαρμογή των ιδιοτήτων των συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα συμμετρίας. Έτσι αποκτούν βιωματικές εμπειρίες σχετικά με τη συμμετρία ως προς άξονα, την οποία και συνδέουν με την αισθητική ισορροπία ενός σχήματος. Αν η διαπραγμάτευση αυτή λάβει χώρα σε τετράγωνο πλαίσιο, οι μαθητές δεν αναμένεται να συναντήσουν ιδιαίτερες δυσκολίες. Κάποιες δυσκολίες που θα συναντήσουν στο λευκό πλαίσιο αντιμετωπίζονται με το εργαλείο «Κατοπτρισμός ως προς κατάλληλο άξονα συμμετρίας». Τέλος, κατά τη διάρκεια των πειραμάτων, οι μαθητές διαπιστώνουν ότι ένα σχήμα και το συμμετρικό αυτού έχουν ίσες πλευρές και γωνίες.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν διαισθητικά τις ιδιότητες των συμμετρικών σχημάτων, ή των σχημάτων με άξονα συμμετρίας, και έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Τα συμμετρικά σχήματα έχουν ίσες μία προς μία τις γωνίες τους.
- Τα συμμετρικά σχήματα έχουν ίσες μία προς μία τις πλευρές τους.
- Ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας, όταν το συμμετρικό του ως προς αυτό τον άξονα ταυτίζεται με το αρχικό σχήμα.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν ένα σχήμα παρόμοιο με εκείνο που βρίσκεται στο περιβάλλον του γεωπίνακα, ενώ με τα εργαλεία που περιγράφονται στη δραστηριότητα μπορούν να μετακινούν τις κορυφές του, ώστε το σχήμα τους να αποκτήσει άξονα συμμετρίας.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για το σχεδιασμό σχημάτων συμμετρικών ως προς συγκεκριμένο άξονα συμμετρίας ή για τη διόρθωση και άλλων μη συμμετρικών σχημάτων. Επίσης, μπορούν να εξετάσουν ποια από τα κεφαλαία γράμματα έχουν άξονες συμμετρίας, πόσους και ποιους. Ακόμα, καλό θα ήταν να επαναλάβουν τη δραστηριότητα αυτό στο περιβάλλον της «Χελωνοσελίδας».

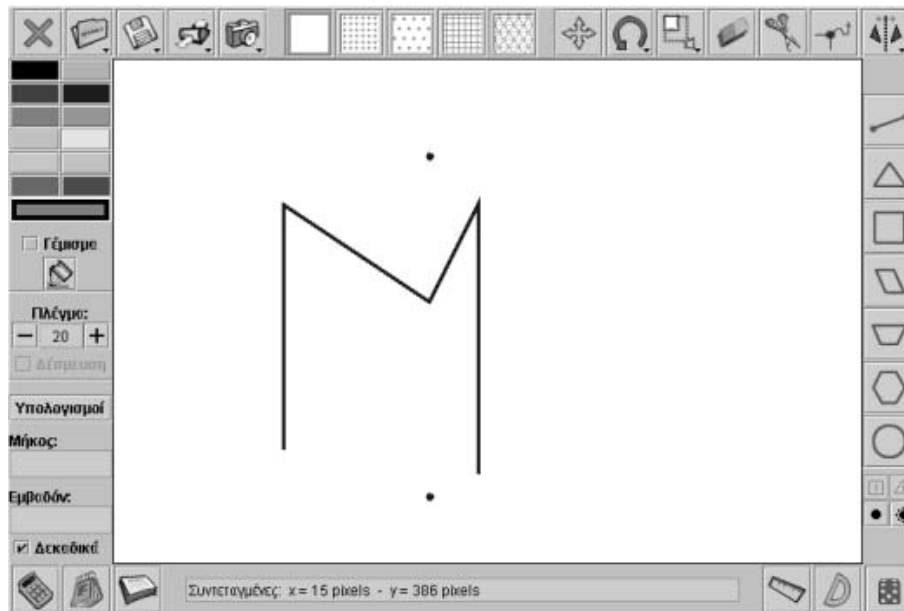
ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Παρατηρήστε προσεκτικά το σχήμα στο γεωπίνακα.

Τι πρέπει να διορθώσουμε, ώστε το σχήμα να παριστάνει το κανονικό γράμμα Μ;

Μπορείτε με το εργαλείο «Μετακίνηση/Δημιουργία κορυφών» να διορθώσετε το σχήμα;

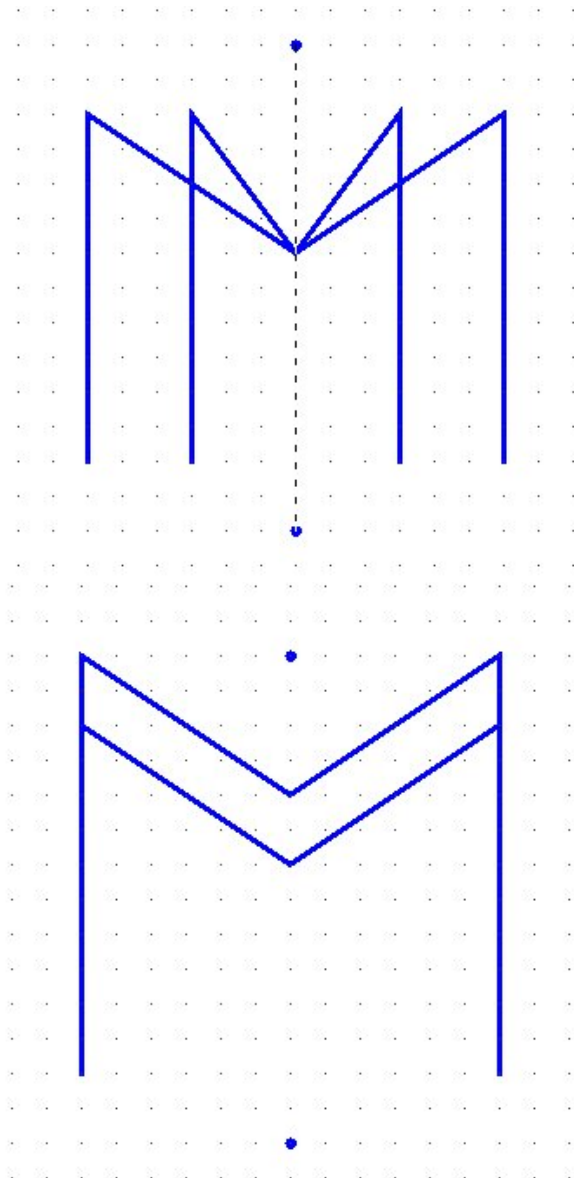


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Η πρώτη από τις παρακάτω εικόνες δείχνει το αρχικό σχήμα, καθώς και το συμμετρικό του ως προς άξονα που διέρχεται από τα δύο σημεία. Για να γίνει σχηματική παράσταση του κανονικού γράμματος Μ θα πρέπει το αρχικό σχήμα να ταυτίζεται με το συμμετρικό του. Για να διορθώσετε το αρχικό σχήμα, ώστε να παριστάνει το γράμμα Μ, θα πρέπει να μετακινήσετε κατάλληλα, σε νέα σημεία, μερικές από τις κορυφές του. Μπορείτε να βρείτε τα νέα αυτά σημεία χρησιμοποιώντας το εργαλείο «Κατοπτρισμός ως προς άξονα συμμετρίας» και ορίζοντας ως άξονα αυτόν που διέρχεται από τα δύο δεδομένα σημεία. Τότε θα έχετε ένα «τέλειο σχήμα» – ένα σχήμα με άξονα συμμετρίας, όπου το συμμετρικό του, ως προς άξονα, ταυτίζεται με αυτό. Για να διαπιστώσετε ότι τα δύο σχήματα ταυτίζονται, επιλέξτε το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος» και σύρετε με το ποντίκι σας το ένα σχήμα. Αυτό θα μετακινηθεί σύμφωνα με τη δεύτερη εικόνα. Η διαδικασία αυτή θα σας οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν δύο σχήματα τα οποία ταυτίζονται. Με άλλα λόγια, το αρχικό σχήμα και το συμμετρικό του ως προς άξονα.



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΧΗΜΑΤΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού διερευνούν τις ιδιότητες που έχουν τα συμμετρικά σχήματα (ορθογώνιο τρίγωνο) ως προς άξονα συμμετρίας έναν τυχαίο άξονα σε σχέση με το αρχικό σχήμα. Σκοπός τους είναι να καταλήξουν σε κανόνες σχετικούς με τις πλευρές και τις γωνίες των σχημάτων αυτών.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν ότι τα συμμετρικά ως προς άξονα σχήματα έχουν ίσες μία προς μία τις πλευρές και τις γωνίες τους.
- Να αποκτήσουν εμπειρίες σχετικά με τη σχεδίαση των συμμετρικών ως προς άξονα σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει το συμμετρικό του ορθογωνίου τριγώνου ως προς άξονα συμμετρίας και το αρχικό σχήμα.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο, να επιλέξουν έναν άξονα συμμετρίας και να βρουν το συμμετρικό του σχήματος. Στη συνέχεια να μετρήσουν τα μήκη των πλευρών και τα ανοίγματα των γωνιών των δύο τριγώνων και να καταλήξουν σε συμπεράσματα περί αυτών. Ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στο να εξετάσουν μία προς μία τις πλευρές και τις γωνίες των δύο τριγώνων και τους καλεί να υπολογίσουν την περίμετρο και το εμβαδόν τους, αν είναι δυνατόν.

Οι μαθητές σχολιάζουν τα συμμετρικά σχήματα μέσα στην τάξη. Σχεδιάζουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο και βρίσκουν τα συμμετρικά του. Διατυπώνουν τις παρατηρήσεις τους και τα συμπεράσματά σχετικά με τα μήκη των πλευρών τους, τα ανοίγματα των γωνιών τους, τις περιμέτρους τους, καθώς και τα εμβαδά τους.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν τις ιδιότητες των συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα συμμετρίας και έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Τα συμμετρικά σχήματα έχουν ίσες μία προς μία τις γωνίες τους.
- Τα συμμετρικά σχήματα έχουν ίσες μία προς μία τις πλευρές τους.
- Τα συμμετρικά σχήματα έχουν ίσες περιμέτρους.
- Τα συμμετρικά σχήματα έχουν ίσα εμβαδά.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

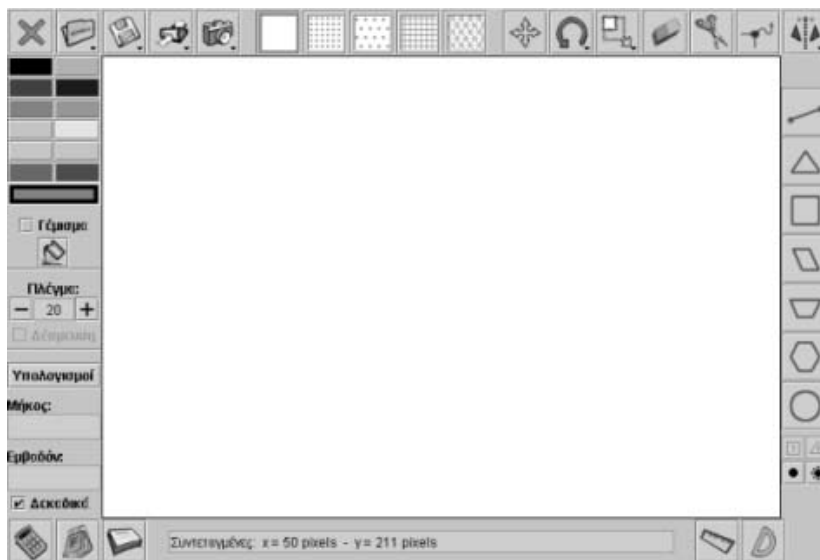
Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν ένα σχήμα στο περιβάλλον του γεωπίνακα και να ορίσουν το συμμετρικό του ως προς τον άξονα που οι ίδιοι επιθυμούν. Με τα εργαλεία που περιγράφονται στη δραστηριότητα μπορούν να μετρούν τα μεγέθη των δύο σχημάτων και να τα συγκρίνουν.

ΣΧΗΜΑΤΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Σχεδιάστε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και βρείτε το συμμετρικό του ως προς έναν άξονα της επιλογής σας. Με το εργαλείο «Μοιρογνωμόνιο» μετρήστε τις γωνίες των δύο τριγώνων και με το «Χάρακα» τα μήκη των πλευρών τους.

Τι έχουν ίσα τα δύο συμμετρικά τρίγωνα;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΧΗΜΑΤΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να βρείτε το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς έναν άξονα επιλέξτε το εργαλείο «Κατοπτρισμός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας». Ορίστε τον άξονα στη θέση που θέλετε κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο εικονίδιο. Στο παράθυρο που ανοίγει επιλέξτε με αριστερό κλικ το «Ορισμός άξονα συμμετρίας». Τώρα μπορείτε να ορίσετε τον άξονα συμμετρίας κάνοντας αριστερό κλικ σε δύο σημεία της επιφάνειας εργασίας. Τέλος κάντε αριστερό κλικ πάνω στο σχήμα έχοντας πατημένο το πλήκτρο «Shift».

Η μέτρηση των γωνιών και των πλευρών των δύο τριγώνων θα πρέπει να γίνει προσεκτικά, με τα εργαλεία «Μοιρογνώμονιο» και «Χάρακας». Τι ισχύει για τα μέτρα των γωνιών και τα μήκη των πλευρών των συμμετρικών τριγώνων; Επιβεβαιώστε το συμπέρασμά σας και με άλλα σχήματα. Σχεδιάστε διάφορα σχήματα και βρείτε τα συμμετρικά τους ως προς άξονα. Μετρήστε τα μήκη των πλευρών τους και τα μέτρα των γωνιών τους. Υπολογίστε τις περιμέτρους και το εμβαδόν τους. Ποιο είναι το συμπέρασμά σας; Τι αλλάζει στο συμμετρικό ενός σχήματος;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΤΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές εξετάζουν το συμμετρικό ισοσκελούς τριγώνου με άξονα συμμετρίας το ύψος του. Στόχος τους είναι να καταλήξουν σε κανόνες για τον άξονα συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν ότι υπάρχουν σχήματα των οποίων το συμμετρικό ως προς ένα συγκεκριμένο άξονα ταυτίζεται με αυτά.
- Να αποκτήσουν εμπειρίες με τη σχεδίαση σχημάτων, τα οποία να έχουν άξονα συμμετρίας, και των συμμετρικών τους ως προς τον άξονα αυτόν.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές σχεδιάζουν ένα ισοσκελές τρίγωνο, επιλέγουν ως άξονα συμμετρίας το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση και βρίσκουν το συμμετρικό του τριγώνου.

Οι μαθητές σχηματίζουν ένα ισοσκελές τρίγωνο, σχεδιάζουν το ύψος του και βρίσκουν το συμμετρικό του ως προς άξονα το ύψος αυτό. Διατυπώνουν τις παρατηρήσεις τους για το συμμετρικό σχήμα και εξαγουν συμπεράσματα και κανόνες. Αρχικά δεν αναμένεται να παρατηρήσουν το συμμετρικό σχήμα. Εδώ ο εκπαιδευτικός μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές επισημαίνοντάς τους ότι πρέπει να κρατούν πατημένο το πλήκτρο «Shift», όταν βρίσκουν το συμμετρικό του τριγώνου, ενώ στη συνέχεια με το εργαλείο της μετακίνησης των σχημάτων να μετακινήσουν το τρίγωνο. Έτσι θα διαπιστώσουν ότι το συμμετρικό και το αρχικό σχήμα ταυτίζονται. Τέλος ο εκπαιδευτικός θέτει κατάλληλα ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στο να εξετάσουν και άλλα ισοσκελή τρίγωνα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση αυτή οι μαθητές προσεγγίζουν την έννοια του άξονα συμμετρίας ενός σχήματος και έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα τον άξονα συμμετρίας του είναι το ίδιο το σχήμα.
- Όλα τα ισοσκελή τρίγωνα έχουν άξονα συμμετρίας το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση τους.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν ένα σχήμα στο περιβάλλον του γεωπινάκα και να ορίσουν το συμμετρικό του ως προς άξονα που ορίζουν οι ίδιοι. Κατόπιν, να κάνουν παρατηρήσεις και να εξαγουν σχετικά συμπεράσματα.

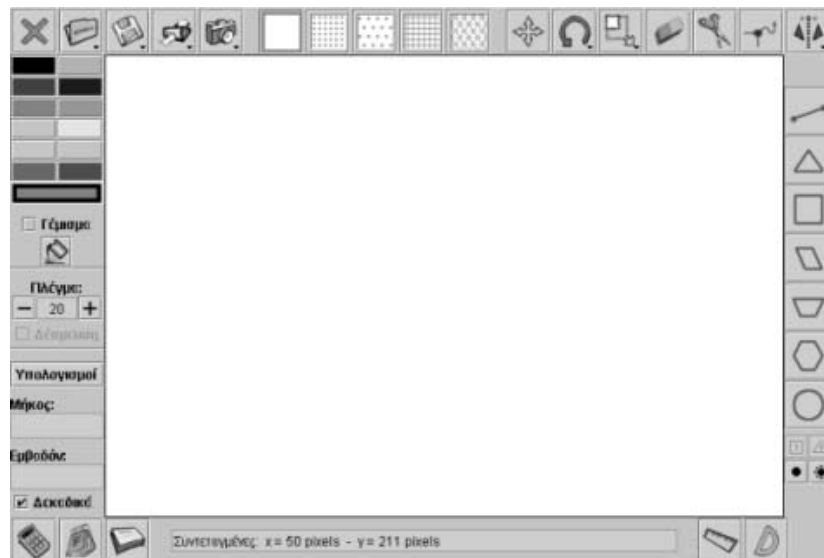
ΤΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στο γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 30, σχεδιάστε ένα ισοσκελές τρίγωνο με βάση 6 μονάδες και βρείτε το συμμετρικό του ως προς άξονα το ύψος του που αντιστοιχεί στη βάση.

Τι παρατηρείτε;

Τι έχουν ίσα τα δύο συμμετρικά τρίγωνα;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Σχεδιάστε το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση, ενώνοντας την κορυφή που βρίσκεται απέναντι από τη βάση με το μέσο της βάσης. Ορίστε ως άξονα συμμετρίας το ύψος και βρείτε το συμμετρικό του τριγώνου έχοντας πατημένο το πλήκτρο «Shift». Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε για τα δύο σχήματα;

Επιβεβαιώστε το συμπέρασμά σας επαναλαμβάνοντας τη δραστηριότητα, με άλλα ισοσκελή τρίγωνα. Σχεδιάστε διάφορα ισοσκελή τρίγωνα και βρείτε τα συμμετρικά τους ως προς άξονα το ύψος τους που αντιστοιχεί στη βάση. Ποιο είναι το τελικό συμπέρασμά σας;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού σχεδιάζουν στη λευκή επιφάνεια του γεωπίνακα ένα πολύγωνο και καλούνται με τη βοήθειά του να μετρήσουν το εμβαδόν του δεδομένου πολυγώνου. Θα πρέπει, δηλαδή, να περιγράψουν στους συμμαθητές τους πόσο μικρότερο ή μεγαλύτερο είναι το σχήμα του δεδομένου πολυγώνου από το εμβαδόν του πολυγώνου που σχεδίασαν. Η διαδικασία αυτή εισάγει τους μαθητές στη μέτρηση της επιφάνειας ενός σχήματος, ενώ προβάλλει την ανάγκη ύπαρξης και ενός δεύτερου σχήματος ως μονάδα σύγκρισης. Για το λόγο αυτό στις οδηγίες ζητείται από τους μαθητές να σχεδιάσουν ένα δεύτερο σχήμα και με τα αντίγραφά του να καλύψουν το πρώτο.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εκτιμήσουν (συγκρίνουν) με επιτυχία το εμβαδόν της επιφάνειας ενός πολυγώνου σε σχέση με το εμβαδόν της επιφάνειας ένα άλλου σχήματος.
- Να επιλέξουν την κατάλληλη μονάδα μέτρησης για το εμβαδόν ενός σχήματος.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη ύπαρξης μιας κοινής μονάδας μέτρησης.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη μέτρηση του εμβαδού ενός πολυγώνου.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις απόψεις τους σχετικά με το εμβαδόν του πολυγώνου. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν ένα πολύγωνο και κατόπιν να δημιουργήσουν αντίγραφά του, προκειμένου να καλύψουν με ακρίβεια το αρχικό σχήμα.

Οι μαθητές συζητούν με την ομάδα τους σχετικά με το πώς θα ανακοινώσουν στην τάξη τον τρόπο και το αποτέλεσμα της μέτρησης του εμβαδού του δεδομένου σχήματος. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να θέτει ερωτήματα που να κατευθύνουν τους μαθητές στην εξέταση των χαρακτηριστικών του πολυγώνου

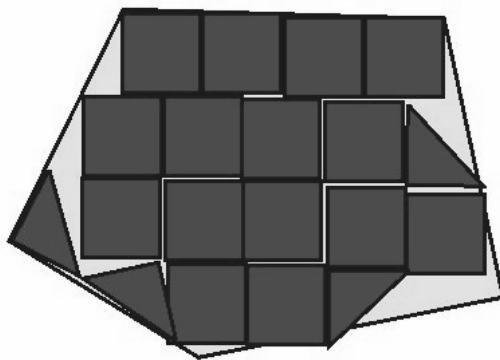
Στη συνέχεια οι μαθητές συζητούν για τα χαρακτηριστικά του δεύτερου σχήματος, με το οποίο θα καλύψουν την επιφάνεια του πολυγώνου, και προχωρούν στο σχεδιασμό του. Με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος» δημιουργούν αντίγραφά του με τα οποία και το καλύπτουν. Στο τέλος συζητούν μέσα στην τάξη σχετικά με:

- Τον τρόπο με τον οποίο έκαναν μέτρηση του εμβαδού της επιφάνειας του δεδομένου σχήματος.
- Το λόγο που επέλεξαν το συγκεκριμένο, δεύτερο, σχήμα.
- Την ανάγκη να χρησιμοποιήσουν την ίδια μονάδα μέτρησης, προκειμένου να μπορούν να συνεννοηθούν μεταξύ τους.

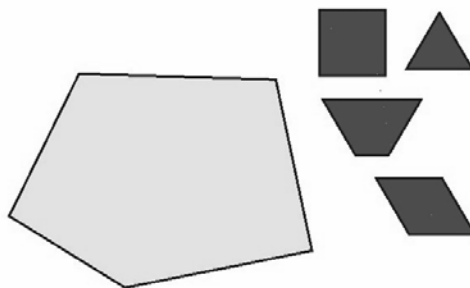
Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν τις απόψεις τους ελεύθερα μέσα στην τάξη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές σχεδιάζουν ένα δεύτερο σχήμα με το οποίο μπορούν να καλύπτουν το αρχικό. Η κάλυψη του σχήματος με ένα άλλο θα προβάλλει την ανάγκη της πλήρους κάλυψής του με σχήματα και μάλιστα χωρίς επικαλύψεις. Έτσι οι μαθητές θα αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της καταλληλότητας της μονάδας μέτρησης που επέλεξαν, αν αυτή δεν καλύπτει ακριβώς το αρχικό σχήμα. Για παράδειγμα, η επιλογή του τετραγώνου ως μονάδα μέτρησης έχει το πλεονέκτημα της δημιουργίας υπομονάδων (τετραγώνων ή ορθογώνιων τριγώνων που δημιουργούνται από την κοπή του τετραγώνου κατά μήκος της διαγωνίου και καταλαμβάνουν τη μισή επιφάνεια από αυτή του τετραγώνου). Η επιλογή, επίσης, ενός μικρότερου σχήματος ως μονάδα μέτρησης θα δώσει μεγαλύτερη ακρίβεια στο αποτέλεσμα.



Με τη συζήτηση για την επιλογή της μονάδας μέτρησης θα καταστεί εμφανής η ανάγκη μιας κοινής μονάδας μέτρησης και μάλιστα τέτοιας που να μπορεί να δημιουργεί εύκολα υπομονάδες, για την κάλυψη όσο το δυνατόν μεγαλύτερης επιφάνειας του πολυγώνου. Ο εκπαιδευτικός έχει δύο επιλογές. Η μία είναι να προτείνει στους μαθητές να εξετάσουν ως μονάδες σχήματα παρόμοια με αυτά της παρακάτω εικόνας. Η άλλη είναι να τους ζητήσει να επιλέξουν ένα τετραγωνικό ή ένα τριγωνικό πλέγμα, του οποίου το τετραγωνίδιο ή το τριγωνίδιο θα χρησιμοποιήσουν ως μονάδα μέτρησης, και να σχολιάσουν ποιο δίνει τα ακριβέστερα αποτελέσματα.



1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν ένα πολύγωνο επιλέγοντας την εντολή «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος». Επίσης, με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος», και ενώ διατηρούν πατημένο το πλήκτρο «Shift», δημιουργούν εύκολα όσα αντίγραφα θέλουν. Στη συνέχεια μπορούν να μεταφέρουν τα σχήματα αυτά πάνω στο αρχικό και να τα περιστρέφουν ώστε να καλύπτουν χωρίς κενά το πολύγωνο. Η παραπάνω διαδικασία επιτρέπει στους μαθητές να πειραματίζονται με το σχήμα της μονάδας μέτρησης και να εφαρμόζουν τις ιδέες τους σχετικά με την κάλυψη του ζητούμενου πολυγώνου.

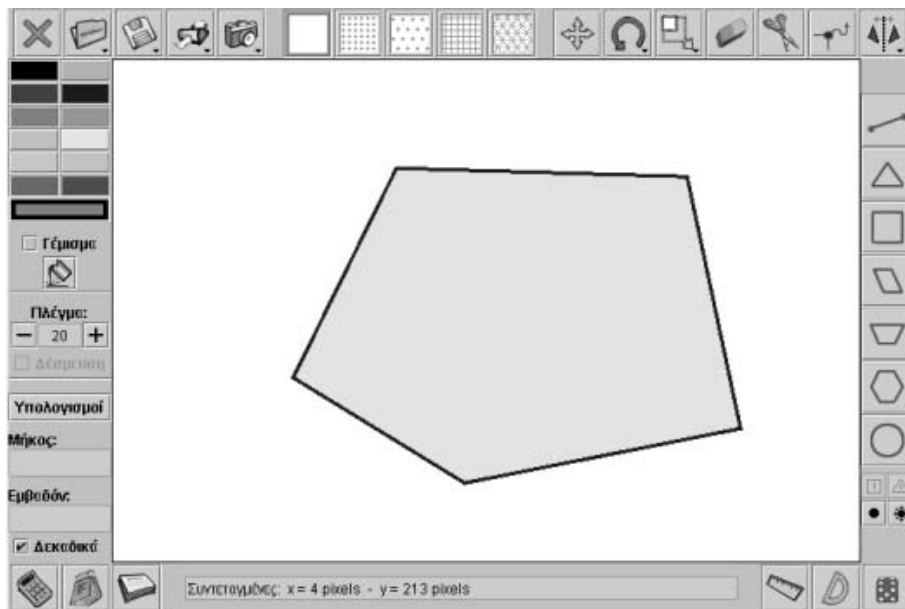
1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση με διάφορα σχήματα ή να χρησιμοποιήσουν ένα τετραγωνικό/τριγωνικό πλέγμα ή ένα πλέγμα με κουκκίδες.

ΕΜΒΑΔΟΝ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε στην επιφάνεια του γεωπλάκα να σχεδιάσετε ένα δεύτερο σχήμα και με τη βοήθειά του να μετρήσετε το εμβαδόν (το μέγεθος της επιφάνειας) που καταλαμβάνει το παρακάτω σχήμα;

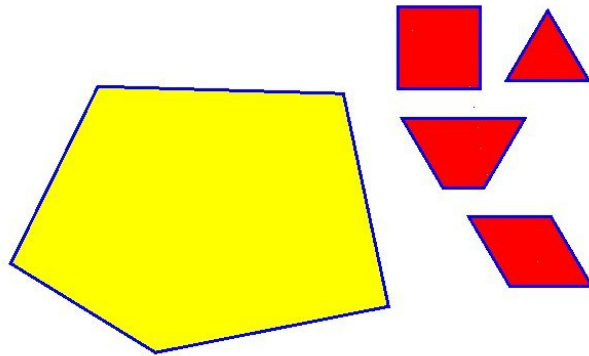


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

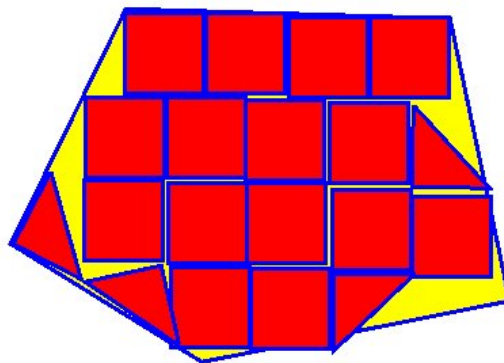
ΕΜΒΑΔΟΝ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα άλλο σχήμα ή να επιλέξετε ένα από τα ήδη έτοιμα στο γεωπίνακα και να το συγκρίνετε με το σχήμα εκείνο, του θέλετε να εκτιμήσετε το μέγεθός του. Κάντε όσα αντίγραφα του σχήματος θέλετε, επιλέγοντας το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος» και μετακινώντας το σχήμα έχοντας πατημένο το πλήκτρο «Shift». Προσπαθήστε να καλύψετε το αρχικό πολύγωνο με το σχήμα που επιλέξατε και με τα αντίγραφά του. Ο καλύτερος τρόπος σύγκρισης είναι να προσπαθήσετε να καλύψετε το αρχικό σχήμα με αντίγραφα αυτού. Δηλαδή να δημιουργήσετε αντίγραφα του μικρού σχήματος και να τα τοποθετήσετε πάνω στο αρχικό, το ένα δίπλα στο άλλο, ώστε να καλυφθεί πλήρως.

Ποιο από τα μικρά κόκκινα σχήματα της παρακάτω εικόνας νομίζετε ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την καλύτερη κάλυψη του αρχικού πολυγώνου;



Παρατηρήστε την εικόνα που ακολουθεί. Πόσα μικρά σχήματα καλύπτουν το πολύγωνο; Πόσο μεγάλο είναι το πολύγωνο σε σύγκριση με το τετράγωνο;



ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν ορθογώνια με ίδια περίμετρο και να υπολογίσουν το εμβαδόν τους. Αρχικά, τους δίνεται η δυνατότητα να υπολογίσουν την περίμετρο και το εμβαδόν του ορθογωνίου και στη συνέχεια να παρατηρήσουν τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται το εμβαδόν του ορθογωνίου, ενώ η περιμέτρος του παραμένει σταθερή.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να υπολογίσουν το εμβαδόν ενός ορθογωνίου, όταν είναι γνωστή η περιμέτρος του.
- Να διατυπώσουν και να εκφράσουν τη σχέση μεταξύ της περιμέτρου και του εμβαδού ενός ορθογωνίου.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό της περιμέτρου και του εμβαδού ενός ορθογωνίου.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τη «μεταβολή» που διέπει τη μέτρηση της περιμέτρου και του εμβαδού ενός ορθογωνίου, καθώς μεταβάλλονται οι πλευρές του.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές σχολιάζουν το σχήμα του ορθογωνίου, κάτω από το πρίσμα του εμβαδού και της περιμέτρου του. Αυτό σημαίνει ότι σχεδιάζουν στο χαρτί διάφορα ορθογώνια, υπολογίζουν το εμβαδόν και την περίμετρό τους και σχολιάζουν τις διαφορές και ομοιότητες που εμφανίζουν τα σχήματα αυτά. Στη συνέχεια διαπραγματεύονται ορθογώνια με την ίδια περίμετρο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα πρέπει να σχεδιάσουν ορθογώνια με περίμετρο 28 μονάδες και να υπολογίσουν το εμβαδόν τους. Έτσι θα διαπιστώσουν ότι υπάρχουν πολλά ορθογώνια με την ίδια περίμετρο. Η συμπλήρωση με επιτυχία του προτεινόμενου πίνακα τιμών μπορεί να τους βοηθήσει να ερευνήσουν τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται (αυξάνεται ή μειώνεται) το εμβαδόν των ορθογωνίων με ίδια περίμετρο και να εντοπίσουν το ορθογώνιο με το μέγιστο εμβαδόν. Επίσης, αυτή η διαδικασία αναμένεται να τους οδηγήσει στην εικασία ότι το ορθογώνιο με το μέγιστο εμβαδόν είναι το τετράγωνο.

Η συζήτηση μέσα στην τάξη θα δώσει την ευκαιρία να διατυπωθούν διάφορες υποθέσεις. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ενθαρρύνει τους μαθητές να εφαρμόσουν τη δραστηριότητα και σε άλλα ορθογώνια. Έτσι θα είναι σε θέση να διατυπώσουν τον παρακάτω κανόνα:

- Από όλα τα ορθογώνια με την ίδια περίμετρο, μέγιστο εμβαδόν έχει το τετράγωνο.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν τις έννοιες «εμβαδόν» και «περίμετρος» ενός ορθογωνίου, καθώς και τη μεταβολή του εμβαδού, όταν η περίμετρος παραμένει σταθερή.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν διάφορα ορθογώνια σε ένα τετραγωνικό πλαίσιο, με αποτέλεσμα να εστιάζουν την προσοχή τους στον προσδιορισμό των ζητούμενων σχέσεων μεταξύ του εμβαδού και της περιμέτρου των ορθογωνίων.

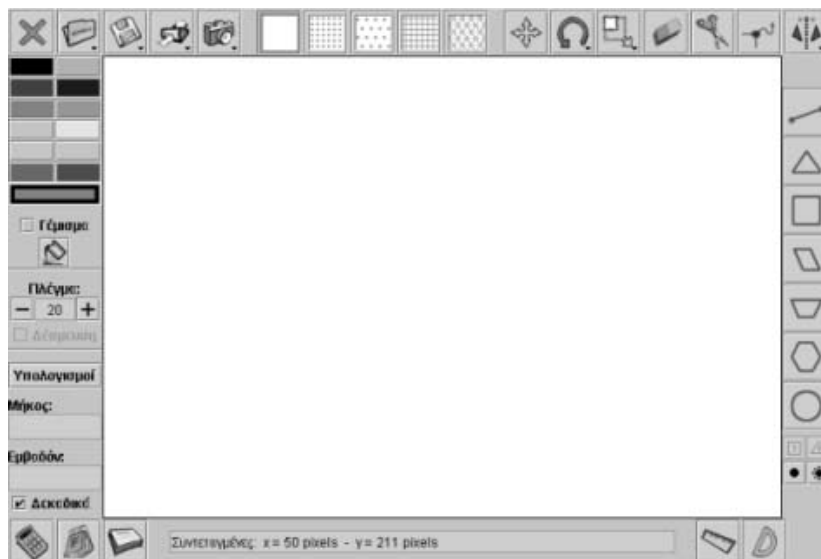
ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Χρησιμοποιήστε στο γεωπίνακα ένα τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20 και σχεδιάστε ένα ορθογώνιο με πλευρές 6 και 8 μονάδες αντίστοιχα.

Ποια είναι η περίμετρος και ποιο το εμβαδόν του;

Μπορείτε να σχεδιάσετε και άλλα ορθογώνια με διαφορετικές πλευρές, αλλά με ίδια περίμετρο; Πόσο θα είναι το εμβαδόν τους; Ποιο από αυτά πιστεύετε ότι έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Ο γεωπίνακας σας δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάσετε διάφορα ορθογώνια. Μετρήστε τα μήκη των πλευρών τους και τα εμβαδά τους. Καταγράψτε τις μετρήσεις σας σε έναν πίνακα.

Αν η μία πλευρά ενός ορθογωνίου είναι 4 μονάδες, τι μήκος θα έχει η άλλη, ώστε να έχει ίδια περίμετρο με το αρχικό σχήμα; Πόσο εμβαδόν θα έχει ένα ορθογώνιο, με ίδια περίμετρο, αλλά με τη μία πλευρά του 7 μονάδες; Υπάρχουν και άλλα ορθογώνια με την ίδια περίμετρο; Ποιο είναι το εμβαδόν τους; Σχεδιάστε διάφορα ορθογώνια με περίμετρο 28 μονάδες και υπολογίστε το εμβαδόν τους. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα. Μπορείτε να διατυπώσετε έναν κανόνα για το μέγιστο εμβαδόν;

Περίμετρος	Μήκος	Πλάτος	Εμβαδόν
28	1	13	13
28	2	12	24
28	3	11	33
28	4		
28	5		
28	6		
28	7		
28	8		
28	9		
28	10		
28	11		
28	12		
28	13		
28	14		
28	15		

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Ο κύκλος είναι το σχήμα εκείνο που παρουσιάζει τις περισσότερες δυσκολίες στην κατανόησή του ως έννοια από τους μαθητές, καθώς και στη μέτρηση του μήκους και του εμβαδού του. Συγκεκριμένα, οι μαθητές δυσκολεύονται να αντιληφθούν:

- Τον κύκλο ως το γεωμετρικό τόπο σημείων.
- Την ύπαρξη άπειρων σημείων στον κύκλο.
- Το ρόλο του κέντρου και της ακτίνας ενός κύκλου ως καθοριστικά στοιχεία για το σχηματισμό του.
- Το συσχετισμό του σχήματος αυτού με άλλα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και την εφαρμογή σε αυτόν ανάλογων διαδικασιών μέτρησης.

Για παράδειγμα, όταν οι μαθητές ορίζουν τον κύκλο ως *ένα ολοστρογγυλο σχήμα χωρίς γωνίες*, προφανώς αγνοούν το ρόλο που παίζει το κέντρο του στο σχηματισμό του. Παίρνοντας ως δεδομένο, επίσης, ότι τα κυκλικά σχήματα των αντικειμένων που παρατηρούν γύρω τους δεν εμφανίζουν το κέντρο τους, οι μαθητές μπορούν να αναπτύσσουν διαφορετικούς τρόπους ορισμού και μέτρησης ενός κύκλου. Έτσι, στο ερώτημα, «πώς μπορούν να μετρήσουν το μήκος του κυκλικού στομίου ενός ποτηριού», και σύμφωνα με τα καθιερωμένα, πρώτα πρέπει να βρουν το κέντρο του και στη συνέχεια να υπολογίσουν τη διάμετρο ή την ακτίνα του, εφαρμόζοντας έναν τύπο (μήκος = 3,14 x διάμετρος). Αλλά η εύρεση του κέντρου και της ακτίνας σε μια τέτοια περίπτωση είναι ένα αρκετά δύσκολο πρόβλημα της γεωμετρίας και πάνω από τις δυνάμεις τους. Έτσι καταφεύγουν σε άλλους τρόπους, όπως να τυλίξουν ένα κομμάτι σπάγκο γύρω από τον κύκλο και να μετρήσουν το μήκος του και με τη χρήση του τύπου του μήκους του να βρουν την ακτίνα και στη συνέχεια το εμβαδόν του. Σε αυτή όμως την περίπτωση θεωρούν δεδομένους τους τύπους και χωρίς κάποια αιτιολόγηση.

Παρόμοιες εργασίες στον γεωπίνακα, στον οποίο ο κύκλος προσομοιώνει την κατάσταση του κυκλικού στομίου που αναφέρθηκε παραπάνω, δίνουν στους μαθητές τη δυνατότητα να σχεδιάζουν κύκλους χωρίς το κέντρο τους και στη συνέχεια να επιχειρούν να βρουν τη διάμετρό του και να μετρούν προσεγγιστικά το μήκος και το εμβαδόν του με διάφορους τρόπους. Π.χ. να καλύπτουν τον κύκλο με μία κλειστή τεθλασμένη γραμμή να μετρούν το μήκος της και να ελέγχουν το βαθμό προσέγγισης χρησιμοποιώντας την εντολή «Υπολογισμός».

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται βρουν το κέντρο ενός κύκλου, να υπολογίσουν το μήκος της διαμέτρου του και να συσχετίσουν το μήκος του με το μήκος που έχει η διάμετρός του.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

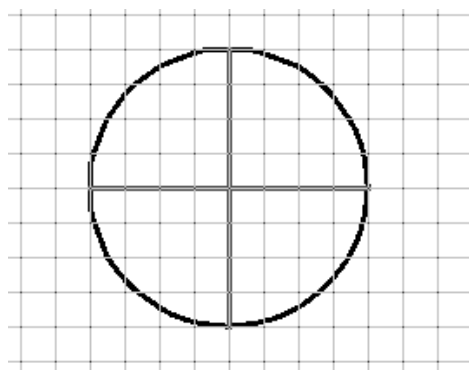
Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να κατανοήσουν ότι το μήκος του κύκλου εξαρτάται από το μήκος της διαμέτρου του.
- Να κάνουν επιτυχείς εκτιμήσεις και κατά προσέγγιση υπολογισμούς για το μήκος ενός κύκλου, βοηθούμενοι από το μήκος της διαμέτρου του και σε σχέση με μία σταθερά μονάδα μέτρησης.
- Να υπολογίσουν το μήκος ενός κύκλου σύμφωνα με το γνωστό τύπο: (μήκος διαμέτρου x 3,14) και σε σχέση με τη σταθερά μονάδα μέτρησης του μήκος της πλευράς των τετραγωνιδίων του πλέγματος που θα χρησιμοποιήσουν.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό της περιμέτρου ενός κύκλου.

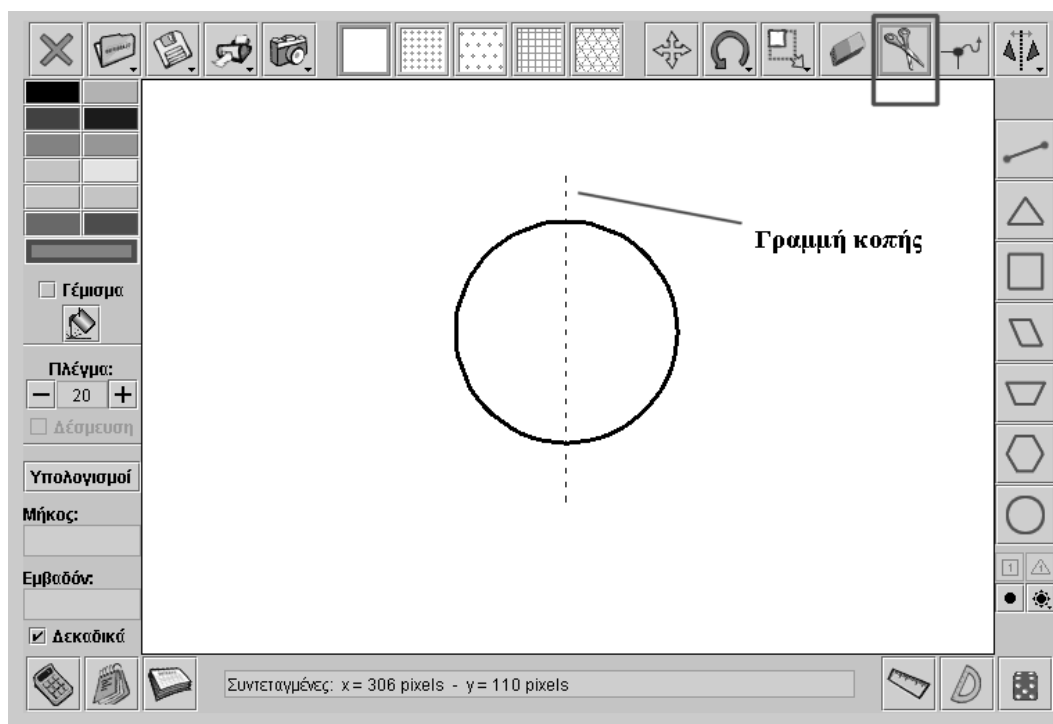
1.3. Οργάνωση της τάξης

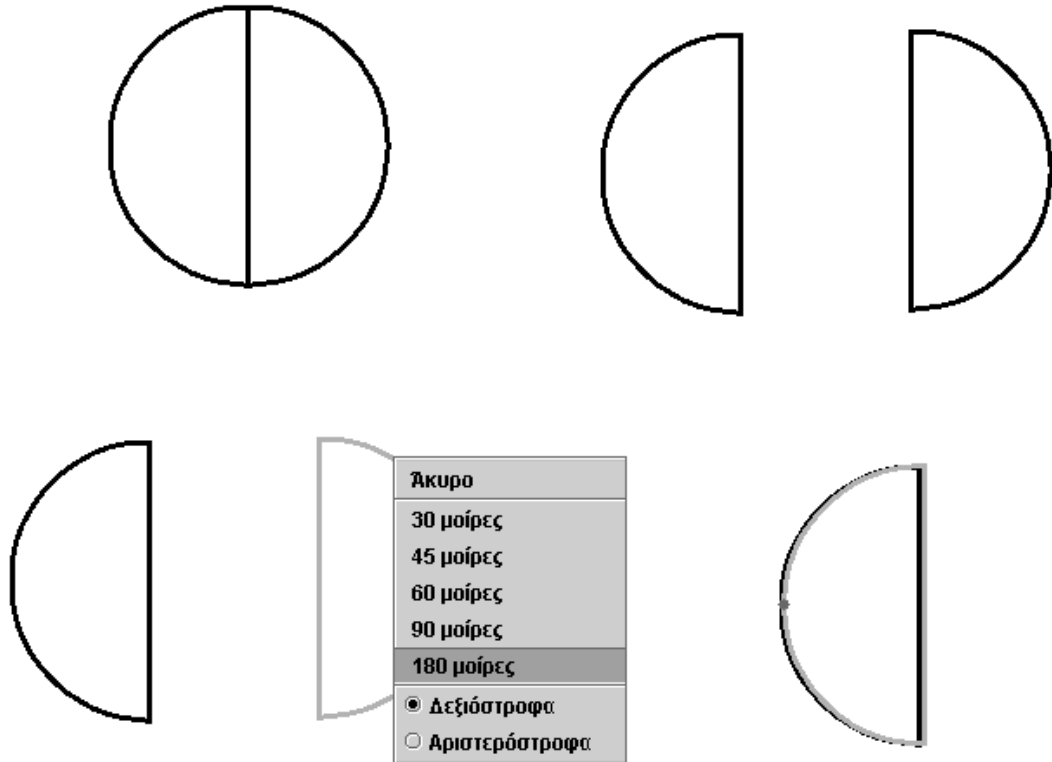
Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν έναν κύκλο, να μεταβάλλουν το μέγεθός του και στη συνέχεια να υπολογίσουν το μήκος του, το οποίο και θα συσχετίζουν με το μήκος της διαμέτρου του.

Οι μαθητές επιλέγουν τον κύκλο και μεταβάλλουν το μέγεθός του με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους». Έτσι μπορούν να έχουν κύκλους διαφόρων μεγεθών και να υπολογίζουν το μήκος τους. Μετρούν τη διάμετρό τους και τη συσχετίζουν με το μήκος τους. Η εύρεση μιας διαμέτρου μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουν το τετραγωνικό πλέγμα σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα.



Ένας άλλος τρόπος, που συνδέεται πιο στενά με την έννοια της διαμέτρου, είναι να κόψουν με το ψαλίδι τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη. Οι μαθητές, λοιπόν, σχηματίζουν έναν κύκλο και μετρούν το μήκος του. Στη συνέχεια τον κόβουν κατά μήκος μιας διαμέτρου –σύμφωνη με τις εκτιμήσεις τους–, μετακινούν τα δύο τμήματα, περιστρέφουν με το αντίστοιχο εργαλείο το ένα τμήμα κατά 180° και το μεταφέρουν πάνω στο άλλο. Αν ταυτίζονται, σημαίνει ότι έχουν βρει τη διάμετρο. Αν όχι, επαναλαμβάνουν τη διαδικασία. Στο τέλος μετρούν το μήκος της διαμέτρου, σύμφωνα με τις παρακάτω εικόνες.





Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, με τα κατάλληλα ερωτήματα του μπορεί να καλλιεργήσει στους μαθητές του την ανάγκη μέτρησης του μήκους του κύκλου. Για παράδειγμα:

- «Ποιος μπορεί να υπολογίσει το μήκος του κυκλικού στομίου ενός ποτηριού;»
- «Μπορεί κάποιος να βρει το μήκος της διαμέτρου του;»
- «Μπορείτε να βρείτε το κέντρο του κύκλου;»

Οι μαθητές υπολογίζουν το μήκος του κύκλου με τη βοήθεια του αντίστοιχου εργαλείου μέτρησης και χρησιμοποιούν τον calculator για να υπολογίσουν το πηλίκο του μήκους προς το μήκος της διαμέτρου. Στην περίπτωση που το μήκος της διαμέτρου είναι 10 μονάδες, το μήκος θα είναι 31,22 και το πηλίκο: $31,22 : 10 = 3,12$. Κατόπιν επαναλαμβάνουν τις μετρήσεις και για κύκλους με άλλες διαμέτρους και συμπληρώνουν τον παρακάτω πίνακα.

Διάμετρος	Μήκος κύκλου	Πηλίκο
10	31,22	
12	37,68	
14	43,74	
16	50,28	
18	56,64	
20	62,57	
8	24,87	
6	18,77	
5	15,66	

Η συζήτηση μέσα στην τάξη, σχετικά με τα αποτελέσματα των μετρήσεων, θα δώσει στον εκπαιδευτικό την ευκαιρία να εστιάσει την προσοχή των μαθητών στα παρακάτω ζητήματα:

- Τα αποτελέσματα όλα κυμαίνονται μεταξύ 3,108 και 3,146. Οι διαφορετικοί αριθμοί που προκύπτουν οφείλονται σε σφάλματα μετρήσεων.
- Ο ακριβής αριθμός είναι δεκαδικός, με άπειρα δεκαδικά ψηφία, τα οποία όμως δε γνωρίζουμε στο σύνολό τους. Τα δύο πρώτα δεκαδικά ψηφία είναι 14.
- Έχει επικρατήσει στους υπολογισμούς να χρησιμοποιείται το 3,14, που αποτελεί μια προσέγγιση του αριθμού αυτού.

Ακόμη, ο εκπαιδευτικός μπορεί να φέρει στην τάξη διάφορα υλικά με κυκλικά σχήματα και τετραγωνισμένο χαρτί και να ζητήσει από τους μαθητές να εφαρμόσουν τις στρατηγικές που ανέπτυξαν στη δραστηριότητα. Βέβαια μπορεί να τα χρησιμοποιήσει και ως εισαγωγή στη δραστηριότητα, δηλαδή να ζητήσει να βρουν το κέντρο, την ακτίνα και το εμβαδόν τους, προτού εισαχθούν στην προτεινόμενη δραστηριότητα, ώστε να δημιουργηθεί ο ανάλογος προβληματισμός.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν το μήκος του κύκλου με δύο τρόπους. Πρώτα εκτιμώντας οπτικά το μήκος του, σε σχέση με το μήκος της πλευράς των τετραγωνιδίων του πλέγματος, και στη συνέχεια με τη βοήθεια της διαμέτρου του.

Έχουν, ακόμη, τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα με το εργαλείο μέτρησης του μήκους ενός κύκλου στις διάφορες περιπτώσεις. Ο πίνακας τιμών, που καλούνται να συμπληρώσουν, θα τους βοηθήσει να αναπτύξουν τις απόψεις τους όσον αφορά το συντελεστή, με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιάζουν τη διάμετρο για έχουν το μήκος του κύκλου. Τέλος, έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

1. Το μήκος ενός κύκλου εξαρτάται από τη διάμετρό του και επομένως από την ακτίνα του.
2. Το μήκος ενός κύκλου υπολογίζεται κατά προσέγγιση με τη μορφή γινομένου: (διάμετρος) \times 3,14.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν διάφορους κύκλους με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδίαση κύκλου» και σε συνδυασμό με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους». Επίσης, επιλέγοντας «Τετραγωνικό πλέγμα» στην επιφάνεια εργασίας και κατόπιν «Δέσμευση» στο πλέγμα, μπορούν, αφενός, να σχεδιάζουν χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες κύκλους με συγκεκριμένη διάμετρο και, αφετέρου, να μετρούν το μήκος τους με μονάδα μέτρησης το μήκος της πλευράς του τετραγωνιδίου. Έτσι, μπορούν ανενόχλητα να επικεντρώνουν την προσοχή τους στα πειράματα που διεξάγουν για τη μέτρηση του μήκους του κύκλου.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση σε ένα ημικύκλιο ή σε ένα τόξο.

ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

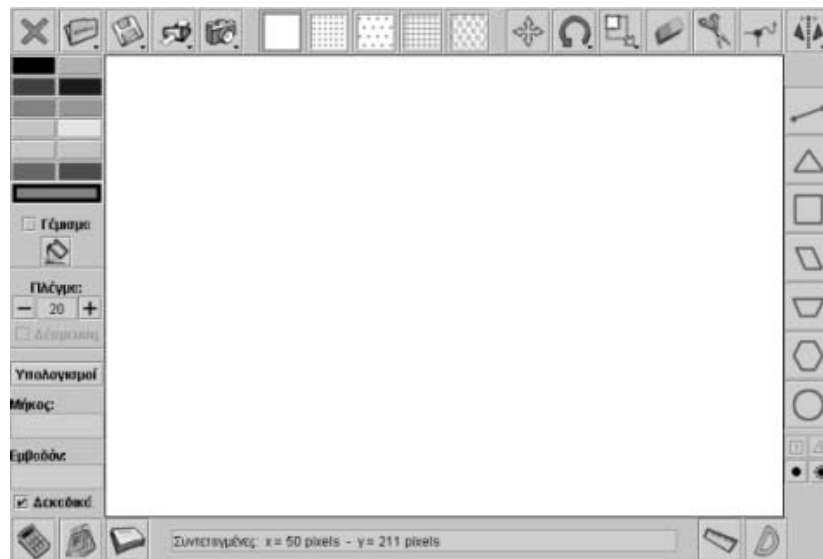
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στο γεωπίνακα, σε επιφάνεια εργασίας με τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, επιλέξτε τον κύκλο. Χρησιμοποιήστε το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» για να μεταβάλλετε το μέγεθος του κύκλου που σχεδιάστηκε.

Μπορείτε να βρείτε τη θέση του κέντρου του και να μετρήσετε το μήκος της διαμέτρου του;

Χρησιμοποιήστε την εντολή «Υπολογισμός» για να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου.

Ποιο είναι το πηλίκο που προκύπτει από τη διαίρεση του μήκους του κύκλου με το μήκος της διαμέτρου του;

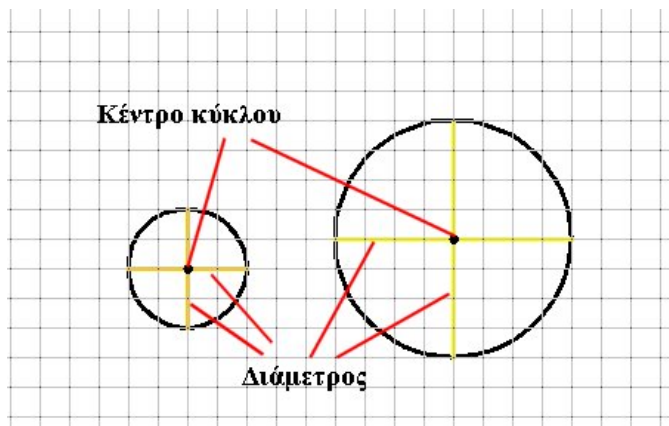


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Ένα από τα έτοιμα σχήματα που διαθέτει ο γεωπίνακας είναι ο κύκλος. Επιλέξτε το σχετικό εικονίδιο και κάντε αριστερό κλικ στην επιφάνεια εργασίας. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» μπορείτε να μεταβάλλετε το μέγεθός του. Ο κύκλος που σχεδιάστηκε δεν εμφανίζει το κέντρο του. Για να βρείτε τη θέση του κέντρου του μπορείτε να επιλέξετε η επιφάνεια εργασίας να έχει τετραγωνικό πλέγμα και κατόπιν να βρείτε δύο διαμέτρους του. Το σημείο τομής του αποτελεί και το κέντρο του. Δείτε την παρακάτω εικόνα.



Με τη βοήθεια της επιλογής «Υπολογισμός» μπορείτε να μετρήσετε το μήκος του. Διαιρέστε το μήκος του κύκλου που βρήκατε με το μήκος της διαμέτρου του. Χρησιμοποιήστε το κομπιουτεράκι (calculator) του υπολογιστή επιλέγοντας το σχετικό εικονίδιο στο πρόγραμμα. Σχεδιάστε διάφορους κύκλους, υπολογίστε το μήκος τους και διαιρέστε το με το μήκος που έχει η διάμετρός τους. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε; Μπορείτε να διατυπώσετε έναν κανόνα με τον οποίο να υπολογίζετε το μήκος του κύκλου;

Σχεδιάστε διάφορους κύκλους και μετρήστε το μήκος και την ακτίνα τους. Στη συνέχεια συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα. Κατά τους υπολογισμούς σας επιλέξτε οι αριθμοί σας να έχουν δύο δεκαδικά ψηφία. Καταγράψτε τα αποτελέσματα των μετρήσεών σας σε έναν πίνακα. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε σχετικά με το μήκος του κύκλου; Με ποιον κανόνα μπορούμε να υπολογίζουμε το μήκος του, όταν γνωρίζουμε ήδη την ακτίνα του;

Μήκος κύκλου	Διάμετρος	Πηλίκο

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να υπολογίσουν το εμβαδόν που καταλαμβάνει στο επίπεδο ένα ορθογώνιο με πλευρές 8 και 6 μονάδες, αντίστοιχα. Κατόπιν να εντοπίσουν και άλλα, διαφορετικών διαστάσεων, ορθογώνια τα οποία καταλαμβάνουν το ίδιο πλήθος τετραγωνιδίων και να βρουν τη σχέση που έχουν οι διαστάσεις τους με το πλήθος των τετραγωνιδίων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να υπολογίσουν (μετρήσουν) το εμβαδόν της επιφάνειας ενός ορθογωνίου σε σχέση με ένα σταθερό τετράγωνο.
- Να σχεδιάσουν με επιτυχία ένα ορθογώνιο με δεδομένο το πλήθος των τετραγωνιδίων που περιλαμβάνει.
- Να συσχετίσουν το μέγεθος της επιφάνειας ενός ορθογωνίου με τα μήκη των δύο πλευρών του.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό της περιμέτρου και του εμβαδού ενός ορθογωνίου.

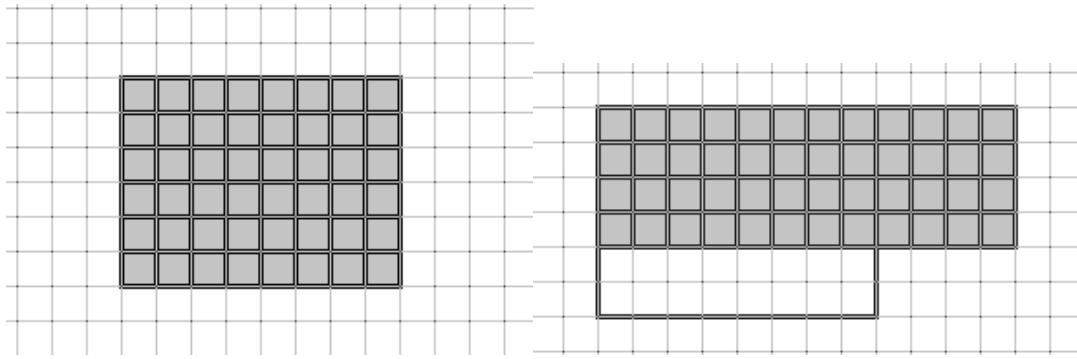
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν ένα ορθογώνιο με πλευρές 8 και 6 μονάδες, αντίστοιχα, και να μετρήσουν το εμβαδόν της επιφάνειας που καταλαμβάνει στο πλέγμα. Στη δεύτερη να εντοπίσουν και άλλα ορθογώνια με ίδιο εμβαδόν.

Φάση 1: Οι μαθητές σχεδιάζουν το ορθογώνιο με μήκη πλευρών 8 και 6 μονάδες, αντίστοιχα, και σχολιάζουν το χώρο που καταλαμβάνει. Το τετράγωνο πλέγμα, και συγκεκριμένα τα τετραγωνίδια, τους διευκολύνουν να μετρήσουν το εμβαδόν του σχήματος. Κατόπιν, ακολουθώντας τις οδηγίες του εκπαιδευτικού, μεταβάλλουν το μέγεθος του πλέγματος και επαναλαμβάνουν τη δραστηριότητα. Με δεδομένο ότι το αποτέλεσμα είναι ίδιο, ο εκπαιδευτικός επωφελείται τη ευκαιρίας και συζητά με τους μαθητές του σχετικά με το ρόλο που παίζει το μέγεθος της μονάδας μέτρησης στη μέτρηση του εμβαδού του ορθογωνίου.

Φάση 2: Οι μαθητές αναζητούν και άλλα ορθογώνια με εμβαδόν 48 τετραγωνίδια. Εξετάζουν τα μήκη των πλευρών τους και προσπαθούν να κατανοήσουν τη σχέση που έχουν με το εμβαδόν του ορθογωνίου. Η συμπλήρωση ενός πίνακα τιμών τους επιτρέπει να καταλήξουν στο σχετικό κανόνα υπολογισμού για το εμβαδόν ενός ορθογωνίου. Ωστόσο, έχουν τη δυνατότητα να αναπτύξουν και άλλο τρόπο εντοπισμού των διαφόρων ορθογωνίων. Για παράδειγμα, να γεμίσουν το αρχικό ορθογώνιο με 48 τετραγωνίδια και στη συνέχεια να τα διευθετήσουν με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχηματίσουν επίσης ένα ορθογώνιο, σύμφωνα με τις παρακάτω εικόνες.



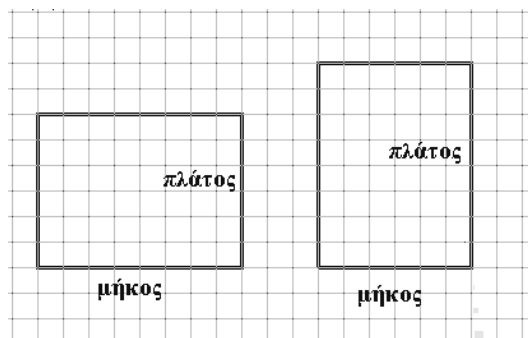
Τέλος, οι μαθητές σχολιάζουν τα αποτελέσματα με την ομάδα τους και κατόπιν με την υπόλοιπη τάξη. Αναφέρονται στον τρόπο τον οποίο εφάρμοσαν για τη διεξαγωγή της διερεύνησης και τη συμπλήρωση του πίνακα, και διατυπώνουν τον κανόνα στον οποίο κατέληξαν.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν την επιφάνεια ενός ορθογωνίου με τη σταθερή επιφάνεια του τετραγώνου ενός τετραγωνικού πλέγματος. Αυτό που πρόκειται να διαπιστώσουν είναι ότι το πλήθος των τετραγωνιδίων, που περικλείει κάθε τετράγωνο, ισούται με το γινόμενο του μήκους των δύο κάθετων πλευρών του. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να αναπτύξει με τους μαθητές του μια συζήτηση σχετικά με τους αριθμούς αυτούς και να τους βοηθήσει να συμπληρώσουν έναν πίνακα πολλαπλασιασμού όλων των αριθμών από το 1 έως το 10, κατασκευάζοντας πρώτα ορθογώνια, των οποίων οι πλευρές ορίζονται από τις γραμμές και τις στήλες του πίνακα.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Κατόπιν αυτού, οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι τα γινόμενα $αβ$ ή $βα$ έχουν το ίδιο αποτέλεσμα. Έτσι ο εκπαιδευτικός μπορεί να συζητήσει με τους μαθητές για τα δύο γινόμενα στην περίπτωση που αυτά εκφράζουν το εμβαδόν ορθογωνίου, επειδή εκφράζουν δύο ορθογώνια με διαφορετικές διαστάσεις. Το ένα έχει μήκος $α$ και πλάτος $β$, ενώ το άλλο έχει μήκος $β$ και πλάτος $α$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Με τη συζήτηση γύρω από τα αποτελέσματα του πίνακα θα αναδειχθούν ενδιαφέρουσες ιδιότητες για το εμβαδόν του ορθογωνίου. Μεταξύ αυτών:

- Υπάρχουν πολλά ορθογώνια με ίδιο εμβαδόν.
- Το τετράγωνο είναι και αυτό ένα ορθογώνιο.

Τέλος, οι μαθητές αναμένεται να γενικεύσουν το συμπέρασμά τους σε σχέση με το εμβαδόν του ορθογωνίου – ότι δηλαδή ισούται με το γινόμενο του πλήθους των πλευρών του.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν ένα ορθογώνιο επιλέγοντας την εντολή «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος». Επίσης, επιλέγοντας «Τετραγωνικό πλαίσιο» στην επιφάνεια εργασίας και «Δέσμευση» στο πλέγμα μπορούν, αφενός, να σχεδιάζουν ένα ορθογώνιο χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες και, αφετέρου, να μετρούν: (α) την επιφάνειά του με μονάδα μέτρησης το τετραγωνίδιο του πλέγματος και (β) το μήκος της πλευράς του με μονάδα το μήκος της πλευράς του μοναδιαίου τετραγωνιδίου. Το γεγονός αυτό τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματίζονται και να εφαρμόζουν τις υποθέσεις τους κατά τη σχεδίαση του ζητούμενου τετραγώνου.

ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

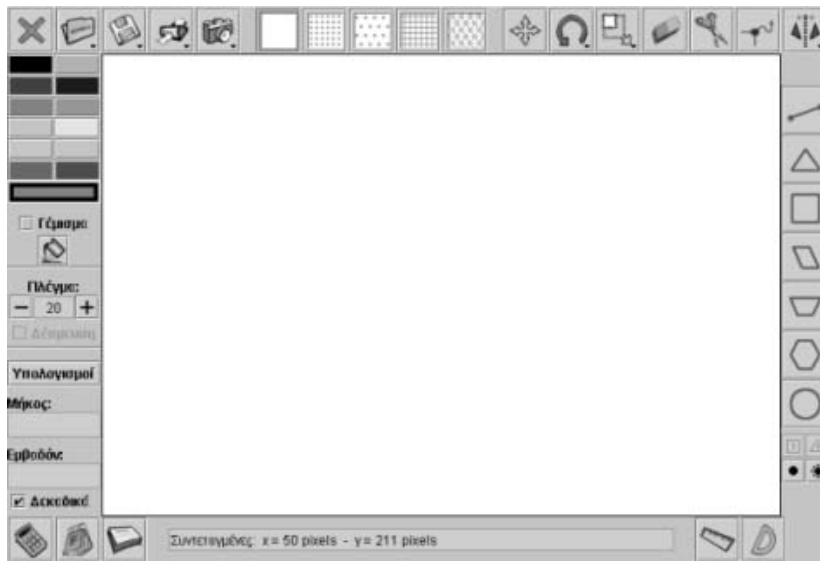
Στο γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20, σχεδιάστε ένα ορθογώνιο με πλευρές 8 και 6 μονάδες αντίστοιχα.

Πόσα τετραγωνίδια περιέχει;

Μπορείτε να σχεδιάσετε ένα δεύτερο ορθογώνιο, με πλευρές διαφορετικού μήκους, αλλά με ίδιο αριθμό τετραγωνιδίων;

Πόσα τέτοια ορθογώνια μπορείτε να σχεδιάσετε;

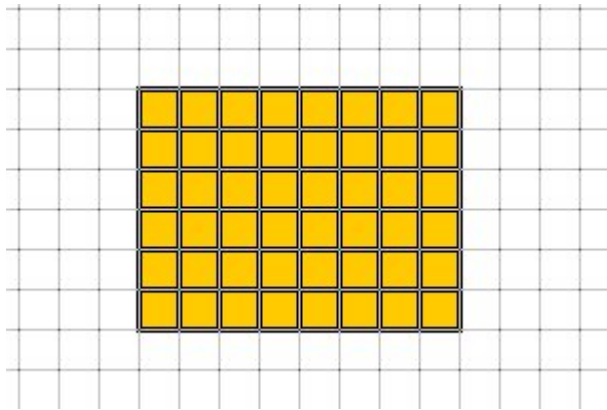
Τι σχέση έχουν τα μήκη των πλευρών των ορθογωνίων με τον αριθμό των τετραγωνιδίων που περιέχουν τα ορθογώνια;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Σε ένα τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20 σχεδιάστε με το εργαλείο «Σχεδιασμός ευθύγραμμου τμήματος» ένα ορθογώνιο με μήκος πλευρών 8 και 6 μονάδες πλέγματος, αντίστοιχα. Μετρήστε το πλήθος των τετραγωνιδίων που περιέχονται στο ορθογώνιο. Γεμίστε το ορθογώνιο με τετραγωνίδια. Με το εργαλείο «Γέμισμα» διαλέξτε τα χρώματα που θέλετε να έχουν τα σχήματά σας. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του εργαλείου «Μοναδιαίο τετράγωνο», γεμίστε το ορθογώνιο με τετραγωνίδια. Δείτε το παρακάτω σχήμα.



Βρείτε όλα τα δυνατά ορθογώνια, αποτελούμενα από 48 τετραγωνίδια, που μπορείτε να σχεδιάσετε. Καταγράψτε τα μήκη των πλευρών τους σε έναν πίνακα όπως αυτός που ακολουθεί.

Μήκος	Πλάτος	Τετραγωνίδια
8	6	48
12	4	48

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Το ορθογώνιο τρίγωνο είναι ένα σχήμα που προκύπτει άμεσα, ως μέρος ενός ορθογωνίου, σχεδιάζοντας μία από τις διαγώνιους του. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να ερευνήσουν με απλό τρόπο το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου. Ένας τρόπος είναι να υπολογίσουν το μισό του εμβαδού του ορθογωνίου από το οποίο προέρχεται. Ένας δεύτερος τρόπος είναι να μετρήσουν τα τετραγωνίδια του πλέγματος που καταλαμβάνει και να τα συσχετίσουν με το μέγεθος των κάθετων πλευρών του.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να υπολογίσουν το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου, θεωρώντας το ως το μισό του εμβαδού ενός ορθογωνίου το οποίο έχει την ίδια βάση και το ίδιο ύψος με το αρχικό ορθογώνιο τρίγωνο.
- Να υπολογίσουν την επιφάνεια ενός ορθογωνίου τριγώνου με βάση τα μήκη των δύο κάθετων πλευρών του.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τον υπολογισμό του εμβαδού και της περιμέτρου ενός ορθογωνίου τριγώνου.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει το ορθογώνιο τρίγωνο, καθώς και τη μέτρησή του, σε σχέση με το ορθογώνιο.

1.3. Οργάνωση της τάξης

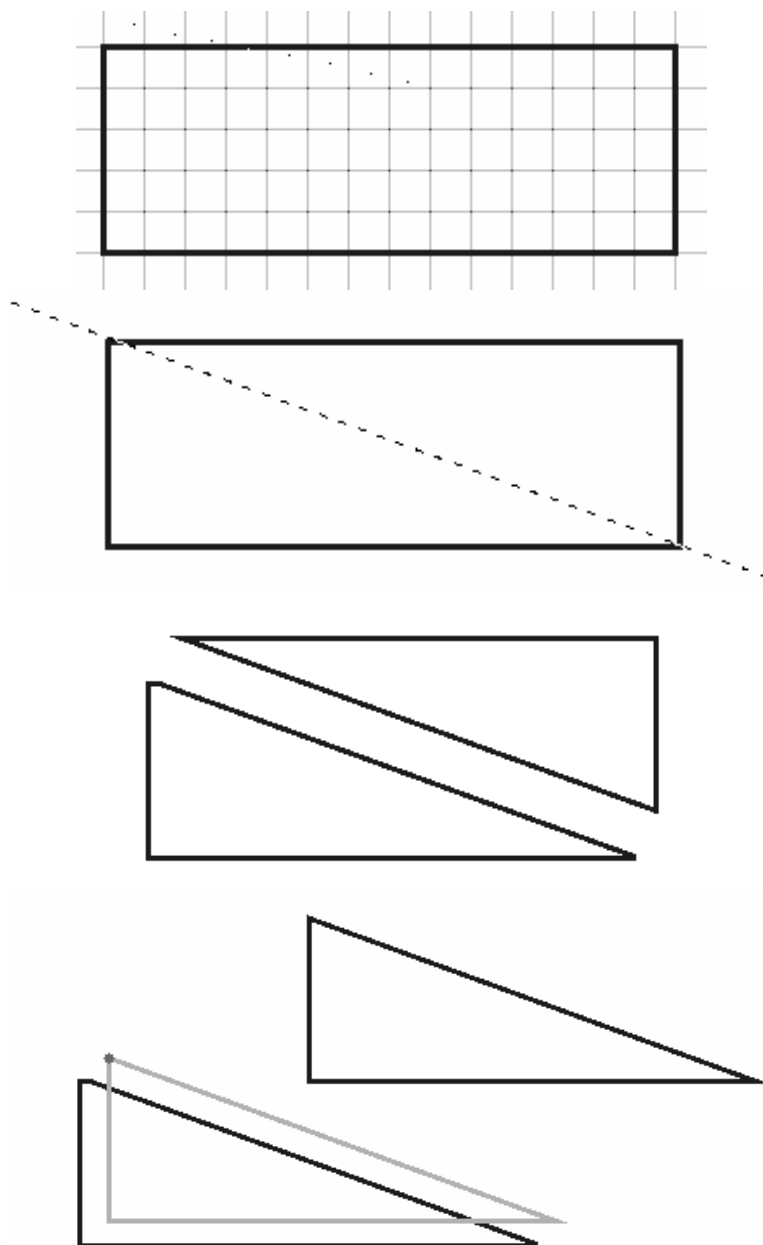
Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Η πρώτη φάση είναι προκαταρτική και αναφέρεται στον ορισμό του ορθογωνίου τριγώνου, ενώ η δεύτερη αφορά την κύρια διερεύνηση.

Φάση 1: Οι μαθητές αναγνωρίζουν γύρω τους διάφορα αντικείμενα με σχήμα ορθογωνίου τριγώνου και σχολιάζουν τα κοινά χαρακτηριστικά τους. Για παράδειγμα, διπλώνουν χαρτιά σχήματος ορθογωνίου γύρω από μία διαγώνιο και εξετάζουν το σχήμα που προκύπτει και τα χαρακτηριστικά του. Ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που παρακινούν και κατευθύνουν τους μαθητές στο να εξετάζουν τα κοινά χαρακτηριστικά των ορθογωνίων τριγώνων, ενώ τους καλλιεργεί την ανάγκη μέτρησης της επιφάνειάς τους. Για παράδειγμα, τους ζητά να σχεδιάσουν δύο ορθογώνια τρίγωνα στο χαρτί τους και τους θέτει την εξής ερώτηση:

- «Ποιος μπορεί να μας πει ποιο σχήμα είναι πιο μεγάλο και, αν μπορεί, πόσες φορές είναι μεγαλύτερο το ένα ορθογώνιο τρίγωνο από το άλλο;»

Φάση 2: Οι μαθητές εξετάζουν το εμβαδόν διαφόρων ορθογωνίων τριγώνων. Σχεδιάζουν διάφορα ορθογώνια και με το εργαλείο κοψίματος τα κόβουν κατά μήκος μιας διαγώνιου. Στόχος τους είναι να μεταφέρουν το ένα τρίγωνο, ώστε πέσει ακριβώς πάνω στο άλλο. Διατυπώνουν κανόνες σχετικούς με τον υπολογισμό του εμβαδού ενός ορθογωνίου τριγώνου, συσχετίζοντας το εμβαδόν με τα μήκη των κάθετων πλευρών του. Ελέγχουν τους κανόνες αυτούς μετρώντας τα τετραγωνίδια που καλύπτουν ακριβώς το ορθογώνιο τρίγωνο. Τέλος, συζητούν μέσα στην τάξη σχετικά με τα αποτελέσματα των πειραμάτων τους και διατυπώνουν τους τελικούς τους κανόνες.



Οι τέσσερις φάσεις της δραστηριότητας

Ο εκπαιδευτικός σε όλη τη διάρκεια της διερεύνησης ενθαρρύνει τους μαθητές να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν τις απόψεις τους ελεύθερα μέσα στην τάξη. Τους προτρέπει, επίσης, να καταγράψουν σε έναν πίνακα τα μήκη των πλευρών του ορθογωνίου, καθώς και το εμβαδόν του.

Πρώτη κάθετη πλευρά	6				
Δεύτερη κάθετη πλευρά	8				
Εμβαδόν ορθογωνίου	48				
Εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου	24				

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου με δύο τρόπους. Πρώτα με εκτίμηση του πλήθους των τετραγωνιδίων που περικλείονται από το σχήμα, και δεύτερον θεωρώντας το ορθογώνιο τρίγωνο ως το μισό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Μάλιστα χρησιμοποιούν το δεύτερο τρόπο για να ελέγξουν το συμπέρασμα που απεκόμισαν από τον πρώτο. Επίσης, έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

1. Η διαγώνιος ενός ορθογωνίου ορίζει δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα.
2. Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου αποτελεί το μισό του εμβαδού του αντίστοιχου ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
3. Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου μπορεί να υπολογιστεί ως το γινόμενο των δύο κάθετων πλευρών του διαιρεμένο με το 2.

Με τη συζήτηση γύρω από τα αποτελέσματα του πίνακα θα αναδειχθούν και άλλες ενδιαφέρουσες ιδιότητες για το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου. Μεταξύ αυτών:

- Υπάρχουν πολλά ορθογώνια τρίγωνα με ίδιο εμβαδόν.
- Ένα ορθογώνιο τρίγωνο αποτελεί μέρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν ένα ορθογώνιο επιλέγοντας την εντολή «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος». Επίσης, επιλέγοντας «Τετραγωνικό πλέγμα» στην επιφάνεια εργασίας και «Δέσμευση» στο πλέγμα μπορούν, αφενός, να σχεδιάζουν ένα ορθογώνιο χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες και, αφετέρου, να μετρούν: (α) την επιφάνειά του με μονάδα μέτρησης το τετραγωνίδιο του πλέγματος και (β) το μήκος της πλευράς του με μονάδα το μήκος της πλευράς του μοναδιαίου τετραγωνιδίου. Το γεγονός αυτό τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματίζονται και να εφαρμόζουν τις υποθέσεις τους κατά τη σχεδίαση του ζητούμενου σχήματος με το εργαλείο κοψίματος.

1.6. Προεκτάσεις

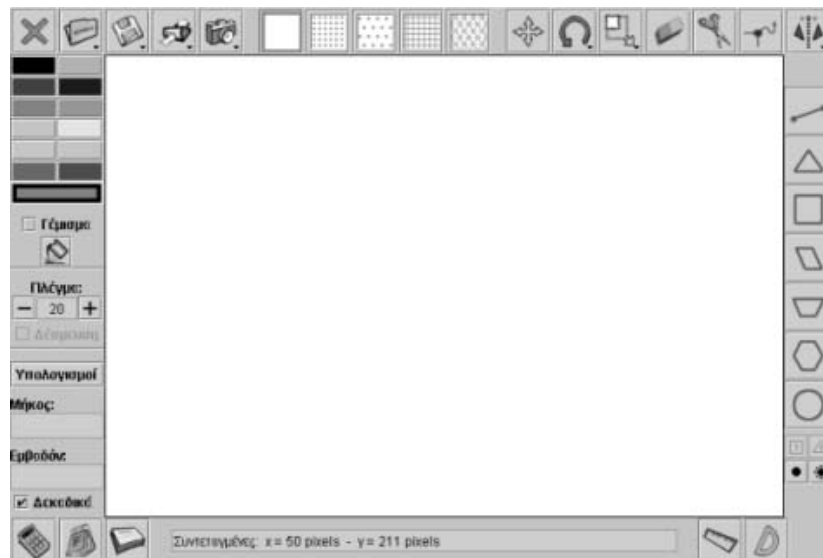
Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια διερεύνηση σε ένα τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες. Έτσι δεν θα είναι ορατό το πλήθος των τετραγώνων του πλέγματος που περικλείει το ορθογώνιο τρίγωνο και επομένως θα αναγκαστούν να το υπολογίσουν νοερά, καθοδηγούμενοι από τις κουκκίδες.

ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στο γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20, σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο με πλευρές 6 και 8 μονάδες αντίστοιχα. Στη συνέχεια κόψτε το με το ψαλίδι κατά μήκος της μιας διαγωνίου του και χωρίστε το σχήμα σε δύο τρίγωνα. Προσπαθήστε με τα εργαλεία «Περιστροφή» και «Μετακίνηση» να περιστρέψετε το ένα τρίγωνο, ώστε να πέσει ακριβώς πάνω στο άλλο.

Τι συμπέρασμα βγάξετε για το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Περιστροφή ενός σχήματος

Επιλέγουμε το εργαλείο για την περιστροφή του σχήματος. Με το δείκτη του ποντικού σέρνουμε το σχήμα μας αριστερά ή δεξιά. Κατά τη διάρκεια της περιστροφής μπορούμε να παρατηρούμε την αρχική και την τελική θέση του σχήματος. Επίσης, στη μπάρα πληροφοριών στο κάτω μέρος του σχήματος, μπορούμε να διαβάζουμε πόσες μοίρες έχουμε περιστρέψει το σχήμα μας.

Όταν περιστρέφουμε ένα σχήμα και έχουμε πατημένο το πλήκτρο «Shift» του πληκτρολογίου μας, δημιουργούμε στη νέα θέση ένα αντίγραφο του αρχικού σχήματος. Αν επιλέξουμε με δεξί πλήκτρο το σχήμα μας, θα εμφανιστεί ένας κατάλογος με τις επιλογές της στροφής. Οι επιλογές μας επιτρέπουν να στρέψουμε το σχήμα μας προς τα αριστερά ή τα δεξιά και τις μοίρες κάθε φορά της στροφής.

Προσπαθήστε ώστε η διακεκομμένη γραμμή κοπής του ορθογωνίου τριγώνου να διέρχεται πολύ κοντά και από τις δύο κορυφές του. Στη συνέχεια απομακρύνετε τα δύο σχήματα με το εργαλείο «Μετακίνηση». Με το εργαλείο «Περιστροφή» περιστρέψτε το ένα από τα δύο σχήματα και με τη «Μετακίνηση» μετακινήστε το, ώστε να πέσει ακριβώς πάνω στο άλλο. Διατυπώστε το συμπέρασμά σας σχετικά με το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου. Μετρήστε τα τετραγωνίδια που καλύπτουν ακριβώς το ορθογώνιο τρίγωνο.

Σχεδιάστε ένα ορθογώνιο με πλευρές 6 και 8 μονάδες αντίστοιχα. Πόσα τετραγωνίδια το καλύπτουν ακριβώς; Πόσα από αυτά καλύπτουν το ορθογώνιο τρίγωνο που ορίζει η μία διαγώνιος;

Αφού συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, διατυπώστε έναν κανόνα σχετικό με τον υπολογισμό του εμβαδού ενός ορθογωνίου τριγώνου.

Μήκος	Ύψος	Εμβαδόν
6	8	
4	6	
10	12	
2	4	

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού γνωρίζουν ήδη το σχήμα του τετραγώνου, καθώς και τις χαρακτηριστικές του ιδιότητες – ότι δηλαδή έχει τις πλευρές του ίσες και τις γωνίες του ορθές. Δεν ξέρουν όμως να υπολογίζουν το εμβαδόν του. Σε αυτή τη δραστηριότητα εξετάζουν το μέγεθος της επιφάνειας που καταλαμβάνει ένα τετράγωνο και το συσχετίζουν με το μήκος της πλευράς του. Σκοπός τους είναι να καταλήξουν σε έναν κανόνα που να συσχετίζει τα δύο αυτά μεγέθη.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετέχουν στις διαδικασίες μέτρησης και υπολογισμού της επιφάνειας ενός τετραγώνου, με μονάδα μέτρησης ένα άλλο μοναδιαίο και σταθερό τετράγωνο.
- Να συσχετίσουν το εμβαδόν της επιφάνειας ενός τετραγώνου με το μέγεθος της πλευράς του, ως προς τη σταθερά μονάδα μέτρησης (μοναδιαίο και σταθερό τετράγωνο).

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση (π.χ. να εναλλάσσονται στη χρήση του ηλεκτρολογίου και του ποντικιού).

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει σε ένα τετραγωνικό πλέγμα να σχεδιάσουν τετράγωνα με διάφορες διαστάσεις και να μετρήσουν το πλήθος των τετραγωνιδίων που περικλείουν. Κατόπιν να συσχετίσουν το πλήθος των τετραγωνιδίων με το μήκος της πλευράς του αντίστοιχου τετραγώνου.

Οι μαθητές εξετάζουν το εμβαδόν του τετραγώνου σε επιφάνεια εργασίας με τετραγωνικό πλέγμα. Για το λόγο αυτό σχεδιάζουν ένα τετράγωνο και υπολογίζουν το εμβαδόν του με απλή καταμέτρηση των τετραγωνιδίων που περικλείει. Σχολιάζουν το ρόλο των τετραγωνιδίων του πλέγματος κατά τον υπολογισμό της επιφάνειας που καταλαμβάνει κάθε τετράγωνο και συσχετίζουν τα αποτελέσματα της καταμέτρησης με το μήκος της πλευράς των τετραγώνων που ερευνούν. Κατόπιν διατυπώνουν κανόνες με τους οποίους μπορούν να υπολογίζουν το εμβαδόν των τετραγώνων, χωρίς καταμέτρηση των τετραγωνιδίων που περικλείουν. Για να επιβεβαιώσουν τους κανόνες αυτούς σχεδιάζουν τετράγωνα σε επιφάνεια εργασίας με: (α) πλέγμα διαφορετικού μεγέθους, (β) τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες, και προχωρούν στον υπολογισμό του εμβαδού τους μετρώντας το μήκος των πλευρών του, αφού οι τετραγωνικές μονάδες δεν είναι εμφανείς. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, ενθαρρύνει τους μαθητές να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν τις απόψεις τους ελεύθερα μέσα στην τάξη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν την επιφάνεια ενός τετραγώνου με τη σταθερή επιφάνεια του τετραγωνιδίου ενός τετραγωνικού πλέγματος. Διαπιστώνουν, έτσι, ότι το πλήθος των τετραγωνιδίων που περικλείει κάθε τετράγωνο αντιστοιχεί σε έναν από τους αριθμούς: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49... Ο εκπαιδευτικός μπορεί να συζητήσει μαζί τους σχετικά με τους αριθμούς αυτούς, ενώ, συμπληρώνοντας έναν πίνακα όπως τον

παρακάτω, θα μπορέσουν να συσχετίσουν τους τετράγωνους αριθμούς με τους αριθμούς: 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Μήκος πλευράς	Αριθμός τετραγωνιδίων
1	1
2	4
3	9
4	16

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι με τα μαθηματικά σχετίζεται και ο τύπος $E = a^2$, όπου a είναι το μήκος της πλευράς του τετραγώνου. Οι μαθητές θα φτάσουν στον τύπο αυτό, αν τον κατασκευάσουν μόνοι τους, με τη βοήθεια διαδοχικών γενικεύσεων. Εμείς προτείνουμε τις εξής διαδικασίες γενίκευσης του κανόνα:

1. Αρχικά οι μαθητές αναμένεται να γενικεύσουν το συμπέρασμά τους σε σχέση με το εμβαδόν του τετραγώνου, ότι δηλαδή ισούται με το τετράγωνο της πλευράς του, με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα.
2. Στη συνέχεια ο κανόνας αυτός μπορεί να αποκτήσει μεγαλύτερη γενικότητα, αν ο εκπαιδευτικός ζητήσει από τους μαθητές να τον επιβεβαιώσουν σε διάφορες περιπτώσεις. Οι μαθητές θα πρέπει:
 - Να μεταβάλλουν τη θέση του τετραγώνου.
 - Να μεταβάλλουν το μέγεθος του πλέγματος και να μετρήσουν το εμβαδόν με μονάδα μέτρησης το τετραγωνίδιο του νέου πλέγματος.
 - Να σχεδιάσουν στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα, τετράγωνα με κουκκίδες σε διάφορες διαστάσεις και να μετρήσουν το εμβαδόν και τις πλευρές τους.
 - Να εφαρμόσουν πρώτα τον τύπο για τον υπολογισμό του εμβαδού και να επιβεβαιώσουν το αποτέλεσμα με τη βοήθεια του λογισμικού «Γεωπίνακας».
3. Στο επόμενο στάδιο οι μαθητές θα πρέπει να κατανοήσουν ότι όποια μονάδα και αν χρησιμοποιήσουν, η σχέση μεταξύ μήκους πλευράς και εμβαδού τετραγώνου, που διατυπώθηκε στον παραπάνω πίνακα, παραμένει πάντοτε ίδια.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάζουν ένα τετράγωνο εφαρμόζοντας διάφορες μεθόδους:

- Επιλέγοντας το εργαλείο «Σχεδίαση τετραγώνου».
- Μεταβάλλοντας το μέγεθος και τη θέση του τετραγώνου που σχεδίασαν με τα εργαλεία: «Μετακίνηση σχήματος», «Περιστροφή σχήματος» και «Αλλαγή μεγέθους».
- Επιλέγοντας την εντολή «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος».

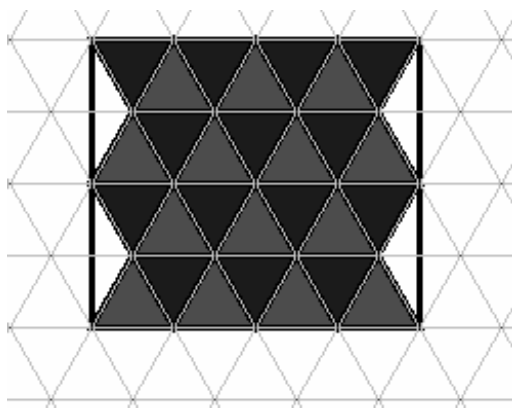
Επίσης, επιλέγοντας «Τετραγωνικό πλαίσιο» στην επιφάνεια εργασίας και «Δέσμευση» στο πλέγμα μπορούν, αφενός, να σχεδιάζουν ένα τετράγωνο χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες και, αφετέρου, να μετρούν: (α) την επιφάνειά του με μονάδα μέτρησης το τετραγωνίδιο του πλέγματος και (β) το μήκος της πλευράς του με μονάδα το μήκος της πλευράς του τετραγωνιδίου. Το γεγονός αυτό τους δίνει τη δυνατότητα να πειραματίζονται και να εφαρμόζουν τις υποθέσεις τους κατά τη σχεδίαση ενός τετραγώνου σε πλέγμα από κουκκίδες. Τέλος, η δυνατότητα να σχεδιάσουν τετράγωνα με το εργαλείο «Σχεδίαση τετραγώνου» σε λευκή επιφάνεια εργασίας και να υπολογίσουν το μήκος της πλευράς της με το εργαλείο «Υπολογισμός» τους επιτρέπει να κάνουν διάφορες εικασίες για το εμβαδόν του τετραγώνου και στη συνέχεια να τις ελέγχουν καλώντας το τετραγωνικό πλέγμα ή τον υπολογισμό του εμβαδού.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα εργαλεία «Περιστροφή σχήματος» και «Αλλαγή μεγέθους» και να πειραματιστούν πάνω στο εμβαδόν του σχήματος που προκύπτει. Μπορούν ακόμη να σχεδιάσουν ένα τετράγωνο σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, να υπολογίσουν το εμβαδόν του και στη συνέχεια, μεταβάλλοντας το μέγεθος του πλέγματος, να πειραματιστούν με το εμβαδόν του στο νέο πλέγμα. Για παράδειγμα, μπορούν να κληθούν να συμπληρώσουν τον παρακάτω πίνακα. Η προσαρμογή του τετράγωνου στις κορυφές του πλέγματος μπορεί να γίνει εύκολα, αρκεί να μην έχει γίνει επιλογή της εντολής «Δέσμευση». Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές θα αντιληφθούν ότι το εμβαδόν εξαρτάται από το μέγεθος της τετραγωνικής μονάδας.

Μέγεθος πλέγματος	20	40	30	10		
Μήκος πλευράς	6	;	;	;		
Εμβαδόν τετραγώνου	36	;	;	;		

Η ίδια διερεύνηση μπορεί να εφαρμοστεί και σε τριγωνικό πλέγμα. Εκεί οι μαθητές αναμένεται να διαπιστώσουν ότι η μέτρηση της επιφάνειας του τετραγώνου σε τριγωνικό πλέγμα, με μονάδα μέτρησης ένα τρίγωνο, έχει περισσότερες δυσκολίες. Για παράδειγμα, στο παρακάτω στιγμιότυπο, οι μαθητές, αφού χρωματίσουν όλα τα τριγωνίδια που περιέχονται στο εσωτερικό του τετραγώνου, θα παρατηρήσουν ότι υπάρχουν και μερικά που δεν ανήκουν εξ ολοκλήρου στο τετράγωνο.



ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

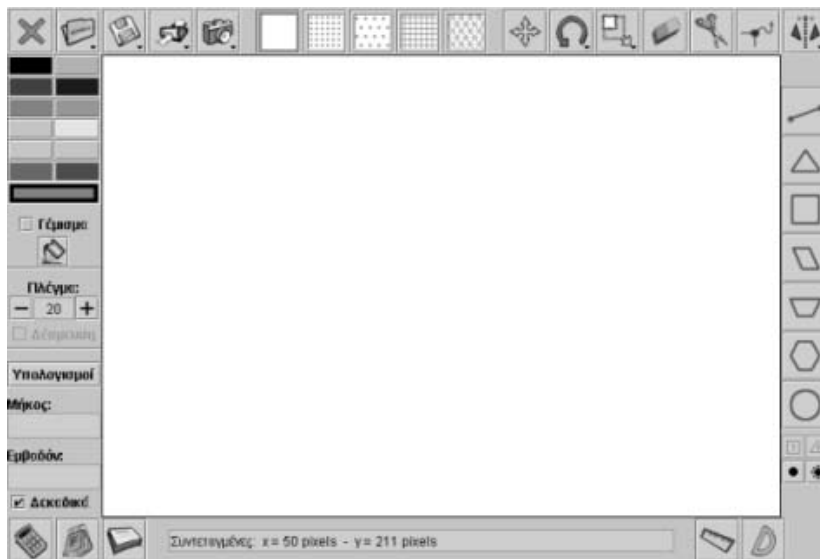
Στο γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20, σχεδιάστε ένα τετράγωνο.

Πόσα μοναδιαία τετραγωνίδια του πλέγματος περιέχει;

Μπορείτε να διατυπώσετε έναν κανόνα με τον οποίο να υπολογίζετε τον αριθμό των τετραγωνιδίων που περιλαμβάνει ένα τετράγωνο;

Αλλάξτε το μέγεθος του πλέγματος σε 30, 40 ή 10 και επαναλάβετε τις παραπάνω εργασίες.

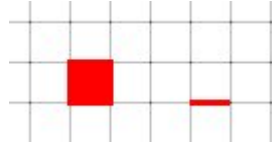
Επιβεβαιώνεται ο κανόνας σας;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Σχεδιάστε διάφορα τετράγωνα με τη βοήθεια του εργαλείου «Σχεδιασμός ευθύγραμμου τμήματος». Μετρήστε το πλήθος των τετραγωνιδίων που περιλαμβάνουν. Υπολογίστε το μήκος της πλευράς του τετραγώνου έχοντας ως μονάδα μέτρησης την πλευρά του τετραγωνιδίου. Προσπαθήστε να διατυπώσετε ένα σχετικό κανόνα.



Τετραγωνίδιο και πλευρά του τετραγωνιδίου

Σχεδιάστε ένα τετράγωνο του οποίου η πλευρά ισούται με 6 πλευρές τετραγωνιδίου. Μετρήστε το πλήθος των τετραγωνιδίων που περιλαμβάνει. Μπορείτε να υπολογίσετε το πλήθος των τετραγωνιδίων με βάση το μήκος της πλευράς του. Επαναλάβετε την παραπάνω εργασία και για άλλα τετράγωνα. Στον παρακάτω πίνακα υπάρχουν δύο στήλες. Στην πρώτη καταγράφεται το μήκος της πλευράς ενός τετραγώνου και στη δεύτερη το πλήθος των τετραγωνιδίων που περιλαμβάνει κάθε τετράγωνο. Μπορείτε να επιβεβαιώσετε τα στοιχεία του πίνακα;

Μήκος πλευράς τετραγώνου	Πλήθος τετραγωνιδίων που περιέχει
2	4
3	9
4	16
5	<input type="text"/>

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές ερευνούν τη σχέση που έχουν μεταξύ τους ένα μεγάλο σχήμα και ένα μικρότερο και διαπραγματεύονται τον τρόπο με τον οποίο μπορούν στο «Γεωπίνακα» να σχεδιάσουν το μεγάλο σχήμα από το μικρό. Κατόπιν προσπαθούν να καταλήξουν σε έναν κανόνα σχετικό με τη μεγέθυνση ενός σχήματος.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διαπιστώσουν τις αλλαγές που συμβαίνουν σε ένα σχήμα, κάθε φορά που του κάνουν μία μεγέθυνση.
- Να κατανοήσουν ότι οι αντίστοιχες γωνίες των δύο σχημάτων της δραστηριότητας δε μεταβάλλονται.
- Να κατανοήσουν, επίσης, ότι τα μήκη των αντίστοιχων πλευρών των δύο σχημάτων της δραστηριότητας μεταβάλλονται ανάλογα.
- Να αναγνωρίσουν την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τη μεγέθυνση ενός σχήματος.

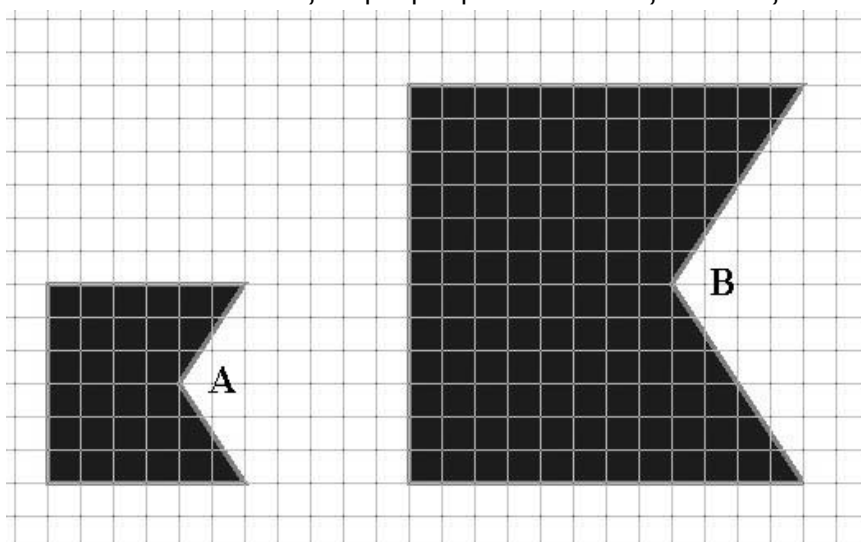
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε δύο φάσεις. Η πρώτη είναι προκαταρτική και αναφέρεται στις ομοιότητες και τις διαφορές των δύο σχημάτων. Η δεύτερη αναφέρεται στην κατασκευή του αρχικού σχήματος και στον εντοπισμό του τρόπου με τον οποίο μπορεί να προκύψει το μεγάλο σχήμα από το μικρότερο.

Φάση 1: Οι μαθητές εξετάζουν τα δύο σχήματα. Με τη βοήθεια του πλέγματος μετρούν τις πλευρές τους, εκτιμούν τη σχέση των γωνιών τους και διατυπώνουν τα συμπεράσματά τους. Ο εκπαιδευτικός με τα κατάλληλα ερωτήματά του εστιάζει την προσοχή των μαθητών στην εξέταση των ιδιοτήτων που εμφανίζουν τα δύο σχήματα και τους βοηθά να διατυπώσουν τα τελικά τους συμπεράσματα και τους κανόνες στους οποίους κατέληξαν.

Για παράδειγμα, οι μαθητές μπορούν εύκολα να διαπιστώσουν ότι οι πλευρές του μεγάλου σχήματος είναι διπλάσιες από τις πλευρές του μικρού και ότι μερικές γωνίες τους είναι ίσες (οι ορθές). Εκτός αυτού, με την ύπαρξη του πλέγματος μπορούν να εκτιμήσουν δαισθητικά την ισότητα και των υπολοίπων γωνιών.



Φάση 2: Οι μαθητές εξετάζουν το ερώτημα της διερεύνησης που αφορά την κατασκευή του μεγάλου σχήματος Β με τη βοήθεια του σχήματος Α και με εφαρμογή δύο τουλάχιστον τρόπων. Αρχικά εφαρμόζουν τον κανόνα που διατύπωσαν στην πρώτη φάση, προκειμένου να βεβαιωθούν για την ορθότητα της επιλογής τους. Ένας τρόπος είναι να επιλέξουν ένα τετραγωνικό πλέγμα και να προχωρήσουν στην κατασκευή των δύο σχημάτων με τη βοήθεια των σχέσεων που διατύπωσαν προηγουμένως. Ένας δεύτερος τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουν το εργαλείο «Αλλαγή σχήματος», να επιλέξουν το αρχικό σχήμα και να το μεγεθύνουν $\times 2$. Οι μαθητές, και στις δύο περιπτώσεις, μπορούν να μετρήσουν τα μήκη των πλευρών και τα ανοίγματα των γωνιών των δύο σχημάτων και να διαπιστώσουν τους κανόνες της μεγέθυνσης.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν τις ιδιότητες των σχημάτων που έχουν προκύψει από τη μεγέθυνση ενός αρχικού σχήματος και έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Τα σχήματα που προέκυψαν από μεγέθυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν ίσες μία προς μία τις γωνίες τους.
- Τα σχήματα που προέκυψαν από μεγέθυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν τις πλευρές τους ανάλογες.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν ένα σχήμα ανάλογο με αυτό στο περιβάλλον του γεωπίνακα. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» μπορούν να κάνουν μεγέθυνση ή σμίκρυνση του σχήματος ελεύθερα ή σύμφωνα με κάποιο συντελεστή ($\times 2$, $\times 3$, $\times 5$, $1:2$, $1:3$, $1:5$).

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για να σχεδιάσουν και άλλα σχήματα, τα οποία θα μεγεθύνουν ή θα μικρύνουν σύμφωνα με ένα συντελεστή.

ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

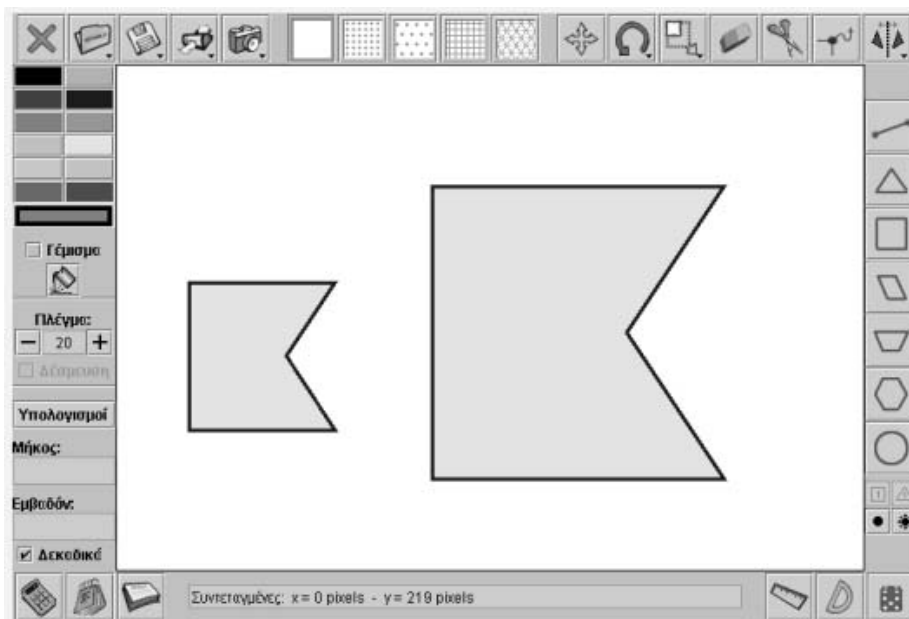
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στην παρακάτω εικόνα το μεγάλο σχήμα σχεδιάστηκε με βάση το μικρό. Επιλέξτε η επιφάνεια του γεωπίνακα να έχει τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20.

Μπορείτε να διαπιστώσετε τη σχέση που έχουν οι πλευρές και οι γωνίες των δύο σχημάτων;

Μπορείτε να διατυπώσετε τον κανόνα με τον οποίο σχεδιάστηκε το μεγάλο σχήμα από το μικρό;

Μπορείτε με τη βοήθεια του εργαλείου «Αλλαγή μεγέθους» να μεταβάλλετε το μικρό σχήμα, ώστε να ισούται με το μεγάλο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μετρήστε το πλήθος των τετραγωνιδίων, καθώς και το μήκος των πλευρών των δύο σχημάτων. Επιλέξτε το εργαλείο «Υπολογισμοί» και μετρήστε την περίμετρο και το εμβαδόν των δύο σχημάτων. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και πατημένο το πλήκτρο «Shift» σύρετε το μικρό σχήμα μέχρι να γίνει ίσο με το μεγάλο.

Πόσες μονάδες μήκους είναι μία πλευρά του μικρού σχήματος και πόσες η αντίστοιχη πλευρά του μεγάλου; Τι σχέση έχουν οι παραπάνω αριθμοί; Πόσες μοίρες είναι μια γωνία του μικρού σχήματος και πόσες η αντίστοιχη γωνία του μεγάλου; Τι σχέση έχουν οι παραπάνω αριθμοί; Επιλέξτε το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και κάντε δεξί κλικ πάνω στο σχήμα. Στο παράθυρο που θα ανοίξει επιλέξτε x2. Έχετε πατημένο το πλήκτρο «Shift» και κάντε κλικ πάνω στο σχήμα. Θα προκύψει ένα νέο σχήμα διπλάσιο από το πρώτο. Τι αλλάζει και τι όχι στο σχήμα, όταν το διπλασιάσουμε;

Για να βρείτε τι σχέση έχουν οι πλευρές και οι γωνίες των δύο σχημάτων, μετρήστε τα μήκη των πλευρών τους και το άνοιγμα των γωνιών τους και κάντε συγκρίσεις. Ποιες πλευρές του μεγάλου είναι διπλάσιες των πλευρών του μικρού; Ποιες γωνίες των δύο σχημάτων είναι ίσες μεταξύ τους;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΙΕΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές ερευνούν τον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να διορθώσουν το ένα από τα δύο σχήματα, ώστε το ένα να αποτελεί μεγέθυνση του άλλου. Για το σκοπό αυτό εφαρμόζουν έναν κανόνα που τους επιτρέπει να σχεδιάσουν τη μεγέθυνση του μικρού σχήματος, έως ότου ταυτιστεί με το μεγάλο, και να διαπιστώσουν τι δεν ταιριάζει στα δύο μεγάλα σχήματα, ώστε να το διορθώσουν. Οι μαθητές είναι αναγκασμένοι να χρησιμοποιήσουν τη σχέση που έχουν οι πλευρές και οι γωνίες δύο σχημάτων, όπου το ένα έχει προέλθει ως μεγέθυνση του άλλου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διαπιστώσουν τις αλλαγές που συμβαίνουν σε ένα σχήμα, κάθε φορά που του κάνουν μία μεγέθυνση ή σμίκρυνση.
- Να κατανοήσουν ότι οι αντίστοιχες γωνίες των δύο σχημάτων της δραστηριότητας δε μεταβάλλονται.
- Να κατανοήσουν, επίσης, ότι τα μήκη των αντίστοιχων πλευρών των δύο σχημάτων της δραστηριότητας μεταβάλλονται ανάλογα.
- Να αναγνωρίσουν την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει δύο σχήματα, όπου το ένα αποτελεί μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να κάνουν είτε μεγέθυνση του μικρού είτε σμίκρυνση του μεγάλου, έως το νέο σχήμα να ταυτιστεί με ένα από τα δεδομένα. Κατόπιν να προχωρήσουν στις αναγκαίες διορθώσεις.

Φάση 1: Οι μαθητές εξετάζουν το ερώτημα της διερεύνησης που αφορά τη διόρθωση του μεγάλου σχήματος. Κάνοντας μεγέθυνση στο μικρό ή σμίκρυνση στο μεγάλο, προσπαθούν να ταυτίσουν το νέο σχήμα με ένα από τα δεδομένα. Η ταύτιση των δύο σχημάτων επιτρέπει στους μαθητές να διαπιστώσουν τις διορθώσεις που πρέπει να γίνουν στο αρχικό σχήμα. Με τη συζήτηση στην τάξη θα αναδειχθούν ως αναγκαίες και ικανές οι σχέσεις των πλευρών (είναι ανάλογες) και των γωνιών των δύο σχημάτων (είναι ίσες), όταν το ένα έχει προέλθει από σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν τις ιδιότητες των σχημάτων που έχουν προκύψει από σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός σχήματος και έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Τα σχήματα που προέκυψαν από σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν ίσες μια προς μια τις γωνίες τους.
- Τα σχήματα που προέκυψαν από σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν τις πλευρές τους ανάλογες.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν ένα σχήμα ανάλογο με αυτό στο περιβάλλον του γεωπίνακα. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» μπορούν να μεταβάλλουν το μέγεθος ενός σχήματος σύμφωνα με μία σχέση ή ελεύθερα.

1.6. Προεκτάσεις

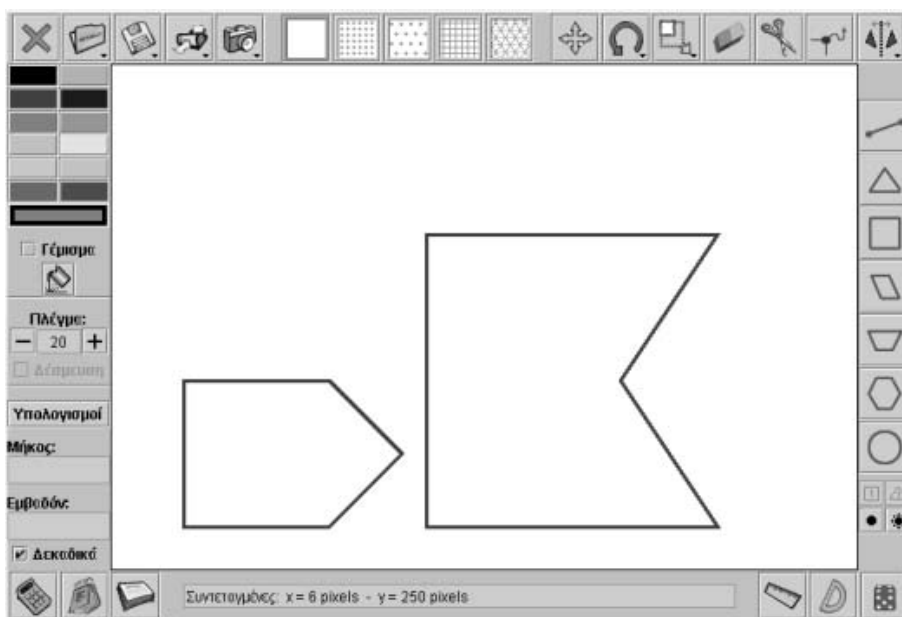
Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για να σχεδιάσουν και άλλα σχήματα, τα οποία θα μεγεθύνουν ή θα μικρύνουν σύμφωνα με ένα συντελεστή.

ΠΟΙΕΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στην παρακάτω εικόνα πώς πρέπει να μεταβάλλετε το μεγάλο σχήμα, ώστε να αποτελεί μεγέθυνση του μικρού;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΙΕΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μετρήστε τα μήκη των πλευρών και τα ανοίγματα των γωνιών των δύο σχημάτων. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και πατημένο το πλήκτρο «Shift» σύρετε το μικρό σχήμα με σκοπό να γίνει ίσο με το μεγάλο. Επιλέξτε το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και κάντε δεξί κλικ πάνω στο σχήμα. Στο παράθυρο που θα ανοίξει επιλέξτε x2. Έχετε πατημένο το πλήκτρο «Shift» και κάντε κλικ πάνω στο σχήμα. Θα προκύψει ένα νέο σχήμα διπλάσιο από το πρώτο.

Τι πρέπει να αλλάξει και τι όχι στο σχήμα αυτό, κατά το διπλασιασμό του, ώστε να ταυτιστεί με το αρχικό μεγάλο σχήμα;

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού ερευνούν τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να κάνουν σμίκρυνση ενός τετραγώνου κατά $1/4$. Αφού, λοιπόν, σχεδιάσουν ένα τετράγωνο με πλευρά 12 μονάδες, έχουν δύο επιλογές για τη δημιουργία του νέου σχήματος. Είτε να χρησιμοποιήσουν τον κανόνα (νέα πλευρά = αρχική πλευρά/4), είτε να χρησιμοποιήσουν το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και να κάνουν σμίκρυνση αρχικά κατά $1/2$ και κατόπιν κατά $1/2$ του νέου σχήματος. Αναμένεται, δε, και στις δύο περιπτώσεις να χρησιμοποιήσουν τη σχέση των πλευρών αρχικού και τελικού σχήματος, για να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με την περίμετρο και το εμβαδόν των δύο σχημάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διαπιστώσουν τις αλλαγές που συμβαίνουν σε ένα σχήμα κάθε φορά που κάνουν μία σμίκρυνση σε αυτό.
- Να κατανοήσουν ότι οι αντίστοιχες γωνίες των δύο σχημάτων της δραστηριότητας δε μεταβάλλονται.
- Να κατανοήσουν, επίσης, ότι τα μήκη των αντίστοιχων πλευρών των δύο σχημάτων μεταβάλλονται ανάλογα.
- Να κατανοήσουν, επίσης, τη σχέση που έχουν η περίμετρος και το εμβαδόν των δύο σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τη σμίκρυνση ενός σχήματος.

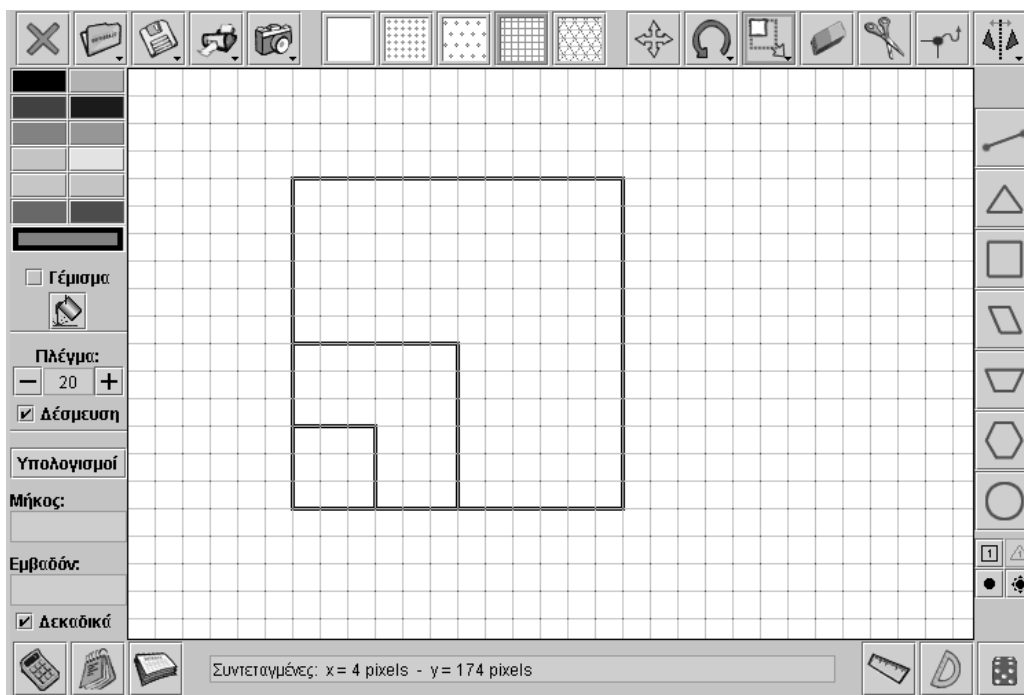
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να κατασκευάσουν ένα τετράγωνο και να του κάνουν σμίκρυνση κατά $1/4$.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20, ένα τετράγωνο πλευράς 12 μονάδων και προσπαθούν να του κάνουν σμίκρυνση κατά $1/4$. Για να το πετύχουν αυτό θα πρέπει να δημιουργήσουν ένα νέο σχήμα που να έχει τις ίδιες γωνίες με το αρχικό, ενώ το μήκος τις πλευράς του να αντιστοιχεί στο $1/4$ αυτής του αρχικού. Αυτό μπορεί να γίνει είτε σχεδιάζοντας το νέο σχήμα στο πλέγμα –όπου θα εφαρμόσουν τη σχέση που διέπει τα μήκη των πλευρών και τα ανοίγματα των γωνιών του αρχικού και του ζητούμενου τετραγώνου–, είτε χρησιμοποιώντας το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και μεταβάλλοντας το αρχικό σχήμα, έως ότου προκύψει ένα νέο σχήμα, που να αποτελεί σμίκρυνσή του κατά $1/4$. Στη δεύτερη περίπτωση μπορούν με ελεύθερο σύρσιμο του αρχικού σχήματος και εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση να επιφέρουν τη ζητούμενη σμίκρυνση. Ωστόσο, αν συναντήσουν δυσκολίες να εφαρμόσουν τη συγκεκριμένη σχέση, έχουν τη δυνατότητα να κάνουν αλλαγή μεγέθους κατά $1/2$ και κατόπιν, στο σχήμα που θα προκύψει, να κάνουν επίσης αλλαγή μεγέθους κατά $1/2$. Στην περίπτωση αυτή, και με πατημένο το πλήκτρο «Shift», μπορούν να σχεδιάσουν το αρχικό και το τελικό σχήμα και να μετρήσουν, με τη βοήθεια του πλέγματος, τα μήκη των πλευρών και τα ανοίγματα των γωνιών των δύο σχημάτων. Τέλος, διατυπώνουν τους κανόνες που αφορούν τη σχέση τους. Ο

εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στην υιοθέτηση μιας από τις τρεις μεθόδους, ή και των τριών, ανάλογα με τις εμπειρίες που έχουν αποκομίσει.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν τις ιδιότητες των σχημάτων που έχουν προκύψει από τη σμίκρυνση ενός σχήματος και έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

1. Τα σχήματα που προέκυψαν από σμίκρυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν ίσες μία προς μία τις γωνίες τους.
2. Τα σχήματα που προέκυψαν από σμίκρυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν τις πλευρές τους ανάλογες.
3. Τα σχήματα που προέκυψαν έχουν περιμέτρους με λόγο ίσο με το συντελεστή σμίκρυνσης ή μεγέθυνσης και εμβαδόν με λόγο ίσο με το τετράγωνο του συντελεστή σμίκρυνσης ή μεγέθυνσης.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν ένα σχήμα όπως αυτό στο περιβάλλον του γεωπινάκα. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» μπορούν να κάνουν μεγέθυνση ή σμίκρυνση ενός σχήματος, ελεύθερα ή σύμφωνα με κάποιο συντελεστή ($\times 2$, $\times 3$, $\times 5$, $1:2$, $1:3$, $1:5$).

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για να σχεδιάσουν και άλλα σχήματα, τα οποία θα μεγεθύνουν ή θα μικρύνουν σύμφωνα με κάποιο συντελεστή.

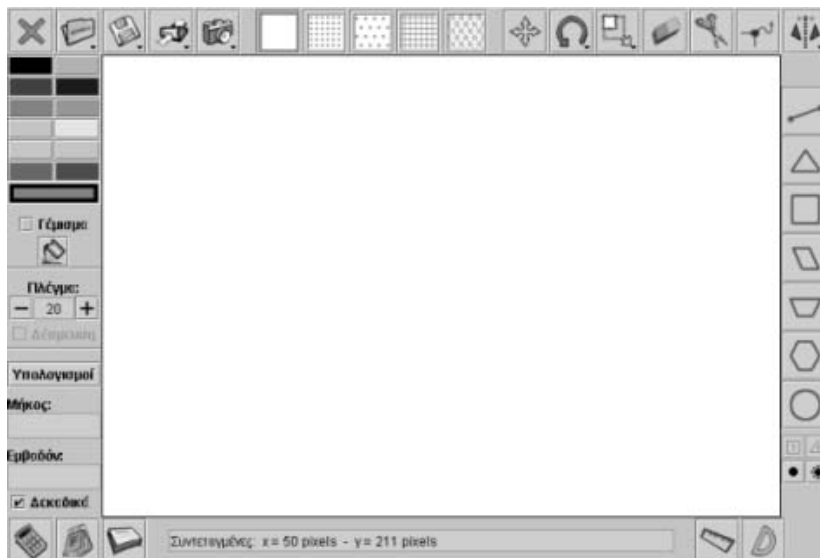
ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, σχεδιάστε ένα τετράγωνο με πλευρά 12 μονάδες πλέγματος.

Μπορείτε να κάνετε σμίκρυνση του τετραγώνου, ώστε οι πλευρές του να αντιστοιχούν στο 1/4 των πλευρών του τετραγώνου που σχεδιάσατε αρχικά;

Μπορείτε να βρείτε τη σχέση που έχουν οι περιμέτροι και τα εμβαδά των δύο σχημάτων;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μετρήστε το πλήθος των τετραγωνιδίων, σε κάθε σχήμα, καθώς και το μήκος των πλευρών των δύο σχημάτων. Επιλέξτε το εργαλείο «Υπολογισμοί» και μετρήστε την περίμετρο και το εμβαδόν των δύο σχημάτων. Πόσα τετραγωνίδια περιέχονται σε κάθε σχήμα; Πόσες μονάδες μήκους είναι η πλευρά και η περίμετρος των δύο τετραγώνων; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους οι παραπάνω αριθμοί;

Επιλέξτε το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και κάντε δεξί κλικ πάνω στο σχήμα. Στο παράθυρο που θα ανοίξει επιλέξτε 1:2. Έχετε πατημένο το πλήκτρο «Shift» και κάντε κλικ πάνω στο σχήμα. Θα προκύψει ένα νέο σχήμα, το οποίο θα αντιστοιχεί στο μισό του αρχικού. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία στο νέο σχήμα προκύπτει ένα ακόμη σχήμα, το οποίο, αυτή τη φορά, είναι το μισό του προηγούμενου ή το $1/4$ του αρχικού. Τι αλλάζει και τι όχι στο σχήμα στο οποίο κάνουμε σμίκρυνση κατά το $1/4$;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΙΔΗ ΓΩΝΙΩΝ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Η γωνία αποτελεί μία από τις βασικές έννοιες που εμπλέκονται στην καθημερινή μας ζωή. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν στο γεωπίνακα ένα ρολόι, να τοποθετήσουν τον ωροδείκτη στο 12 και να περιστρέψουν το λεπτοδείκτη, ώστε οι δύο δείκτες κάθε φορά να σχηματίζουν: ορθή, οξεία ή αμβλεία γωνία.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να πειραματιστούν πάνω στον προσδιορισμό της ώρας, ώστε οι δύο δείκτες να σχηματίζουν: ορθή, οξεία και αμβλεία γωνία.
- Να αποκτήσουν εμπειρίες γύρω από την έννοια της γωνίας, σε σχέση με τη στροφή που πρέπει να διαγράψει η μία από τις δύο πλευρές της.
- Να αποκτήσουν σταδιακά αντίληψη του ανοίγματος κάθε γωνίας, καθώς πειραματίζονται με τις διάφορες κατηγορίες γωνιών.
- Να αναγνωρίσουν την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τις γωνίες, μικρές, μεγάλες, οξείες, αμβλείες.

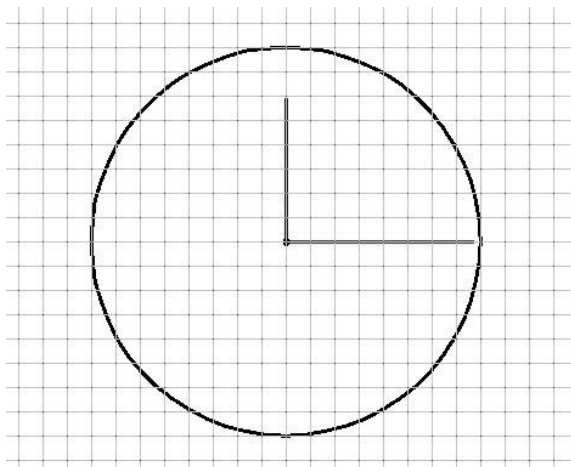
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να σχεδιάσουν ένα ρολόι και να μετακινούν το λεπτοδείκτη, ώστε κάθε φορά να σχηματίζει: ορθή, οξεία ή αμβλεία γωνία με τον ωροδείκτη.

Οι μαθητές σχεδιάζουν ένα ρολόι. Δημιουργούν έναν κύκλο, το μεγεθύνουν x4 και σχηματίζουν τους δύο δείκτες. Τοποθετούν τον ωροδείκτη στο 12 και περιστρέφουν το λεπτοδείκτη με το εργαλείο «Περιστροφή σχήματος» γύρω από το κέντρο του, ώστε κάθε φορά να σχηματίζει με τον ωροδείκτη: ορθή, οξεία ή αμβλεία γωνία. Σχολιάζουν την ώρα που δείχνει το ρολόι σε κάθε περίπτωση. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, θέτει ερωτήματα τα οποία κατευθύνουν τους μαθητές στο να εξετάζουν τις διάφορες περιπτώσεις γωνιών σε σχέση με τη στροφή. Θα πρέπει επίσης να δώσει προσοχή στα εξής ζητήματα:

1. Αφού οι μαθητές γνωρίζουν ότι ο λεπτοδείκτης κινείται δεξιόστροφα, με τον τρόπο αυτό θα κινήσουν και το λεπτοδείκτη της δραστηριότητας. Θα καταλήξουν δε στο συμπέρασμα ότι όσο η ώρα που δείχνει ο λεπτοδείκτης βρίσκεται μεταξύ 12:00 και 12:15', η γωνία είναι οξεία. Στις 12:15' ακριβώς η γωνία είναι ορθή. Μεταξύ 12:15' και 12:30', η γωνία είναι αμβλεία. Όταν η ώρα είναι ακριβώς 12:00, η γωνία είναι μηδενική. Στις 12:30' ακριβώς, η γωνία είναι ευθεία.
2. Όταν η ώρα που δείχνει ξεπερνά τις 12:30', οι μαθητές αναμένεται να αντιμετωπίσουν το εξής ζήτημα: Η γωνία που θα σχηματίζουν οι δύο δείκτες, κατ' αναλογία με τις προηγούμενες καταστάσεις, θα είναι μεγαλύτερη από την ευθεία γωνία. Να αναρωτηθούν, λοιπόν, αν και αυτή η γωνία είναι αμβλεία. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να τους εξηγήσει ότι οι γωνίες που είναι μεγαλύτερες από μία ευθεία (180°) ονομάζονται μη κυρτές γωνίες. Επίσης, στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει να στρέψει την προσοχή τους στην κυρτή γωνία που

σχηματίζεται και να τους ζητήσει να τη χαρακτηρίσουν, αλλά και να κατανοήσουν ότι το άθροισμα των δύο γωνιών είναι 360° . Σκοπός του είναι οι μαθητές να μπορούν σε κάθε περίπτωση να «βλέπουν» την κυρτή και τη μη κυρτή γωνία, αλλά τελικά να επικεντρώνουν την προσοχή τους στην κυρτή.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν την έννοια της γωνίας, μέσω της ώρας που δείχνουν οι δύο δείκτες του ρολογιού. Αυτό σημαίνει ότι μπορούν να προσεγγίσουν τα διαφορετικά είδη των γωνιών σύμφωνα με τη στροφή των δύο δεικτών και να αποκτήσουν εμπειρίες γύρω από τις ορθές, τις οξείες και τις αμβλείες γωνίες.

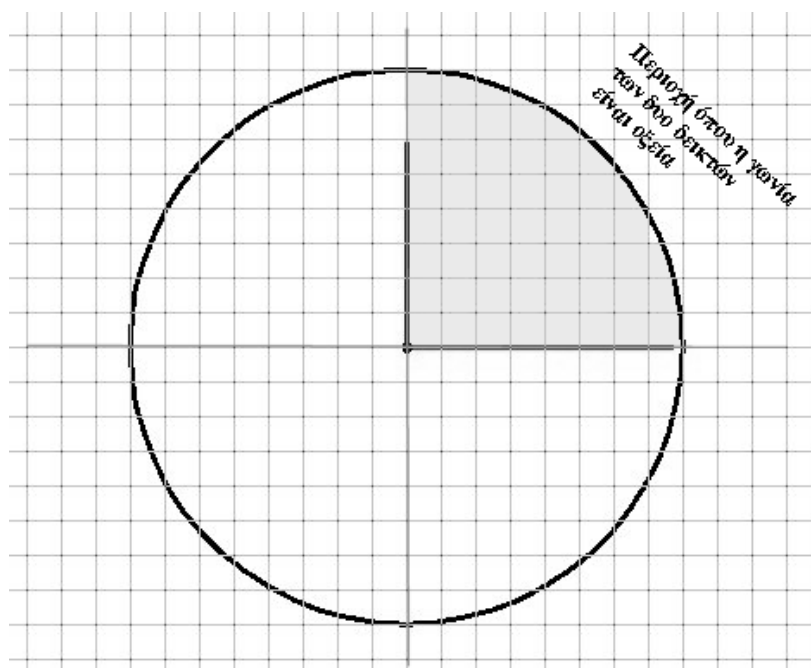
1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν ένα ρολόι και να περιστρέψουν τους δύο δείκτες, ώστε να δείχνουν συγκεκριμένες ώρες. Η δραστηριότητα αυτή τους επιτρέπει να κατανοήσουν τις τρεις κατηγορίες των γωνιών.

1.6. Προεκτάσεις

Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές του:

Να καθορίσουν τις περιοχές όπου η γωνία των δύο δεικτών είναι οξεία ή αμβλεία, όταν ο ωροδείκτης δείχνει άλλες ώρες.



Ένα παράδειγμα

ΕΙΔΗ ΓΩΝΙΩΝ**2. Φύλλο εργασίας**

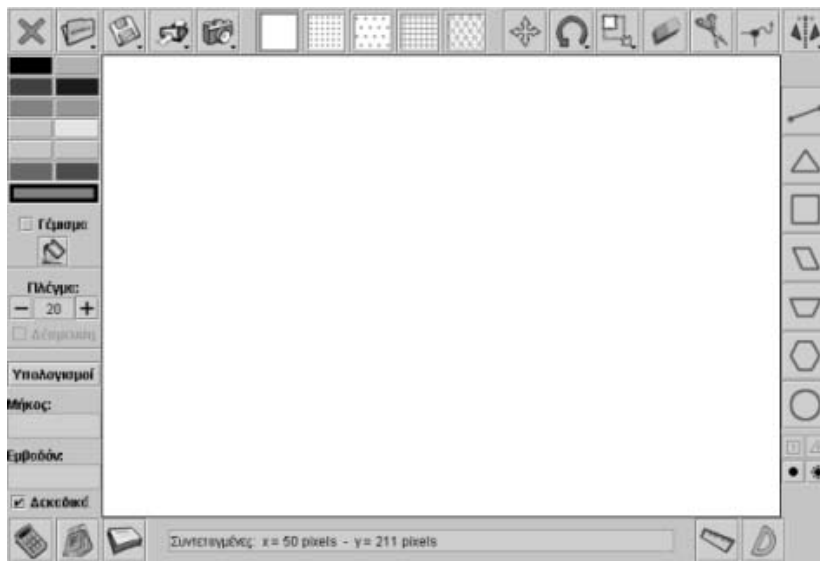
Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στην επιφάνεια εργασίας του γεωπινάκα επιλέξτε ένα τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20 και σχεδιάστε ένα ρολόι, του οποίου ο ωροδείκτης να δείχνει 12. Με το εργαλείο «Περιστροφή σχήματος» μπορείτε να περιστρέψετε το λεπτοδείκτη όπως θέλετε.

Σε ποιες ώρες οι δύο δείκτες σχηματίζουν ορθή γωνία;

Για πόση ώρα οι δύο δείκτες σχηματίζουν οξεία γωνία;

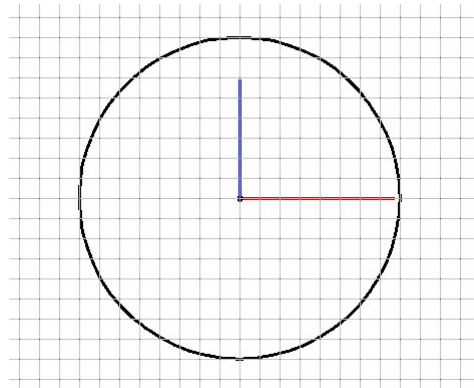
Για πόση ώρα οι δύο δείκτες σχηματίζουν αμβλεία γωνία;



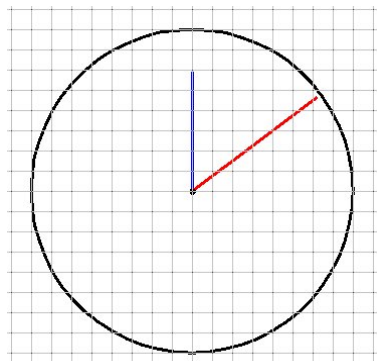
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΕΙΔΗ ΓΩΝΙΩΝ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

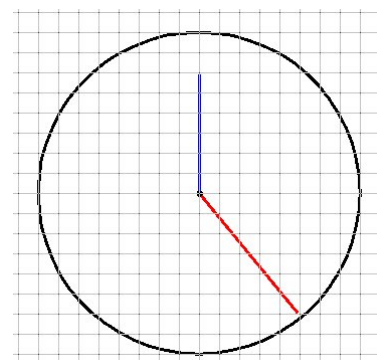
Σχεδιάστε πρώτα έναν κύκλο και κατόπιν κάντε του μεγέθυνση $\times 4$. Στη συνέχεια βρείτε το κέντρο του και σχεδιάστε τους δύο δείκτες. Τοποθετήστε τον ωροδείκτη στο 12 και με το εργαλείο «Περιστροφή» περιστρέψτε το λεπτοδείκτη, ώστε να σχηματίζει με τον ωροδείκτη: ορθή, οξεία ή αμβλεία γωνία.



Ώρα 12:15' (ορθή γωνία)



Ώρα 12:10' (οξεία γωνία)



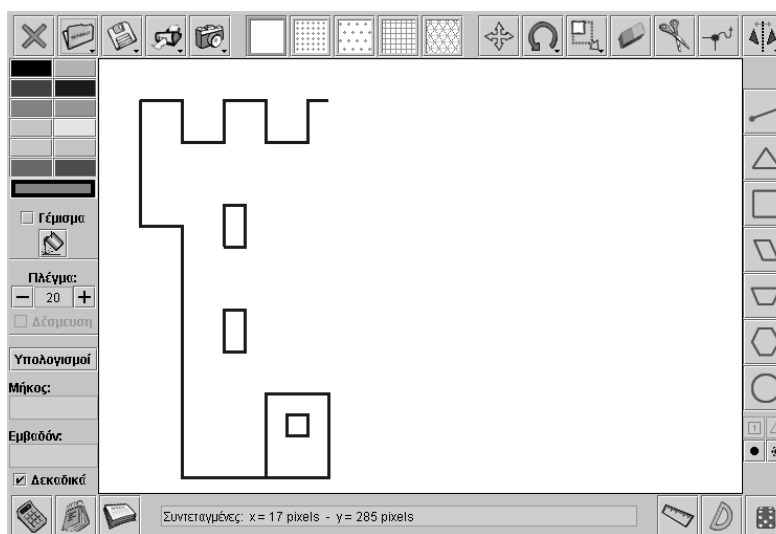
Ώρα 12:20' (αμβλεία γωνία)

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΚΑΣΤΡΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν το συμμετρικό ενός ημιτελούς κάστρου, προκειμένου να ολοκληρωθεί το σχήμα. Θα πρέπει, λοιπόν, να σχεδιάσουν τον κατάλληλο άξονα συμμετρίας και με πατημένο το πλήκτρο «Shift» να πάρουν το συμμετρικό του, ώστε και τα δύο μαζί να ολοκληρώνουν το σχέδιο.



1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις γνώσεις τους για τον εντοπισμό του κατάλληλου άξονα συμμετρίας, ο οποίος θα συμπληρώνει το σχήμα.
- Να χρησιμοποιήσουν στους πειραματισμούς τους το λογισμικό «Γεωπίνακας», για να εντοπίσουν τον κατάλληλο άξονα συμμετρίας και να ολοκληρώσουν το σχήμα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «ομοιότητα – διαφορά» και τη σχέση «σύστημα» κατά τη σχεδίαση διαφόρων σχημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να επιλέξουν τον κατάλληλο άξονα συμμετρίας και κατόπιν να ολοκληρώσουν το σχήμα.

Οι μαθητές επιλέγουν το εργαλείο «Κατοπτρισμός σχήματος με άξονα συμμετρίας» και κάνουν πειράματα για να ορίσουν τον κατάλληλο άξονα. Σε κάθε περίπτωση συζητούν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τη θέση του άξονα συμμετρίας, ενώ στη συνέχεια εξετάζουν τον τρόπο με οποίο θα πρέπει να τον ορίσουν, ώστε να ολοκληρώσουν το σχήμα. Για παράδειγμα, ο άξονας που θα επιλέξουν θα πρέπει να οριστεί έτσι ώστε: (1) το συμμετρικό να μην καλύπτει μέρος του αρχικού

σχήματος και (2) το συμμετρικό να μην αφήνει κενά μεταξύ αυτού και του αρχικού σχήματος. Για να πετύχουν το στόχο τους θα πρέπει να επιλέξουν ο άξονας να διέρχεται από τα σημεία στα οποία έχει κοπεί το δεδομένο μέρος του κάστρου από το υπόλοιπο.

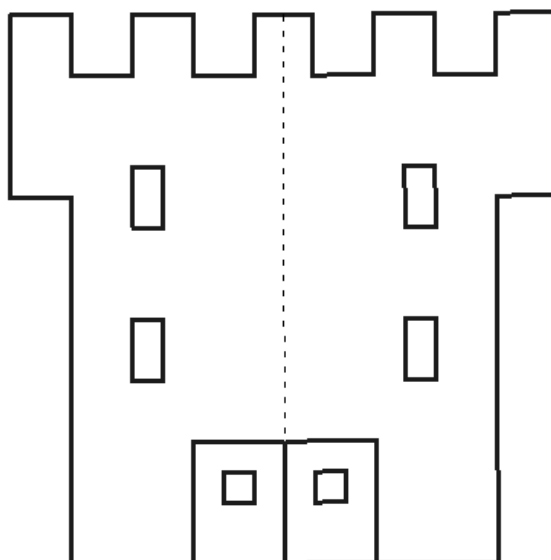
Μία εναλλακτική λύση για τον ορισμό του άξονα συμμετρίας είναι αρχικά να επιλέξουν το κατάλληλο τετραγωνικό πλέγμα και στη συνέχεια να ορίσουν τον άξονα συμμετρίας. Τέλος, στην περίπτωση που δεν μπορούν να ορίσουν κατάλληλο άξονα συμμετρίας, μπορούν να επιλέξουν τετραγωνικό πλέγμα με κατάλληλο μέγεθος, να σχεδιάσουν το υπόλοιπο σχήμα καθοδηγούμενοι από το δεδομένο και στη συνέχεια να ορίσουν τον άξονα συμμετρίας.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για να ολοκληρώσουν ένα σχήμα που έχει άξονα συμμετρίας μία ευθεία, γεγονός που τους βοηθά να κατανοήσουν τις ιδιότητες των σχημάτων που έχουν άξονα συμμετρίας.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν διάφορους άξονες συμμετρίας, έως ότου βρουν τον κατάλληλο και ολοκληρώσουν το σχήμα. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε ένα αποτέλεσμα, που όμως δεν είναι απόλυτα ικανοποιητικό.



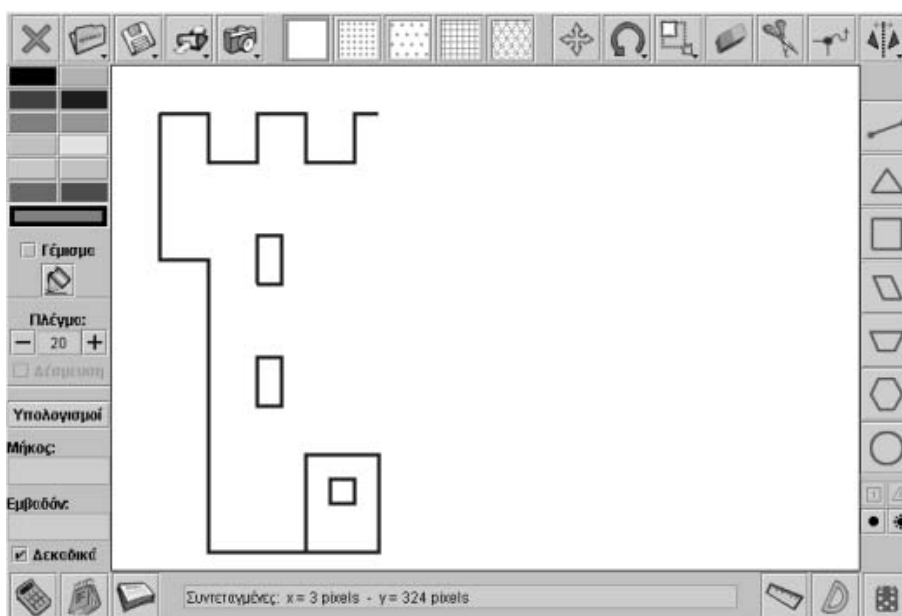
ΤΟ ΚΑΣΤΡΟ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Το σχήμα που εμφανίζεται στο γεωπίνακα αποτελεί μέρος ενός κάστρου.

Μπορείτε να το συμπληρώσετε με τη βοήθεια του εργαλείου «Κατοπτρισμός σχήματος με άξονα συμμετρίας»;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΚΑΣΤΡΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Επιλέξτε το εργαλείο «Κατοπτρισμός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας» και ορίστε τον κατάλληλο άξονα που θα σας σχεδιάσει το υπόλοιπο μέρος του σχήματος. Μην ξεχνάτε να έχετε πατημένο το πλήκτρο «Shift», ώστε να παραμείνει και το αρχικό σχήμα. Βρείτε έναν κατάλληλο άξονα συμμετρίας και δημιουργήστε ένα σχήμα που να συμπληρώνει το αρχικό. Με άλλα λόγια, ο άξονας συμμετρίας, που θα επιλέξετε, θα πρέπει να διέρχεται από τα άκρα κοπής του αρχικού σχήματος.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΕΣ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ ΠΕΡΙΕΧΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να ανακαλύψουν τη σχέση που συνδέει το μήκος της πλευράς ενός τετραγώνου, σχεδιασμένου σε τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες, με τον αριθμό των κουκκίδων που περιέχονται σε αυτό.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για την αναγνώριση ενός μοτίβου.
- Να αναγνωρίσουν την ανάγκη ταξινόμησης των δεδομένων, για την εύρεση μιας συστηματικά επαναλαμβανόμενης σχέσης.
- Να χρησιμοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για να σχεδιάσουν διάφορα τετράγωνα, με τα οποία κατόπιν θα ελέγξουν όλα όσα υπέθεσαν.
- Να αναγνωρίσουν, επίσης, τη «μεταβολή» που διέπει τη σχεδίαση των τετραγώνων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα διάφορα τετράγωνα, έχοντας ενεργοποιημένη την εντολή «Δέσμευση». Αυτό έχει ως αποτέλεσμα κάθε σχήμα να δεσμεύεται στις κουκκίδες και, συνεπώς, οι πλευρές του να διέρχονται από κουκκίδες. Στη συνέχεια συμπληρώνουν έναν πίνακα ανάλογο με αυτόν της δραστηριότητας. Παρόλο που μπορούν να σχεδιάσουν έναν αρκετά μεγάλο αριθμό τετραγώνων (μικραίνοντας το μέγεθος του πλέγματος), κάποια στιγμή θα χρειαστεί να κάνουν υπολογισμούς για το επόμενο τετράγωνο, αφού δεν θα μπορούν να το σχεδιάσουν στο γεωπίνακα. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, τους ενθαρρύνει να κάνουν διάφορες υποθέσεις σχετικά με το επόμενο τετράγωνο, τις οποίες και ελέγχουν με την κατασκευή του, καθώς και να εκφράζουν μέσα στην τάξη τη σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη που μελετώνται. Εκτός αυτού, εστιάζει το ενδιαφέρον τους στη μελέτη των διαφορών που εμφανίζουν οι αριθμοί στις γραμμές και τις στήλες του πίνακα που κατασκεύασαν και κατόπιν στην απόδοση μιας λογικής εξήγησης σχετικά με τον αριθμό των κουκκίδων που περιέχονται στα τετράγωνα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν μία ακολουθία με πρώτο όρο το 0, δεύτερο το 1, τρίτο το 4, τέταρτο το 9 κ.ο.κ. Όπως είναι φανερό, οι όροι αυξάνουν σύμφωνα με τη σειρά των περιπτώσεων αριθμών 1, 3, 5, 7... Εκτός αυτού, οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι σε κάθε τετράγωνο που σχεδιάζεται ο αριθμός των κουκκίδων που περιέχονται σε αυτό ισούται με το τετράγωνο του αριθμού που εκφράζει το μήκος της πλευράς του αμέσως προηγούμενου τετραγώνου. Δηλαδή, ο αριθμός των κουκκίδων που περιέχονται στο τετράγωνο με πλευρά 4 είναι ίσος με 3^2 , όπου ο αριθμός 3 εκφράζει το μήκος της πλευράς του αμέσως προηγούμενου τετραγώνου με μήκος ένα φυσικό αριθμό. Τέλος, μπορούν να παρατηρήσουν ότι σε κάθε τετράγωνο που σχεδιάζουν υπάρχει στο εσωτερικό του ένα τετράγωνο με πλευρά 1 μονάδα μικρότερη από αυτή του αρχικού. Μία τέτοια εξήγηση αναμένεται να δώσουν σε αυτή

την περίπτωση. Εδώ ο εκπαιδευτικός κατευθύνει τους μαθητές του να σκεφτούν πόσες κουκκίδες έχει το εσωτερικό ενός τετράγωνου και πόσες πρέπει να προστεθούν ακόμη, ώστε να προσδιοριστεί το πλήθος των κουκκίδων που βρίσκονται στο εσωτερικό του επόμενου τετραγώνου.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάζουν τετράγωνα και να μετρούν το πλήθος των κουκκίδων που περιέχονται σε αυτά. Επιπλέον, με τη γρήγορη (σε σχέση με το χαρτί και το μολύβι) σχεδίασή τους μπορούν να διατυπώνουν τις υποθέσεις τους και να τις ελέγχουν.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να εντοπίσουν τη σχέση που συνδέει το εμβαδόν με τον αριθμό των κουκκίδων που περικλείονται σε ένα τετράγωνο.

ΠΟΣΕΣ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ ΠΕΡΙΕΧΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

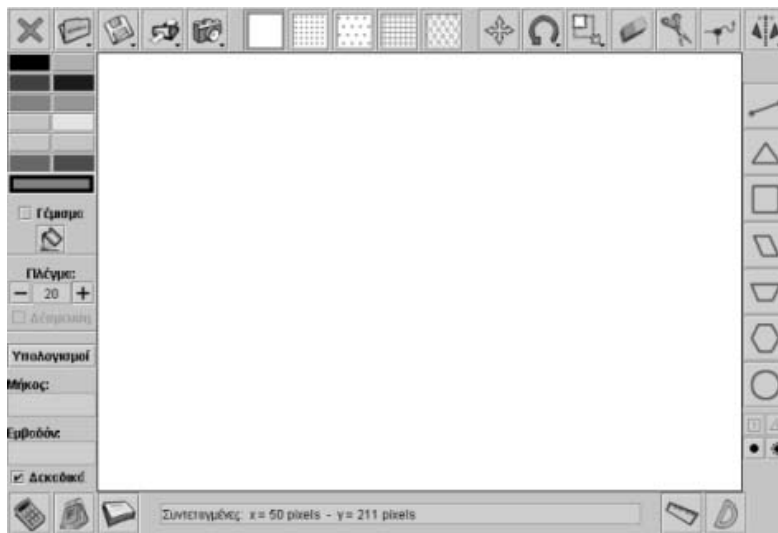
Στο γεωπίνακα επιλέξτε ένα τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 30 με κουκκίδες, έχοντας ενεργοποιημένη την επιλογή «Δέσμευση».

Σχεδιάστε ένα τετράγωνο με πλευρά ίση με 1 μονάδα. Πόσες κουκκίδες περιέχονται στο τετράγωνο;

Σχεδιάστε ένα τετράγωνο με πλευρά ίση με 2 μονάδες. Πόσες κουκκίδες περιέχονται στο τετράγωνο;

Σχεδιάστε ένα τετράγωνο με πλευρά ίση με 3 μονάδες. Πόσες κουκκίδες περιέχονται στο τετράγωνο;

Υπάρχει κάποιος κανόνας με τον οποίο να μπορούμε να υπολογίζουμε πόσες κουκκίδες περιέχονται σε ένα τετράγωνο, του οποίου οι πλευρές διέρχονται από τις κουκκίδες του πλέγματος, όταν γνωρίζουμε εξαρχής το μήκος της πλευράς του, καθώς και ότι είναι φυσικός αριθμός;

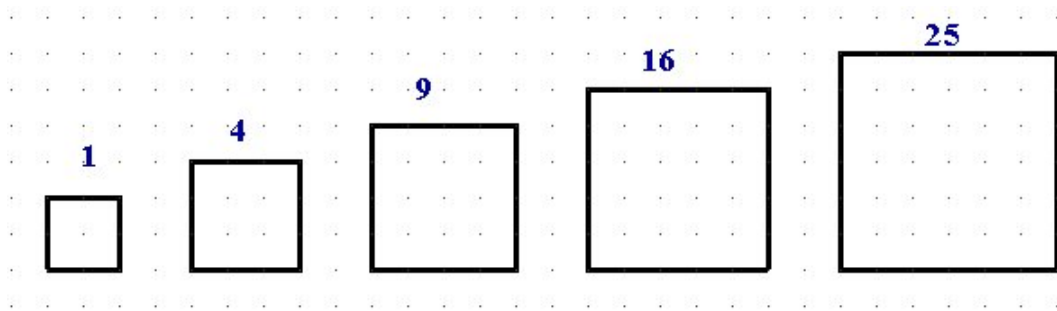


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΣΕΣ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ ΠΕΡΙΕΧΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Μπορείτε να καταγράψετε σε έναν πίνακα τιμών το πλήθος των κουκκίδων που περιέχονται στο εσωτερικό των τετραγώνων που σχεδιάσατε. Για παράδειγμα, συμπληρώστε τον πίνακα που ακολουθεί. Ακόμη, συμβουλευτείτε την παρακάτω εικόνα και προσπαθήστε να απαντήσετε στο ερώτημα «Ποιο είναι το μήκος της πλευράς του επόμενου τετράγωνου και πόσες κουκκίδες περιέχει».

Πλευρά	Εμβαδόν	Κουκκίδες
2	4	1
3	9	4
4	16	
5	25	



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: Ο ΛΑΓΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να μετρήσουν, με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, την περίμετρο και το εμβαδόν που καταλαμβάνει το μη γεωμετρικό σχήμα ενός λαγού. Με αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές έρχονται σε επαφή με την έννοια της κατά προσέγγιση μέτρησης, καθώς και με τις δυσκολίες που εμφανίζει η μέτρηση ενός μη γεωμετρικού σχήματος.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

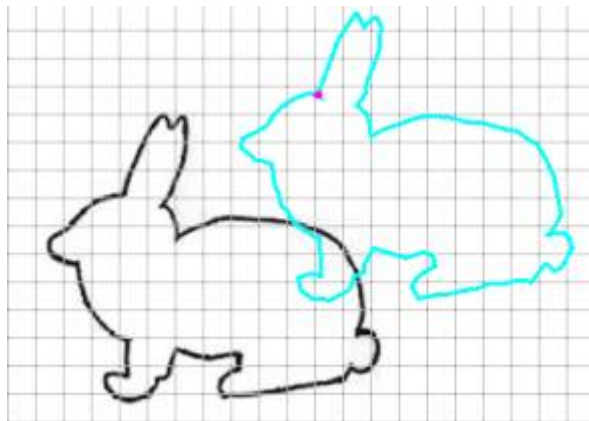
- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για τον προσδιορισμό του κατάλληλου μεγέθους που θα πρέπει να έχει το πλέγμα και να υπολογίσουν με ικανοποιητική ακρίβεια την περίμετρο και το εμβαδόν του σχήματος ενός λαγού.
- Να χρησιμοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για να σχεδιάσουν ένα πολύγωνο ως περίγραμμα του σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τον υπολογισμό της περιμέτρου και του εμβαδού ενός μη γεωμετρικού σχήματος.

1.3. Οργάνωση της τάξης

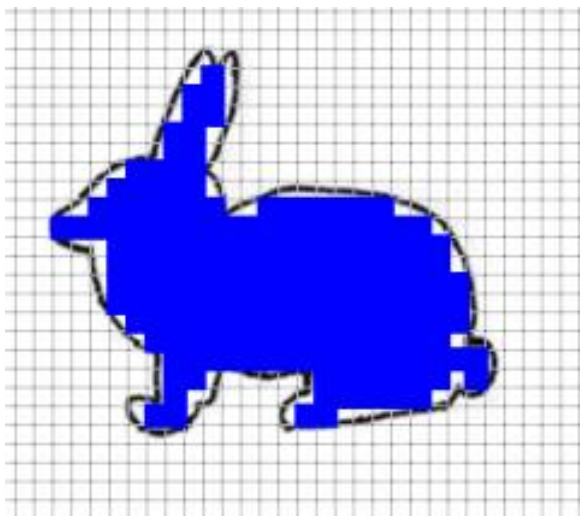
Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Αρχικά οι μαθητές καθορίζουν το μέγεθος του πλέγματος που θεωρούν κατάλληλο για τη μέτρηση της περιμέτρου και του εμβαδού του σχήματος. Στη συνέχεια κάνουν κάποια εκτίμηση του εμβαδού και της περιμέτρου, με βάση τη μονάδα μέτρησης και τα τετραγωνίδια που περικλείονται από το σχήμα, και σχολιάζουν τα αποτελέσματα των εκτιμήσεών τους. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, τους ενθαρρύνει να επιλέγουν διαφορετικό κάθε φορά μέγεθος πλέγματος και να επαναλαμβάνουν τις μετρήσεις τους. Οι μαθητές, ακόμη, κατόπιν υπόδειξής του, μπορούν να χρησιμοποιήσουν την εντολή «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος» και να δημιουργήσουν ως περίγραμμα του σχήματος του λαγού ένα πολύγωνο, το οποίο έχουν άμεσα τη δυνατότητα να μετρήσουν.



Δηλαδή, οι μαθητές μπορούν να δημιουργήσουν ένα νέο πολύγωνο, που να προσεγγίζει το αρχικό σχήμα, και να έχουν, έτσι, μία ικανοποιητική μέτρηση της περιμέτρου του.



Τέλος, οι μαθητές επιλέγουν να γεμίσουν με το μοναδιαίο τετράγωνο το σχήμα του λαγού και στη συνέχεια να εκτιμήσουν πόσα τετράγωνα χρειάζονται για να γεμίσει και το υπόλοιπο μέρος του σχήματος.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπιστώνουν ότι μία μικρότερη μονάδα μέτρησης τους επιτρέπει να μετρήσουν με μεγαλύτερη ακρίβεια το εμβαδόν και την περίμετρο ενός μη γεωμετρικού σχήματος. Εκτός αυτού, μπορούν να χρησιμοποιούν τα πολύγωνα ως μέσο προσέγγισης μιας καμπύλης γραμμής, προκειμένου να μετρήσουν το μήκος της.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να επιλέγουν διαφορετικές μονάδες μέτρησης της περιμέτρου και του εμβαδού ενός σχήματος, έως ότου πετύχουν τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν:

1. Να μετρήσουν και άλλα σχήματα ή εικόνες που τους ενδιαφέρουν.
2. Να μετρήσουν την ακτογραμμή και το εμβαδόν της επιφάνειας διαφόρων νησιών της χώρας μας, σύμφωνα με φωτογραφίες τους, ή άλλων περιοχών.

Συγκεκριμένα: Στο γεωπίνακα της δραστηριότητας ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να επιλέξουν το εικονίδιο «Εισαγωγή εικόνας» και από τον κατάλογο που θα ανοίξει να επιλέξουν μία από τις διαθέσιμες εικόνες. Στη συνέχεια μπορεί να τους ζητήσει να εκτιμήσουν την περίμετρο και το εμβαδόν των σχημάτων (πουλί) ή ηπειρών (χάρτης της Γης) ή τμημάτων της Ελλάδας (αεροφωτογραφία της ευρύτερης περιοχής της Ελλάδας) ή νησιών της Μεσογείου (αεροφωτογραφίες των Δωδεκανήσων ή της Κύπρου) και κατόπιν να κάνουν συγκρίσεις των μεγεθών τους (περίγραμμα ή μήκος ακτογραμμής και εμβαδόν).

Επίσης μπορεί να εμπλουτίσει τη δραστηριότητα με νέες εικόνες, ακολουθώντας δύο τρόπους. Ο ένας είναι να αποθηκεύσει σε έναν κατάλογο του υπολογιστή τις εικόνες που θέλει και να καθοδηγήσει τους μαθητές να τις επιλέξουν, δίνοντάς τους τις εξής εντολές: Πρώτα να επιλέξουν το εικονίδιο «Εισαγωγή εικόνας» και μετά την εντολή «Από τοπικό αρχείο...». Στη συνέχεια να επιλέξουν τον κατάλογο που δημιούργησε και από εκεί την εικόνα που θέλει.

Ωστόσο, σύμφωνα με το δεύτερο τρόπο, οι εικόνες μπορούν να είναι διαθέσιμες στον κατάλογο που ανοίγει, αν επιλέξουν το εικονίδιο «Εισαγωγή εικόνας». Για το σκοπό αυτό μπορεί να ακολουθήσουν την εξής διαδικασία:

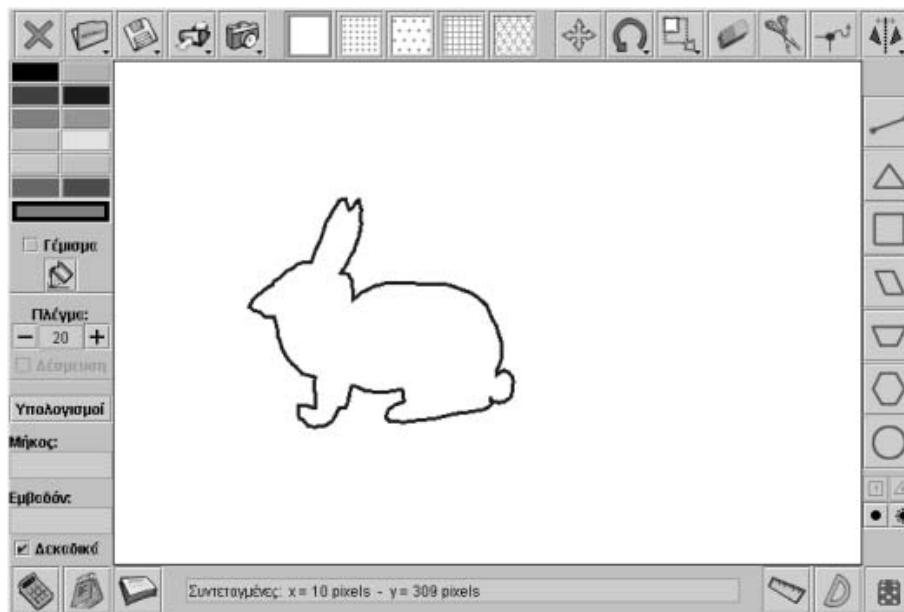
- 1) Να αντιγράψει το περιεχόμενο του CD στον υπολογιστή του.
 - 2) Στον κατάλογο της δραστηριότητας να επιλέξει το φάκελο images και εκεί αντιγράψει νέες εικόνες.
 - 3) Να ανοίξει τον κώδικα της δραστηριότητας με ένα πρόγραμμα (π.χ. Notepad, WordPad, Dreamweaver, FrontPage) και στις ιδιότητες του applet (<PARAM name = "image") να προσθέσει τους τίτλους των εικόνων που αντέγραψε στον κατάλογο. Για παράδειγμα, αν πρόσθεσε την εικόνα με τίτλο foto.jpg, θα πρέπει να προσθέσει τον τίτλο :images/foto.jpg στο τέλος της σειράς του κώδικα, ο οποίος ξεκινάει με το value="images/.
 - 4) Στη συνέχεια να αποθηκεύσει τον κώδικα.
- Ο κώδικας που αφορά τις ιδιότητες του γεωπίνακα έχει ως εξής:

```
(<APPLET code="GridDrawApplet.class" codebase="../../programs" archive="SGridDrawApplet.jar,
sstatistics.jar" width=745 height=500>
<PARAM name="default" value="Image1.jpg">
<PARAMname="image"
value="images/test1.jpg:images/test2.jpg:images/image1.jpg:images/image2.jpg:images/image3.jpg:imag
es/image4.jpg:images/image5.jpg:images/image6.jpg" >
</APPLET>)
```

Ο ΛΑΓΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να εκτιμήσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σχήματος που εμφανίζεται στο γεωπίνακα;

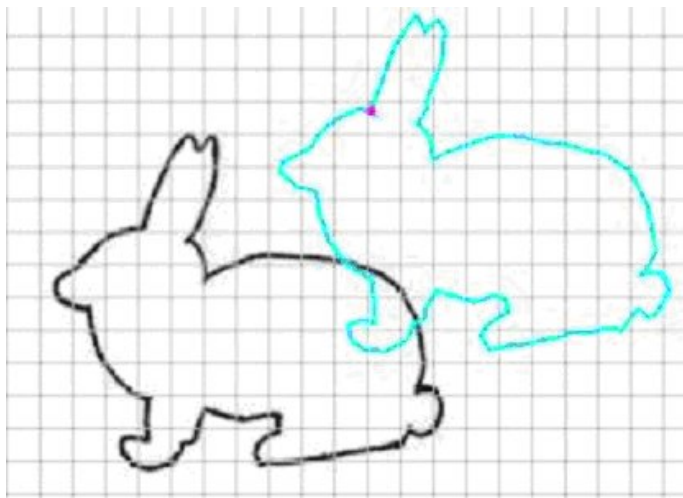


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

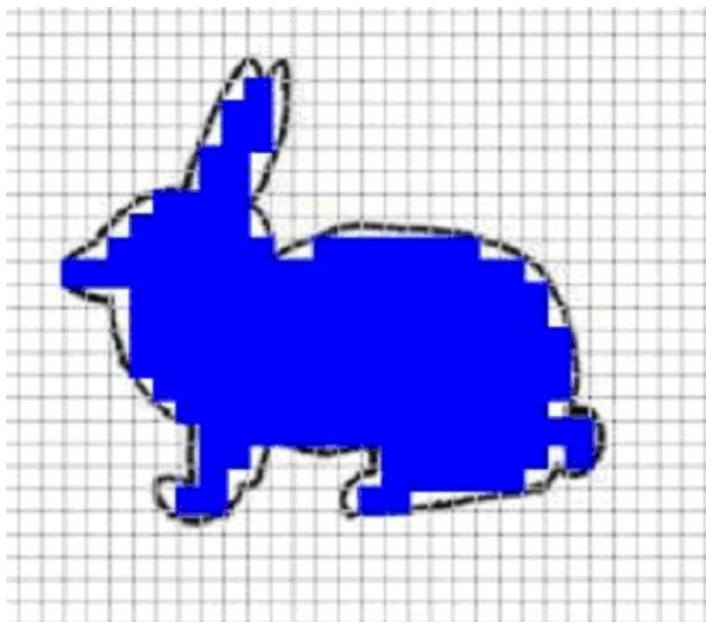
Ο ΛΑΓΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Επιλέξτε το μέγεθος του πλέγματος να είναι 20 και σχεδιάστε το περίγραμμα του λαγού με διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα. Όταν κλείσει το πολύγωνο μπορείτε να μετρήσετε το μήκος της περιμέτρου του πολυγώνου. Μετακινήστε το περίγραμμα που φτιάξατε και ελέγξτε αν είναι αρκετά όμοιο με το αρχικό σχήμα. Η παρακάτω εικόνα δείχνει αυτό που μόλις περιγράψαμε.



Καλύψτε το εσωτερικό του λαγού με τετραγωνίδια και εκτιμήστε πόσα χρειάζονται για να καλυφθεί πλήρως. Προσπαθήστε να πετύχετε τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Μεταβάλλετε το μέγεθος του πλέγματος. Πότε έχετε πετύχει το καλύτερο αποτέλεσμα;



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο πρέπει να διορθώσουν το ένα από τα δύο σχήματα, ώστε το ένα να αποτελεί μεγέθυνση του άλλου. Για το σκοπό εφαρμόζουν έναν κανόνα που τους επιτρέπει να σχεδιάζουν τη μεγέθυνση του μικρού σχήματος, έως ότου ταυτιστεί με το μεγάλο, και να διαπιστώσουν τι δεν ταιριάζει στα δύο μεγάλα σχήματα, ώστε να προχωρήσουν στη διόρθωσή του. Η κατάσταση αυτή θέτει στους μαθητές την απαίτηση να χρησιμοποιήσουν τη σχέση που έχουν οι πλευρές και οι γωνίες δύο σχημάτων, εκ των οποίων το ένα προήλθε ως μεγέθυνση του άλλου.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τις αλλαγές που συμβαίνουν σε ένα σχήμα κάθε φορά που κάνουν μία μεγέθυνση ή σμίκρυνση σε αυτό.
- Να κατανοήσουν το γεγονός ότι οι αντίστοιχες γωνίες των δύο σχημάτων της δραστηριότητας δε μεταβάλλονται, σε αντίθεση με τα μήκη των αντίστοιχων πλευρών των δύο σχημάτων, τα οποία μεταβάλλονται ανάλογα.
- Να αναγνωρίσουν την «ομοιότητα – διαφορά» που διέπει τα σχήματα εκείνα, που το ένα αποτελεί μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να κάνουν μεγέθυνση του μικρού ή σμίκρυνση του μεγάλου, έως ότου το νέο σχήμα ταυτιστεί με κάποιο από τα δεδομένα. Κατόπιν, κάνουν διορθώσεις όπου χρειάζεται.

Οι μαθητές εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να προχωρήσουν στη διόρθωση του μεγάλου σχήματος. Κάνοντας μεγέθυνση στο μικρό ή σμίκρυνση στο μεγάλο, επιδιώκουν να ταυτίσουν το νέο σχήμα με ένα από τα δεδομένα σχήματα. Η προσπάθεια της ταύτισης αυτής θα δείξει τις αλλαγές που πρέπει να γίνουν στο αρχικό σχήμα. Με τη συζήτηση μέσα στην τάξη θα αναδειχθούν ως αναγκαίες και ικανές οι σχέσεις των πλευρών (ανάλογες) και των γωνιών των δύο σχημάτων (ίσες), όταν το ένα έχει προέλθει ως σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές προσεγγίζουν τις ιδιότητες των σχημάτων που έχουν προκύψει από σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός σχήματος και έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Τα σχήματα που προέκυψαν από σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν ίσες μία προς μία τις γωνίες τους
- Τα σχήματα που προέκυψαν από σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν τις πλευρές τους ανάλογες.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές εύκολα μπορούν να σχεδιάσουν ένα σχήμα όπως το δεδομένο στο περιβάλλον του γεωπίνακα. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» μπορούν να μεταβάλλουν το μέγεθος ενός σχήματος ελεύθερα ή με βάση κάποια σχέση που είναι διαθέσιμη με το εργαλείο.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για να σχεδιάσουν και άλλα σχήματα, τα οποία θα μεγεθύνουν ή θα μικρύνουν σύμφωνα με κάποιο συντελεστή.

Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, μπορεί να σχεδιάσει εξ αρχής δύο άλλα σχήματα και να ζητήσει από τους μαθητές να επαναλάβουν τη δραστηριότητα. Τα σχήματα αυτά μπορεί να τα αποθηκεύσει σε έναν κατάλογο του υπολογιστή, τον οποίο θα ζητήσει από τους μαθητές να επιλέξουν. Για την αποθήκευση του σχήματος επιλέγει το σχετικό εικονίδιο και στη συνέχεια το αποθηκεύει με τίτλο που έχει προέκταση .gda (π.χ. sxhma.gda). Κατόπιν ζητά από τους μαθητές να επιλέξουν το εργαλείο «Ανάκτηση». Από εκεί θα πρέπει να μεταφερθούν στον κατάλογο όπου βρίσκεται αποθηκευμένο το σχήμα και να το επιλέξουν.

Αν θέλει το σχήμα να εμφανίζεται αυτόματα στο περιβάλλον του γεωπίνακα θα πρέπει να ακολουθήσει την εξής διαδικασία:

- 1) Να αντιγράψει το περιεχόμενο του CD στον υπολογιστή του.
- 2) Να αποθηκεύσει το σχήμα που δημιούργησε στον κατάλογο της δραστηριότητας (π.χ. sxhma.gda).
- 3) Να ανοίξει τον κώδικα της δραστηριότητας με ένα πρόγραμμα (π.χ. Notepad, WordPad, Dreamweaver, FrontPage) και στις ιδιότητες του applet (PARAM name="default" value="Image1.jpg") να αντικαταστήσει τον τίτλο Image1.jpg με τον τίτλο του σχήματος που αντέγραψε στον κατάλογο. Για παράδειγμα, PARAM name="default" value=" sxhma.gda".
- 4) Στη συνέχεια να αποθηκεύει τον κώδικα.

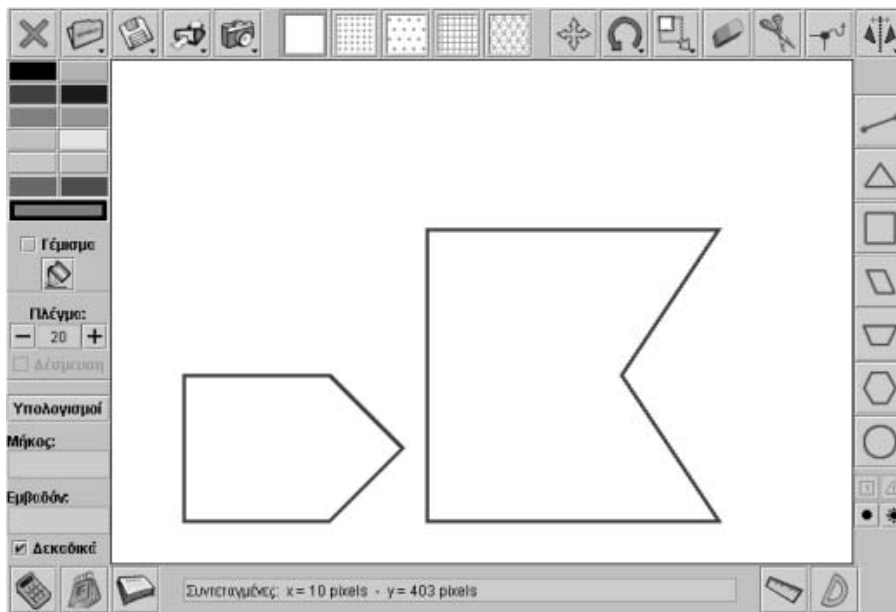
Ο κώδικας που αφορά τις ιδιότητες του γεωπίνακα έχει ως εξής:

```
(<APPLET code="GridDrawApplet.class" codebase="../.././programs" archive="SGridDrawApplet.jar,
sstatistics.jar" width=745 height=500>
<PARAM name="default" value="Image1.jpg">
<PARAMname="image"
value="images/test1.jpg:images/test2.jpg:images/image1.jpg:images/image2.jpg:images/image3.jpg:imag
es/image4.jpg:images/image5.jpg:images/image6.jpg" >
</APPLET>)
```

ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στην παρακάτω εικόνα πώς πρέπει να μεταβάλλετε το μεγάλο σχήμα, ώστε να αποτελεί μεγέθυνση του μικρού σχήματος;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μετρήστε τα μήκη των πλευρών και τα ανοίγματα των γωνιών των δύο σχημάτων. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και με πατημένο το πλήκτρο «Shift» σύρετε το μικρό σχήμα έως ότου ταυτιστεί με το μεγάλο.

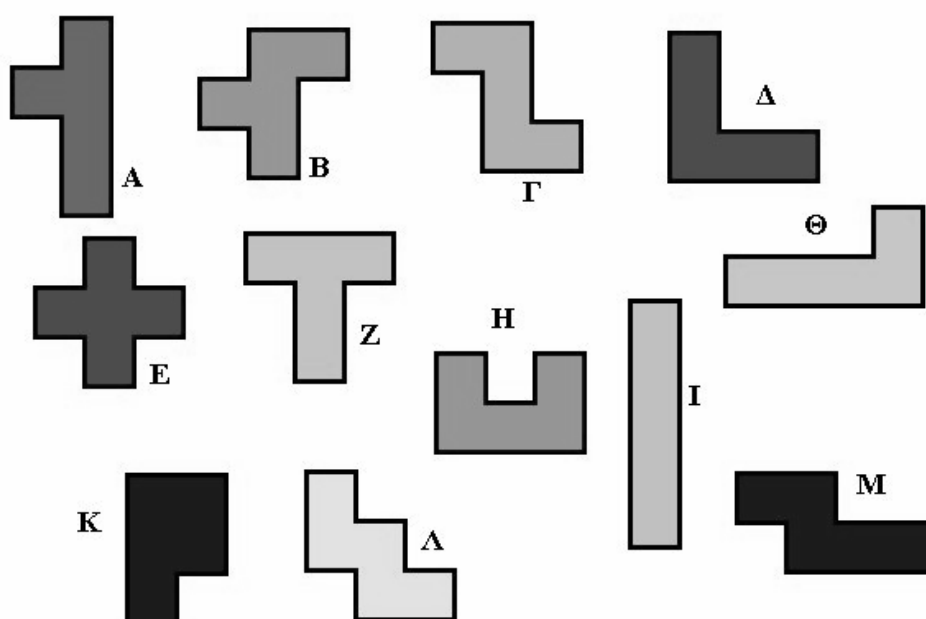
Επιλέξτε το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και κάντε δεξί κλικ πάνω στο σχήμα. Στο παράθυρο που θα ανοίξει επιλέξτε $\times 2$. Με πατημένο το πλήκτρο «Shift» κάντε κλικ πάνω στο σχήμα. Θα προκύψει ένα νέο σχήμα διπλάσιο από το πρώτο. Τι πρέπει να αλλάξει και τι όχι στο σχήμα αυτό, κατά το διπλασιασμό του, ώστε να ταυτιστεί με το αρχικό μεγάλο σχήμα;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΑ ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Τα πεντόμινα αποτελούν ένα ενδιαφέρον περιβάλλον, όπου οι μαθητές εμπλέκονται σε ελκυστικές δραστηριότητες που σχετίζονται με γεωμετρικά σχήματα και τα εμβαδά τους. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να σχεδιάσουν στο γεωπίνακα όσα διαφορετικά πολύγωνα περιέχουν πέντε τετραγωνίδια, δηλαδή να δημιουργήσουν πεντόμινα (σχήματα που αποτελούνται από πέντε τετράγωνα). Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζονται δώδεκα διαφορετικά πεντόμινα.



Τα δώδεκα πεντόμινα

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για τον εντοπισμό όλων των πολύγωνων που μπορούν να δημιουργηθούν από πέντε ίσα τετράγωνα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό του εμβαδού διάφορων σχημάτων.

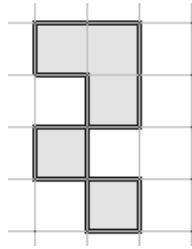
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλέγμα, διάφορα πεντόμινα και τα γεμίζουν με διαφορετικά χρώματα. Τα πεντόμινα έχουν τη δυνατότητα να μετακινούνται και να περιστρέφονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να τοποθετούνται στο

εσωτερικό ενός ορθογωνίου. Κάθε ομάδα ανακοινώνει στην τάξη τα πεντόμινα που κατασκεύασε. Έτσι όλοι οι μαθητές έχουν σχεδιάσει και τα δώδεκα πεντόμινα. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές το καθένα από τα πέντε μοναδιαία τετραγωνίδια, που θα χρησιμοποιήσουν για την κατασκευή ενός πεντόμινου, να έχει μία κοινή πλευρά με κάποιο άλλο. Συνεπώς, το σχήμα που ακολουθεί δεν είναι πεντόμινο.

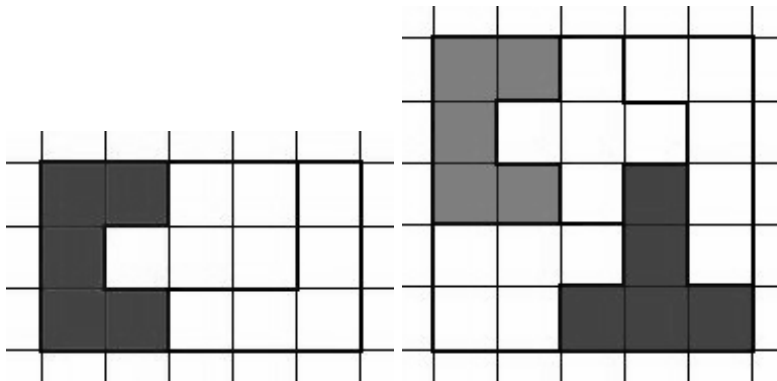


Με αυτό τον περιορισμό οι μαθητές θα μπορέσουν να ανακαλύψουν τα δώδεκα πεντόμινα που συνήθως χρησιμοποιούνται.

Τέλος θα πρέπει να αποθηκεύσουν τα σχήματα που δημιούργησαν για μελλοντική χρήση.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για να σχεδιάσουν με πέντε τετράγωνα όλα τα δυνατά πολύγωνα. Το τετράγωνο πλέγμα μπορεί να τους βοηθήσει να εντοπίσουν εύκολα τα δώδεκα αυτά σχήματα. Στις παρακάτω εικόνες δίνονται κάποια παραδείγματα:



1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να δημιουργήσουν ανάλογα θέματα με τετρόμινα, εξόμινα κ.ά. Με άλλα λόγια, πολύγωνα με εμβαδόν τέσσερα ή έξι τετραγωνίδια κτλ.

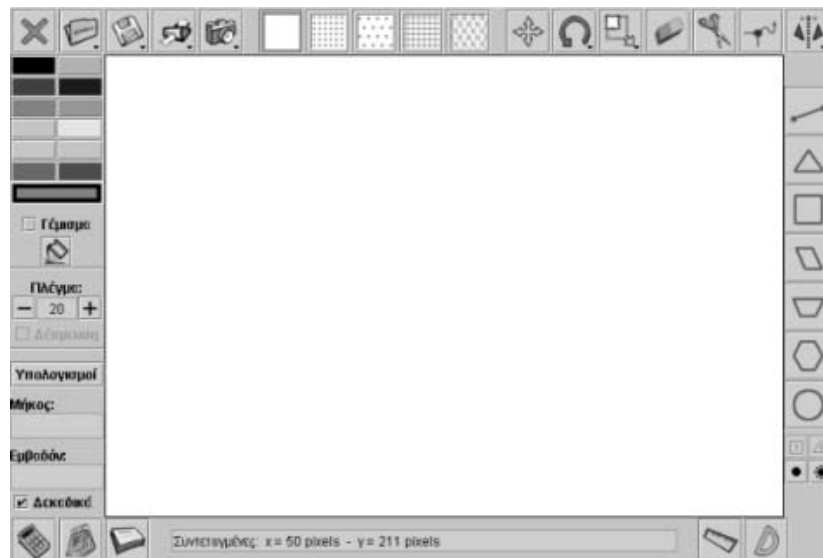
ΤΑ ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Στην επιφάνεια εργασίας του γεωπινάκα επιλέξτε ένα τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 30.

Πόσα διαφορετικά πολύγωνα, που να περιέχουν πέντε τετραγωνίδια, μπορείτε να δημιουργήσετε, ώστε το κάθε το τετραγωνίδιο να έχει μία κοινή πλευρά με τουλάχιστον άλλο ένα;

Τα σχήματα αυτά ονομάζονται πεντόμινα.

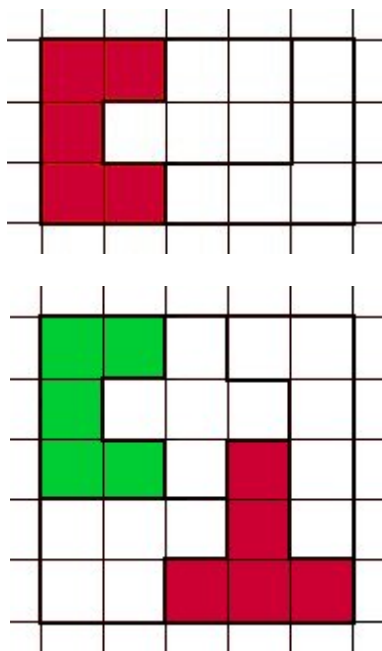


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΑ ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Για να σχεδιάσετε τα πεντόμινα επιλέξτε «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος» και σχεδιάστε τα πεντόμινα με τον ίδιο τρόπο που σχεδιάζετε και τα άλλα σχήματα. Μπορείτε ακόμη να χρησιμοποιήσετε το εργαλείο «Μοναδιαίο τετράγωνο» και να σχεδιάσετε πέντε τετραγωνίδια τα οποία θα διατάσσετε διάφορους τρόπους με τη βοήθεια του εργαλείου «Μετακίνηση». Για να σχηματίσετε ένα πεντόμινο θα πρέπει κάθε τετραγωνίδιο να έχει μία κοινή πλευρά τουλάχιστον με ένα άλλο. Στις παρακάτω εικόνες δίνονται μερικά πεντόμινα. Υπάρχουν συνολικά δώδεκα διαφορετικά πεντόμινα.



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: Η ΠΙΣΙΝΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού αναζητούν το ορθογώνιο εκείνο που έχει εμβαδόν 64 τετραγωνικές μονάδες και τη μικρότερη δυνατή περίμετρο. Έτσι θα μπορέσουν να υπολογίσουν τις διαστάσεις μιας ορθογώνιας πισίνας και να προσδιορίσουν τον ελάχιστο αριθμό πλακών που χρειάζεται ο ιδιοκτήτης να τοποθετήσει γύρω από αυτή. Το λογισμικό «Γεωπίνακας» επιτρέπει στους μαθητές να σχεδιάζουν πισίνες με διάφορες διαστάσεις, να υπολογίζουν εύκολα το εμβαδόν τους και να τοποθετούν γύρω τους τετράγωνα πλάκες. Η οπτικοποίηση αυτής της διαδικασίας τους βοηθά να έχουν πολλά δεδομένα και να προσεγγίζουν τη λύση ευκολότερα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για το συσχετισμό της περιμέτρου ενός ορθογωνίου με το πλήθος των τετραγωνικών πλακών που μπορούν να το περιβάλλουν.
- Να χρησιμοποιήσουν τόσο τις διαδικασίες επίλυσης του προβλήματος όσο και το λογισμικό, προκειμένου να διατυπώσουν υποθέσεις σχετικά με τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου, με τη μικρότερη περίμετρο, όταν αυτό έχει σταθερό εμβαδόν.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό της περιμέτρου και του εμβαδού μιας πισίνας.

1.3. Οργάνωση της τάξης

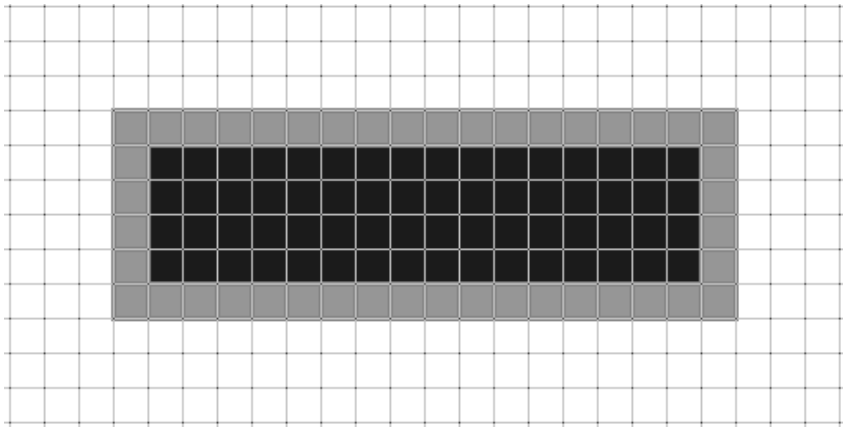
Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στην επιφάνεια του λογισμικού, σε τετραγωνικό πλαίσιο μεγέθους 20, τη ζητούμενη πισίνα. Επιλέγουν ορθογώνια με διάφορες διαστάσεις, όμως με εμβαδόν 64 τετραγωνικές μονάδες. Ο εκπαιδευτικός παροτρύνει στους μαθητές να καταγράφουν τα αποτελέσματα σε έναν πίνακα τιμών, όπως αυτός που ακολουθεί:

Μήκος	1	2	4	8	16
Πλάτος	64	32	16	8	4
Αριθμός πλακών	130	68	40	32	40

Οι μαθητές, αφού δημιουργήσουν έναν ανάλογο πίνακα τιμών με τις διαστάσεις και το πλήθος των τετραγωνιδίων που περιβάλλουν την πισίνα, αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι η ζητούμενη πισίνα πρέπει να είναι τετράγωνη με πλευρά οκτώ μέτρα.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για να ανακαλύψουν ότι μεταξύ των ορθογωνίων, με ίσα εμβαδά, αυτό που έχει τη μικρότερη δυνατή περίμετρο είναι το τετράγωνο.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν ένα ορθογώνιο επιλέγοντας την εντολή «Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος». Επίσης, επιλέγοντας «Τετραγωνικό πλέγμα» με μέγεθος 20 μπορούν τοποθετούν πλάκες γύρω από το ορθογώνιο και να τις μετρούν. Το λογισμικό τους δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάζουν ορθογώνια διαφόρων διαστάσεων και να μετρούν το πλήθος των πλακών που τοποθετούν γύρω του.

1.6. Προεκτάσεις

1. Τι θα αλλάξει στο πρόβλημα, αν ο ιδιοκτήτης αποφασίσει να τοποθετήσει στο ορθογώνιο δύο σειρές με πλάκες;
2. Ο ιδιοκτήτης μιας κατοικίας αποφάσισε να επενδύσει περιμετρικά την ορθογώνια αυλή του, η οποία έχει εμβαδόν 36 τετραγωνικά μέτρα, με λευκά και μαύρα πλακάκια, δημιουργώντας εναλλάξ δύο περιμετρικές ζώνες, όπως στο παρακάτω σχήμα.



Πόσα λευκά και πόσα μαύρα πλακάκια πρέπει να αγοράσει; Τι διαστάσεις θα πρέπει να έχει η ορθογώνια αυλή, ώστε να χρειαστεί το μικρότερο αριθμό από κάθε είδος πλακάκια;

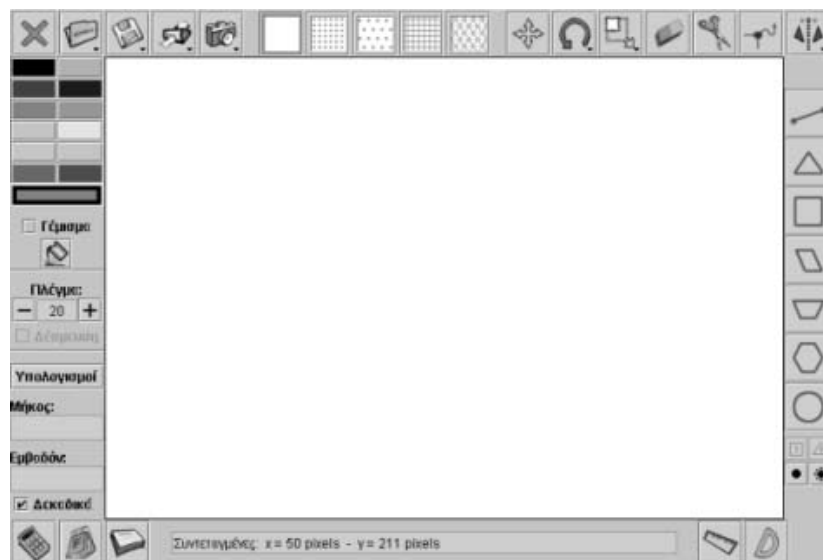
Η ΠΙΣΙΝΑ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ο ιδιοκτήτης μιας πολυτελούς κατοικίας αποφάσισε να κατασκευάσει στην αυλή του σπιτιού του μια πισίνα σχήματος ορθογωνίου, η οποία να έχει εμβαδόν 64 τετραγωνικά μέτρα και διαστάσεις φυσικούς αριθμούς. Θέλει, όμως, περιμετρικά να τοποθετήσει τετράγωνα πλακάκια πλευράς 1 μέτρου.

Τι διαστάσεις πρέπει να έχει η πισίνα, ώστε να χρησιμοποιήσει το μικρότερο αριθμό πλακίων;

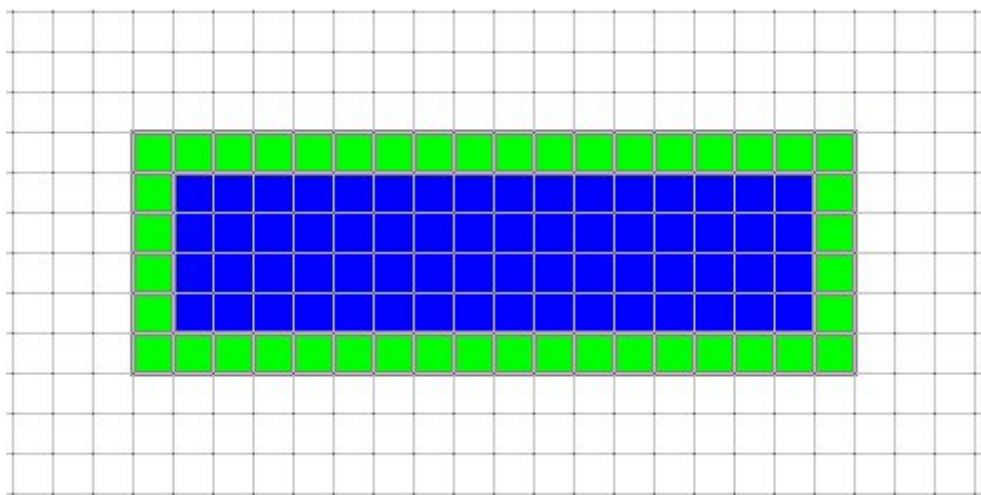


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

Η ΠΙΣΙΝΑ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Κάντε έναν πίνακα με τις πιθανές διαστάσεις της πισίνας και υπολογίστε το πλήθος των τετραγωνικών πλακών που πρέπει να τοποθετηθούν περιμετρικά. Η παρακάτω εικόνα δείχνει μία περίπτωση. Βρείτε και άλλες περιπτώσεις. Κατόπιν συμπληρώστε έναν πίνακα όπως αυτός που ακολουθεί.



Μήκος	Πλάτος	Αριθμός πλακών
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΟΣΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΣΧΗΜΑΤΙΣΕΤΕ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να εντοπίσουν πόσα διαφορετικά πολύγωνα μπορούν να δημιουργήσουν, τα οποία να έχουν εμβαδόν 2 τετραγωνίδια. Με τον τρόπο αυτό έρχονται σε επαφή με την ύπαρξη δύο κατηγοριών πολυγώνων, τα κυρτά και τα μη κυρτά.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

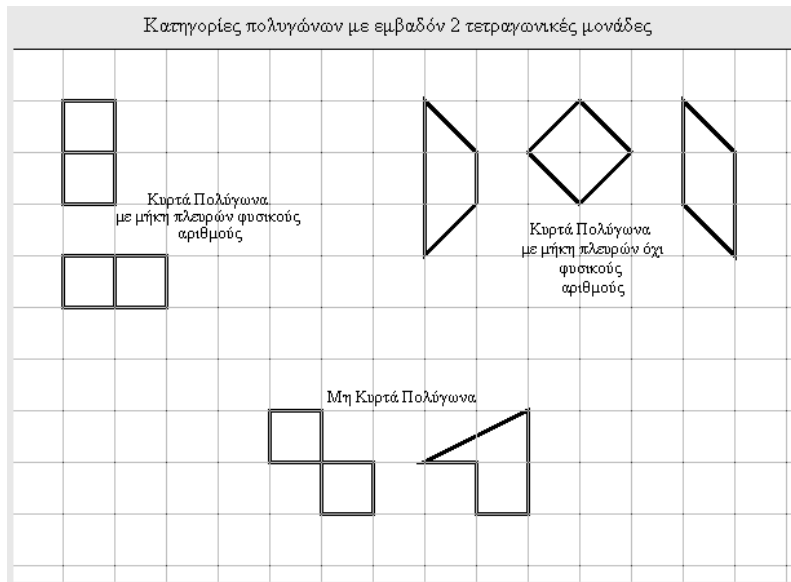
- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για τον εντοπισμό σχημάτων με εμβαδόν 2 μονάδες.
- Να χρησιμοποιήσουν τόσο τις διαδικασίες επίλυσης του προβλήματος όσο και το λογισμικό, προκειμένου να διατυπώσουν υποθέσεις για την ύπαρξη σχημάτων με εμβαδόν 2 μονάδες.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό του εμβαδού διαφόρων σχημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα ένα ορθογώνιο με εμβαδόν 2 τετραγωνίδια. Στη συνέχεια, με το εργαλείο «Μετακίνηση/Δημιουργία κορυφών», μπορούν να μετακινούν τις κορυφές του σχήματος, διατηρώντας σταθερό το εμβαδόν. Η διαδικασία αυτή τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα και να διατυπώνουν υποθέσεις, τις οποίες και ελέγχουν στο λογισμικό. Μπορούν, ακόμη, να συμπληρώσουν έναν πίνακα που να συνδέει το εμβαδόν σε κάθε μετακίνηση των κορυφών του με τα άλλα στοιχεία του σχήματος, όπως την περίμετρο, τον αριθμό των κορυφών ή των πλευρών κτλ.

Ωστόσο είναι αναμενόμενο οι μαθητές να μην μπορέσουν να βρουν περισσότερα από δύο διαφορετικά πολύγωνα, οι πλευρές των οποίων να έχουν μήκη φυσικούς αριθμούς. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να ζητήσει από τους μαθητές να σκεφτούν ποιοι φυσικοί αριθμοί έχουν γινόμενο 2 και να διατυπώσουν τα διαφορετικά πολύγωνα, με εμβαδόν 2, που μπορούν να σχεδιαστούν. Θα διαπιστώσουν έτσι ότι ενώ μπορούν να εντοπίσουν κυρτά πολύγωνα με διαστάσεις που εκφράζονται από φυσικούς αριθμούς, οι οποίοι έχουν γινόμενο 2, εντούτοις υπάρχουν περιπτώσεις (μη κυρτά πολύγωνα), όπου το εμβαδόν είναι μεν 2 μονάδες, όμως δεν έχουν σαφή τρόπο ορισμού των πλευρών και της περιμέτρου αυτών. Τελικά, οι μαθητές αναμένεται να δημιουργήσουν τρεις κατηγορίες πολυγώνων με εμβαδόν 2 τετραγωνικές μονάδες: κυρτά πολύγωνα με μήκη πλευρών φυσικούς αριθμούς, κυρτά πολύγωνα με μήκη όχι φυσικούς αριθμούς και μη κυρτά πολύγωνα (σχήμα).



Η δραστηριότητα αυτή δεν στοχεύει στη διδασκαλία διάκρισης των δύο κατηγοριών των πολυγώνων, κυρτών και μη κυρτών, αλλά στο να αποκτήσουν οι μαθητές εμπειρίες διάκρισης των γεωμετρικών σχημάτων ανάλογα με μια ιδιότητα, οι οποίες θα τους φανούν χρήσιμες στις επόμενες τάξεις.

Εμβαδόν					
Πλήθος πλευρών					
Περίμετρος					
Κατηγορία					

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για να σχεδιάσουν όσο το δυνατόν περισσότερα πολύγωνα με εμβαδόν 2 μονάδες και να τα διακρίνουν ως προς ένα χαρακτηριστικό τους. Στο πλαίσιο της δραστηριότητας αυτής οι μαθητές μπορούν να διακρίνουν την ύπαρξη δύο ειδών πολυγώνων: τα κυρτά και τα μη κυρτά.

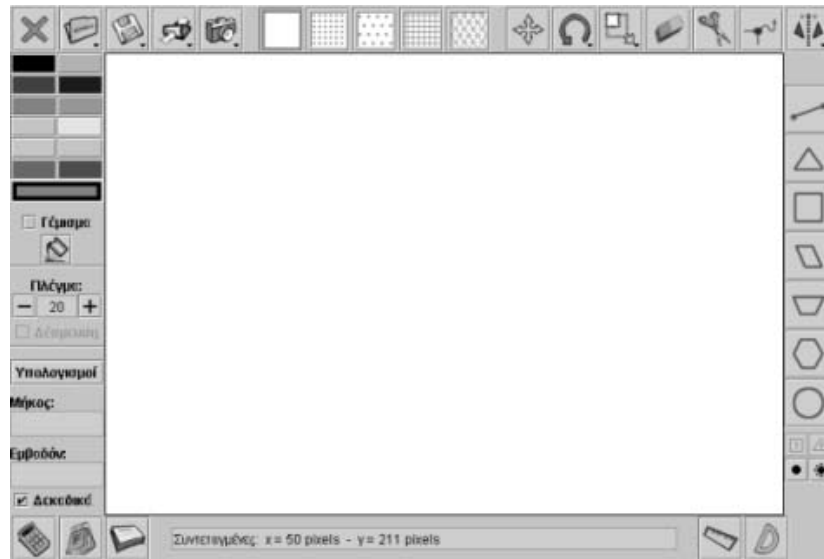
1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν διάφορα σχήματα με εμβαδόν 2 μονάδες ή να σχεδιάσουν ένα μόνο σχήμα, το οποίο θα μετασχηματίζουν συνεχώς, διατηρώντας σταθερό το εμβαδόν του.

ΠΟΣΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΣΧΗΜΑΤΙΣΕΤΕ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

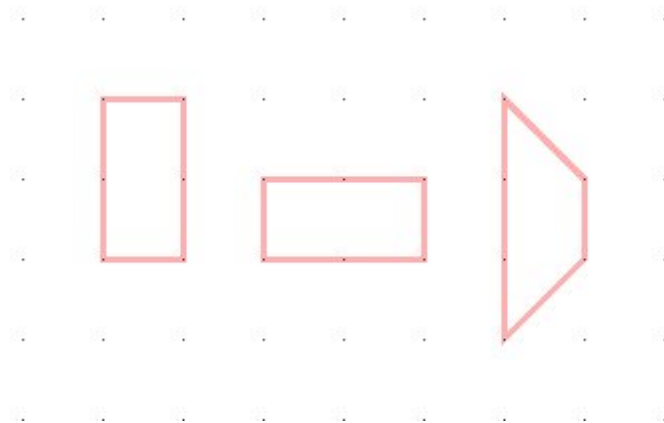
Πόσα διαφορετικά σχήματα με εμβαδόν 2 τετραγωνίδια μπορείτε να σχηματίσετε στο γεωπίνακα, σε ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες, με ενεργοποιημένη την επιλογή «Δέσμευση»;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΣΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΣΧΗΜΑΤΙΣΕΤΕ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει μερικά σχήματα με εμβαδόν 2 τετραγωνίδια. Υπάρχει άλλο;



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές Ε' Δημοτικού καλούνται να προβλέψουν το μήκος της πλευράς, το μήκος της περιμέτρου και του εμβαδού του τετραγώνου που θα προκύψει από τη σμίκρυνση ενός αρχικού τετραγώνου κατά $1/8$ και να επιβεβαιώσουν την πρόβλεψή τους. Αφού σχεδιάσουν ένα τετράγωνο με πλευρά 16 μονάδες, έχουν δύο επιλογές για τη δημιουργία του νέου σχήματος. Είτε να χρησιμοποιήσουν τον ήδη γνωστό από άλλη δραστηριότητα κανόνα (νέα πλευρά = αρχική πλευρά/8), είτε να χρησιμοποιήσουν το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και να κάνουν σμίκρυνση πρώτα κατά $1/2$, στη συνέχεια κατά $1/2$ του νέου σχήματος και τέλος κατά $1/2$ του νέου σχήματος. Αναμένεται, δε, και στις δύο περιπτώσεις να χρησιμοποιήσουν τη σχέση των πλευρών αρχικού και τελικού σχήματος, για να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με την περίμετρο και το εμβαδόν των δύο σχημάτων.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διαπιστώσουν τις αλλαγές που συμβαίνουν σε ένα σχήμα, κάθε φορά που κάνουν του μία σμίκρυνση.
- Να χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις τους όσον αφορά τη σχέση των πλευρών των δύο σχημάτων, προκειμένου να κάνουν προβλέψεις για το μήκος της πλευράς του νέου σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν την «ομοιότητα - διαφορά» που διέπει τη σμίκρυνση ενός σχήματος.

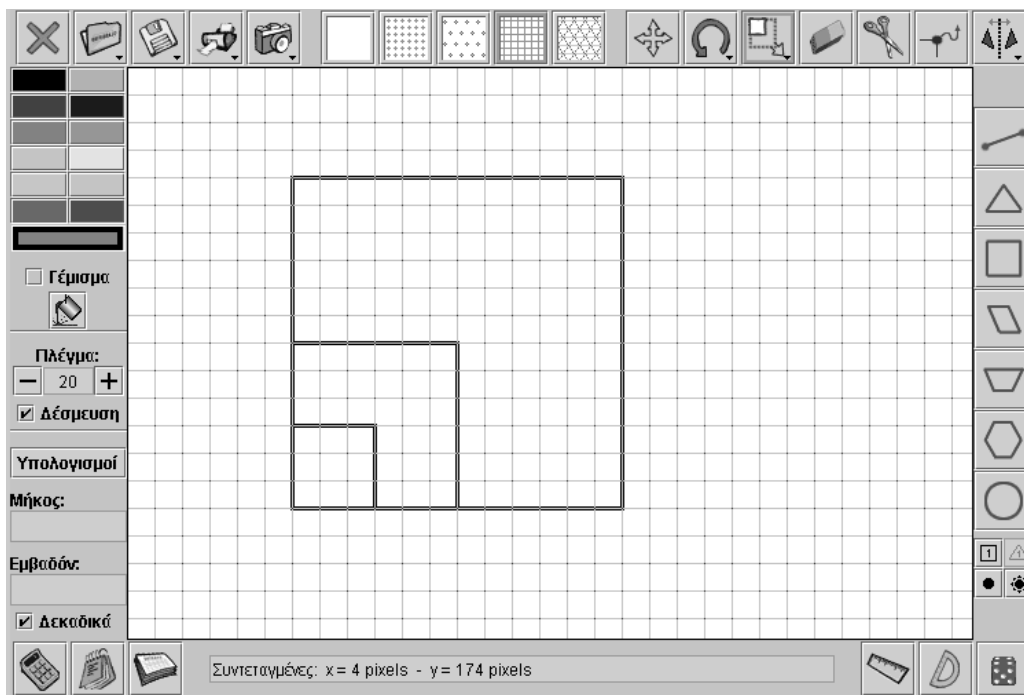
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να κατασκευάσουν ένα τετράγωνο και να του κάνουν σμίκρυνση κατά $1/8$.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα, σε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20, ένα τετράγωνο πλευράς 16 μονάδων και προσπαθούν να προβλέψουν τα μήκη των πλευρών του σχήματος που θα προκύψει, αν κάνουν σμίκρυνση κατά $1/8$ στο αρχικό σχήμα. Στη συνέχεια προσπαθούν να επαληθεύσουν την πρόβλεψή τους. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει να σχεδιάσουν ένα νέο σχήμα που να έχει τις ίδιες γωνίες με το αρχικό, ενώ το μήκος τις πλευράς του να αντιστοιχεί στο $1/8$ αυτού. Αυτό μπορεί να γίνει είτε σχεδιάζοντας το νέο σχήμα στο πλέγμα –όπου θα εφαρμόσουν τη σχέση που διέπει τα μήκη των πλευρών και τα ανοίγματα των γωνιών του αρχικού και του ζητούμενου τετραγώνου–, είτε χρησιμοποιώντας το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και μεταβάλλοντας το αρχικό σχήμα, έως ότου προκύψει ένα νέο σχήμα, που να αποτελεί σμίκρυνσή του κατά $1/8$. Στη δεύτερη περίπτωση μπορούν με ελεύθερο σύρσιμο του αρχικού σχήματος και χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση να επιτύχουν τη ζητούμενη σμίκρυνση. Ωστόσο, αν δεν μπορούν να εφαρμόσουν τη συγκεκριμένη σχέση, έχουν τη δυνατότητα να κάνουν αλλαγή μεγέθους κατά $1/2$, κατόπιν, στο σχήμα που θα προκύψει, να κάνουν επίσης αλλαγή μεγέθους κατά $1/2$ και τέλος να επαναλάβουν μία ακόμη φορά τη σμίκρυνση στο νέο σχήμα. Στην περίπτωση αυτή, και με πατημένο το πλήκτρο «Shift», μπορούν να σχεδιάσουν το αρχικό και το τελικό σχήμα και να μετρήσουν, με τη βοήθεια του πλέγματος, τα μήκη των πλευρών και τα

ανοίγματα των γωνιών των δύο σχημάτων. Τέλος, διατυπώνουν τους κανόνες που αφορούν τη σχέση τους. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στην υιοθέτηση μιας από τις τρεις μεθόδους, ή και των τριών, ανάλογα με τις εμπειρίες που έχουν αποκομίσει από προηγούμενες δραστηριότητες.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση αυτή οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των σχημάτων που έχουν προκύψει από τη σμίκρυνση ενός σχήματος, προκειμένου να προβλέψουν τις ιδιότητες του νέου σχήματος που προκύπτει. Επίσης, έρχονται σε επαφή με τα εξής μαθηματικά αντικείμενα:

- Τα σχήματα που προκύπτουν από τη σμίκρυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν ίσες μία προς μία τις γωνίες τους.
- Τα σχήματα που προκύπτουν από τη σμίκρυνση ενός αρχικού σχήματος έχουν τις πλευρές τους ανάλογες.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν ένα σχήμα όπως το αυτό στο περιβάλλον του γεωπίνακα. Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» μπορούν να κάνουν μεγέθυνση ή σμίκρυνση ενός σχήματος, ελεύθερα ή σύμφωνα με κάποιο συντελεστή ($\times 2$, $\times 3$, $\times 5$, $1:2$, $1:3$, $1:5$).

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το ίδιο περιβάλλον για να σχεδιάσουν και άλλα σχήματα, τα οποία θα μεγεθύνουν ή θα μικρύνουν σύμφωνα με κάποιο συντελεστή.

ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

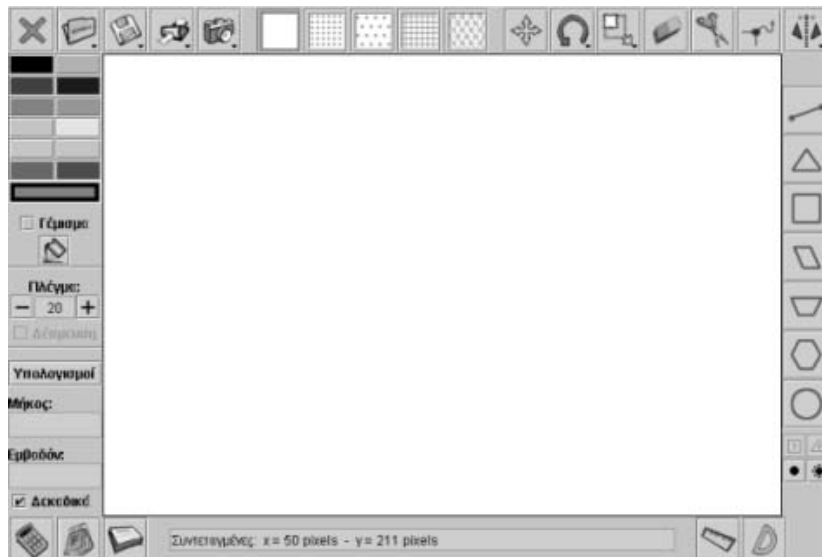
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα μεγέθους 20, σχεδιάστε ένα τετράγωνο με πλευρά 9 μονάδες πλέγματος.

Μπορείτε να κάνετε σμίκρυνση του τετραγώνου κατά $1/8$;

Μπορείτε να βρείτε τη σχέση που έχουν οι πλευρές και οι γωνίες των δύο σχημάτων;

Μπορείτε να βρείτε τη σχέση που έχουν οι περιμέτροι και τα εμβαδά των δύο σχημάτων;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μετρήστε το πλήθος των τετραγωνιδίων, σε κάθε σχήμα, καθώς και το μήκος των πλευρών των δύο σχημάτων. Επιλέξτε το εργαλείο «Υπολογισμοί» και μετρήστε την περίμετρο και το εμβαδόν των δύο σχημάτων. Πόσα τετραγωνίδια περιέχονται σε κάθε σχήμα; Πόσες μονάδες μήκους είναι η πλευρά του νέου τετραγώνου; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους οι παραπάνω αριθμοί;

Επιλέξτε το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» και κάντε δεξί κλικ πάνω στο σχήμα. Στο παράθυρο που θα ανοίξει επιλέξτε 1:2. Με πατημένο το πλήκτρο «Shift» κάντε κλικ πάνω στο σχήμα. Θα προκύψει ένα νέο σχήμα, το οποίο θα αντιστοιχεί στο μισό του αρχικού. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία στο νέο σχήμα προκύπτει ένα ακόμη σχήμα, το οποίο, αυτή τη φορά, είναι το μισό του προηγούμενου ή το $1/4$ του αρχικού. Επαναλάβετε μία ακόμα φορά τη διαδικασία. Τι αλλάζει και τι όχι στο σχήμα στο οποίο κάνουμε σμίκρυνση κατά το $1/4$;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΚΙΝΗΣΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να δώσουν τις κατάλληλες οδηγίες, ώστε η χελώνα να γράψει το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας μία προκαθορισμένη ευθεία.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις γνώσεις τους όσον αφορά τη σχεδίαση του συμμετρικού ενός τετραγώνου ως προς άξονα συμμετρίας.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση (π.χ. να εναλλάσσονται στη χρήση του πληκτρολογίου και του ποντικιού).

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές εξετάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα, ώστε να σχεδιάσει το συμμετρικό του ζητούμενου τετραγώνου. Θα πρέπει, λοιπόν, να επιλέξουν τις αποστάσεις με τις οποίες θα οδηγήσουν τη χελώνα σε σημεία συμμετρικά των αντίστοιχων του αρχικού σχήματος. Εκτός αυτού, θα πρέπει, κατά τη διάρκεια της πορείας της, να την καθοδηγούν ώστε να στρίβει σε γωνίες ίσες προς αυτές του αρχικού.

Οι εντολές που αναμένεται να δώσουν οι μαθητές στη χελώνα έχουν ως εξής:

Δεξιά	90
Στυλό Πάνω	
Μπροστά	44
Αριστερά	90
Στυλό Κάτω	
Μπροστά	50
Δεξιά	90
Μπροστά	50
Δεξιά	90
Μπροστά	50
Δεξιά	90
Μπροστά	50
Στυλό Πάνω	
Μπροστά	44
Δεξιά	90

Με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού, οι μαθητές σχολιάζουν τα συγκεκριμένα ερωτήματα της διερεύνησης. Σκοπός αυτής της συζήτησης είναι να καταλήξουν σε συμπεράσματα

σχετικά με τα συμμετρικά ως προς άξονα σχήματα. Για το λόγο αυτό τους ζητείται να περιγράψουν:

- Πώς έκαναν τη διερεύνηση.
- Ποιους κανόνες χρησιμοποίησαν για να σχεδιάσουν το συμμετρικό σχήμα.
- Ποιες δυσκολίες συνάντησαν.
- Τι ερωτήματα έχουν.

Τέλος, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στο σχολιασμό των χαρακτηριστικών εκείνων που παρουσιάζουν τα συμμετρικά σχήματα ως προς άξονα συμμετρίας.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να δίνουν εντολές στη χελώνα από το περιβάλλον της «Απλής σχεδίασης». Οι εντολές που κυρίως χρησιμοποιούν είναι μπροστά ή πίσω, όσα βήματα θέλουν, και αριστερά ή δεξιά σε όποια γωνία επιθυμούν.

ΚΙΝΗΣΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να δώσετε στη χελώνα τις κατάλληλες οδηγίες, ώστε να σχεδιάσει ένα νέο τετράγωνο, συμμετρικό του αρχικού ως προς άξονα την κατακόρυφη ευθεία;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΙΝΗΣΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Δώστε τις κατάλληλες εντολές στη χελώνα, ώστε να κινηθεί χωρίς να γράφει γραμμή. Αφού φτάσει στην κατάλληλη θέση, οδηγήστε τη να γράψει το συμμετρικό τετράγωνο. Με την εντολή «Στύλο πάνω» η χελώνα κινείται χωρίς να γράφει γραμμή. Με την εντολή «Στύλο κάτω» η χελώνα κινείται και γράφει γραμμή. Θα πρέπει, επίσης, να υπολογίσετε τις κατάλληλες αποστάσεις και τις γωνίες που πρέπει να διατρέξει η χελώνα, για να σχεδιάσει το συμμετρικό του τριγώνου. Μετρήστε πόσα βήματα μετακινήθηκε αριστερά για να σχεδιάσει το τετράγωνο και σκεφτείτε πόσο πρέπει να μετακινήσει δεξιά για να σχεδιάσει το συμμετρικό του τετραγώνου. Συζητήστε με την ομάδα σας, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, σχετικά με τις εντολές που πρέπει να δώσετε στη χελώνα, ώστε να σχεδιάσει το τετράγωνο στη συμμετρική θέση.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΤΕΣΣΕΡΑ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Τα τανγκράμ αποτελούν ένα ενδιαφέρον περιβάλλον, όπου οι μαθητές εμπλέκονται σε ελκυστικές δραστηριότητες που σχετίζονται με γεωμετρικά σχήματα και τα εμβαδά τους. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται με τα επτά κομμάτια των τανγκράμ να συνθέσουν το σχήμα του αριθμού 4.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

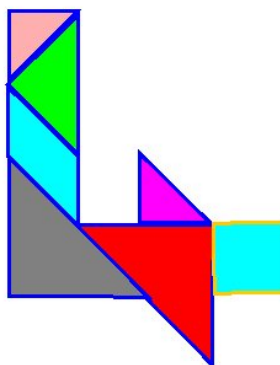
- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για την ανασύνθεση, σε διάφορες μορφές, επτά γεωμετρικών σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό του εμβαδού διαφόρων σχημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές χρησιμοποιούν τα επτά κομμάτια που εμφανίζονται στο γεωπίνακα και, κάνοντας τις κατάλληλες μετακινήσεις και περιστροφές, συνθέτουν το σχήμα του αριθμού 4. Έτσι μαθαίνουν να αναγνωρίζουν τα διαφορετικά χαρακτηριστικά των συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και τα χαρακτηριστικά των μετασχηματισμών που απαιτούνται για να πάρουν τα σχήματα αυτά μια συγκεκριμένη θέση.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις γνώσεις και τη φαντασία τους, για να δημιουργούν διάφορα σχήματα χρησιμοποιώντας και τα επτά κομμάτια των τανγκράμ.

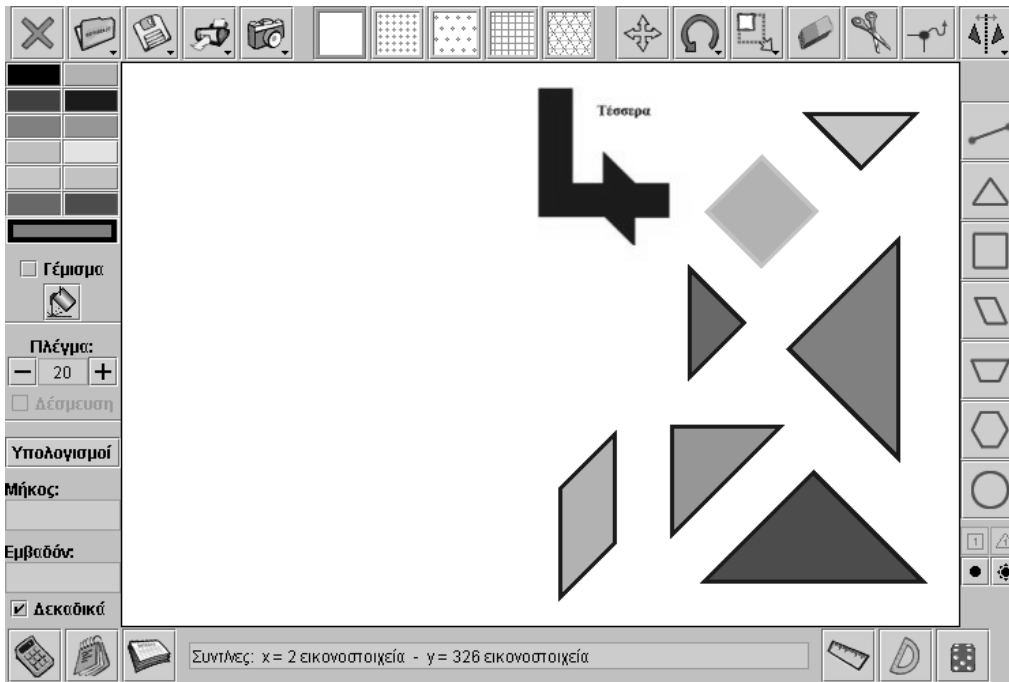
ΤΟ ΤΕΣΣΕΡΑ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στο γεωπίνακα υπάρχουν: (α) επτά σχήματα τα οποία προήλθαν από την κοπή ενός τετραγώνου με πλευρά 4 μονάδες τετραγωνικού πλέγματος, μεγέθους 40, και (β) το σχήμα του αριθμού 4.

Μπορείτε να αναδιατάξετε τα επτά αυτά σχήματα και να σχηματίσετε το εικονιζόμενο σχήμα «4»;



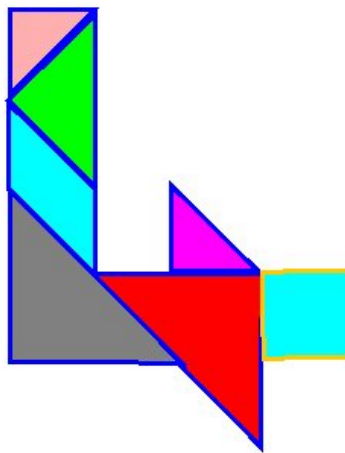
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΤΕΣΣΕΡΑ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Χρησιμοποιήστε το εργαλείο «Μεταφορά» για να μετακινείτε τα σχήματα όπως θέλετε.

Χρησιμοποιήστε το εργαλείο «Περιστροφή» για να περιστρέφετε τα σχήματα όπως θέλετε.

Ταιριάξτε τις ίσες πλευρές και τις κατάλληλες γωνίες. Δείτε την παρακάτω εικόνα.

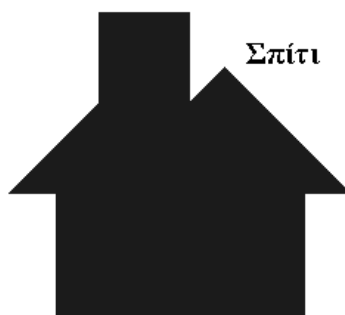


ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΣΠΙΤΙ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Τα τανγκράμ αποτελούν ένα ενδιαφέρον περιβάλλον, όπου οι μαθητές εμπλέκονται σε ελκυστικές δραστηριότητες που σχετίζονται με γεωμετρικά σχήματα και τα εμβαδά τους. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται με τα επτά κομμάτια των τανγκράμ να συνθέσουν το σπίτι της εικόνας.



1.2. Στόχοι της διερεύνησης

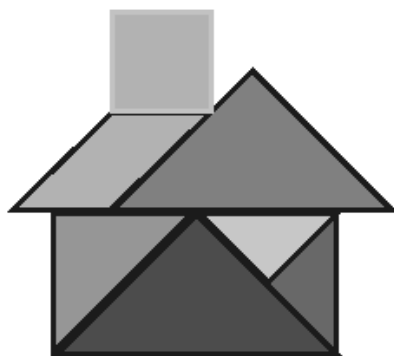
Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για την ανασύνθεση, σε διάφορες μορφές, επτά γεωμετρικών σχημάτων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό του εμβαδού διαφόρων σχημάτων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές χρησιμοποιούν τα επτά κομμάτια που εμφανίζονται στο γεωπίνακα και, κάνοντας τις κατάλληλες μετακινήσεις και περιστροφές, συνθέτουν ένα σπίτι.



Έτσι μαθαίνουν να αναγνωρίζουν τα διαφορετικά χαρακτηριστικά των συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και τα χαρακτηριστικά των μετασχηματισμών που απαιτούνται για να πάρουν τα σχήματα αυτά μία συγκεκριμένη θέση.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις γνώσεις και τη φαντασία τους, για να δημιουργούν διάφορα σχήματα χρησιμοποιώντας και τα επτά κομμάτια των τανγκράμ καθώς και τις γεωμετρικές τους ιδιότητες.

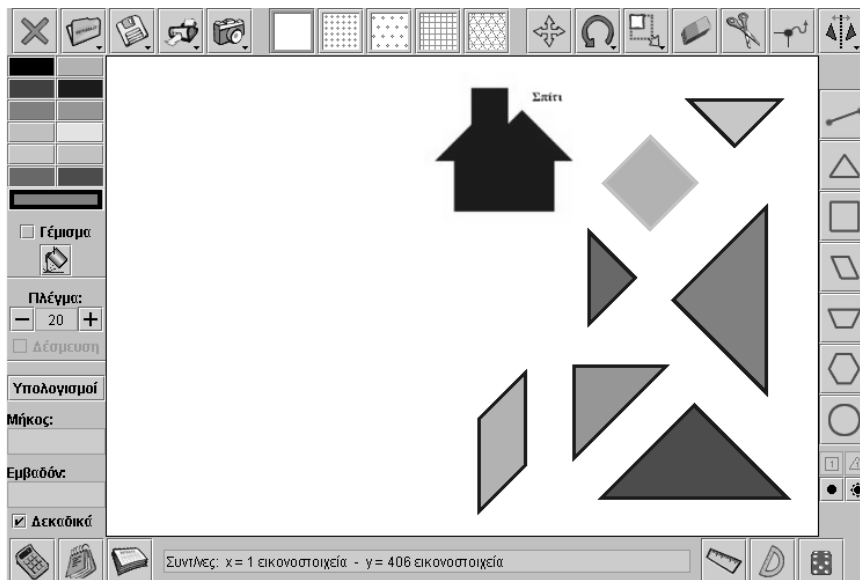
ΣΠΙΤΙ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στο γεωπίνακα υπάρχουν: (α) επτά σχήματα τα οποία προήλθαν από την κοπή ενός τετραγώνου με πλευρά 4 μονάδες τετραγωνικού πλέγματος, μεγέθους 40, και (β) το σχέδιο ενός σπιτιού.

Μπορείτε να αναδιατάξετε τα επτά αυτά σχήματα και να δημιουργήσετε το εικονιζόμενο σπίτι;



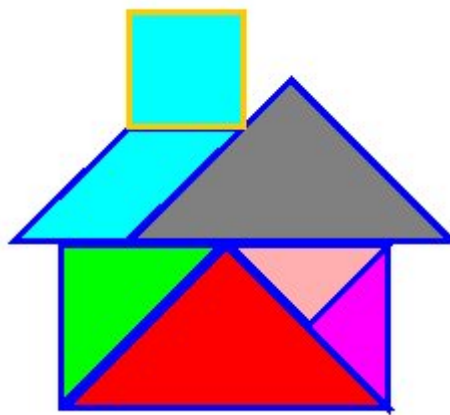
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΣΠΙΤΙ ΜΕ ΤΑΝΓΚΡΑΜ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Χρησιμοποιήστε το εργαλείο «Μεταφορά» για να μετακινείτε τα σχήματα όπως θέλετε.

Χρησιμοποιήστε το εργαλείο «Περιστροφή» για να περιστρέφετε τα σχήματα όπως θέλετε.

Ταιριάξτε τις ίσες πλευρές και τις κατάλληλες γωνίες. Δείτε την παρακάτω εικόνα.



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΜΒΑΔΑ ΜΕ ΤΗ ΧΕΛΩΝΑ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού, γνωρίζοντας ήδη το σχήμα «τετράγωνο», καλούνται να καθοδηγήσουν ένα αντικείμενο (π.χ. τη χελώνα της χελωνοσελίδας ή, ακόμη, κάποιο συμμαθητή τους) να κινηθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχηματίσει ένα τετράγωνο με συγκεκριμένο εμβαδόν. Στο πλαίσιο αυτό θα έχουν την ευκαιρία να διατυπώσουν τις ιδιότητες του τετραγώνου, καθώς και να υπολογίσουν το εμβαδόν του, χωρίς τη βοήθεια του τετράγωνου πλαισίου. Έτσι θα μπορούν να εκφράσουν την άποψή τους για το εμβαδόν, βασιζόμενοι στον κανόνα που κατέληξαν κατά τη δραστηριότητα «Εμβαδόν τετραγώνου».

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετέχουν στις διαδικασίες σχεδίασης ενός τετραγώνου με συγκεκριμένο εμβαδόν, καθορίζοντας ως μονάδα μέτρησης το βήμα της χελώνας και ως μονάδα μέτρησης του εμβαδού το τετράγωνο με πλευρά ένα βήμα της χελώνας.
- Να χρησιμοποιήσουν τον κανόνα για το εμβαδόν του τετραγώνου, χωρίς την υποστήριξη κάποιου πλέγματος.
- Να πειραματιστούν πάνω στη σχεδίαση ενός τετραγώνου με συγκεκριμένο εμβαδόν και να εκφράσουν τις σχέσεις πλευρών και εμβαδού λεκτικά και συμβολικά.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση (π.χ. να εναλλάσσονται στη χρήση του ηλεκτρολογίου και του ποντικιού). Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές εξετάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα, ώστε να γράψει ένα τετράγωνο. Κατόπιν κάνουν διάφορα πειράματα με τα τετράγωνα, προκειμένου να πετύχουν το εμβαδόν του σχήματος να ισούται με 14.400 τετραγωνικές μονάδες. Αυτό σημαίνει ότι η χελώνα θα πρέπει να γράψει ένα τετράγωνο πλευράς 120 βημάτων. Στη συνέχεια εκφράζουν με δικά τους λόγια, αλλά και συμβολικά, τις εντολές που έδωσαν στη χελώνα για το σχηματισμό του τετραγώνου με το ζητούμενο εμβαδόν και χρησιμοποιούν το σχετικό κανόνα για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός τετραγώνου, επιβεβαιώνοντας έτσι τις εντολές τους. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στο σχολιασμό των χαρακτηριστικών εκείνων που παρουσιάζουν τα τετραγωνικά σχήματα, αλλά και στη μέτρηση της επιφάνειάς τους. Για παράδειγμα:

- «Με ποια μονάδα μετρήθηκε το εμβαδόν του τετραγώνου;»
- «Τι εμβαδόν έχει ένα τετράγωνο με πλευρά 10 μονάδες;»
- «Ποιος μπορεί να καθοδηγήσει ένα συμμαθητή του, ώστε να κινείται και να σχηματίζει ένα τετράγωνο;»

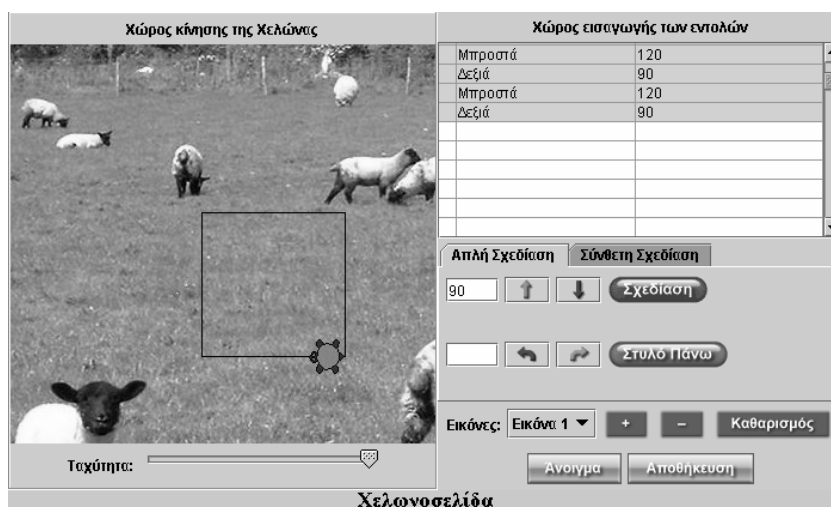
Επίσης τους ενθαρρύνει να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν τις απόψεις τους ελεύθερα μέσα στην τάξη. Τέλος, με τη βοήθειά του, οι μαθητές σχολιάζουν τα συγκεκριμένα ερωτήματα της διερεύνησης. Σκοπός αυτής της συζήτησης είναι να εφαρμόσουν σωστά τον κανόνα υπολογισμού ενός τετραγώνου. Για το λόγο αυτό τους ζητείται να περιγράψουν:

- Πώς έκαναν τη διερεύνηση.
- Σε ποιον κανόνα κατέληξαν.
- Ποιες δυσκολίες συνάντησαν.
- Τι ερωτήματα έχουν.

1.4. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να δίνουν εντολές στη χελώνα από το περιβάλλον της «Απλής σχεδίασης». Οι εντολές που κυρίως χρησιμοποιούν είναι μπροστά ή πίσω, όσα βήματα θέλουν, και αριστερά ή δεξιά σε όποια γωνία επιθυμούν. Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι εντολές που πρέπει να δοθούν είναι οι εξής:

Στυλό πάνω	
Πίσω	80
Αριστερά	90
Πίσω	100
Στυλό κάτω	
Μπροστά	120
Δεξιά	90
Μπροστά	120
Δεξιά	90
Μπροστά	120
Δεξιά	90
Μπροστά	120
Δεξιά	90



Ακόμα με τις παρακάτω εντολές η χελώνα μπορεί να σχηματίσει ένα τετράγωνο με πλευρά ίση με 1 βήμα. Δηλαδή να σχεδιάσει το μοναδιαίο τετράγωνο.

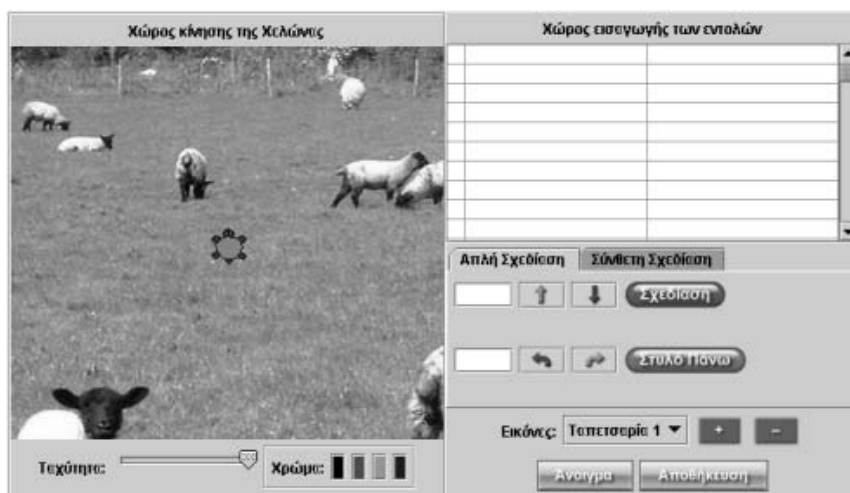
Μπροστά 1	
Δεξιά 90	
Μπροστά 1	
Δεξιά 90	
Μπροστά 1	
Δεξιά 90	
Μπροστά 1	
Δεξιά 90	

ΕΜΒΑΔΑ ΜΕ ΤΗ ΧΕΛΩΝΑ

2. Φύλλο εργασίας

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μπορείτε να οδηγήσετε τη χελώνα να σχεδιάσει στο καταπράσινο λιβάδι της εικόνας ένα τετράγωνο σχήμα με εμβαδόν 14.400 τετραγωνικές μονάδες;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

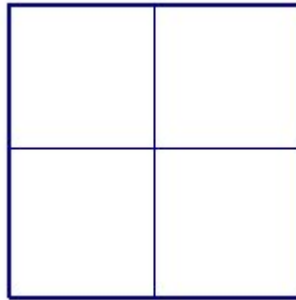
ΕΜΒΑΔΑ ΜΕ ΤΗ ΧΕΛΩΝΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Στην «Απλή σχεδίαση» επιλέξτε τις κατάλληλες εντολές, ώστε η χελώνα να σχεδιάσει ένα τετράγωνο. Για παράδειγμα, αν οι εντολές «Μπροστά 100», «Δεξιά 90» επαναληφθούν τέσσερις φορές, θα βοηθήσουν στη χελώνα να σχεδιάσει ένα τετράγωνο. Γενικά, η χελώνα μπορεί να κινείται μπροστά ή πίσω όσα βήματα πληκτρολογήσετε, και στρίβει αριστερά ή δεξιά σε όποια γωνία πληκτρολογήσετε.

Κάντε διάφορα πειράματα με σκοπό να ορίσετε το ζητούμενο τετράγωνο. Σε κάθε περίπτωση υπολογίστε το εμβαδόν του τετραγώνου που σχεδίασε η χελώνα.

Σκεφτείτε τον κανόνα για το εμβαδόν ενός τετραγώνου. Τι εμβαδόν έχει ένα τετράγωνο με πλευρά 50 βήματα;

Ένα τετράγωνο με πλευρά 2 βήματα μπορεί να χωριστεί σε τέσσερα τετραγωνίδια με πλευρά 1 βήμα, σύμφωνα με το σχήμα που ακολουθεί. Πόσο θα είναι τότε το εμβαδόν του;



Ποιος είναι ο κανόνας με τον οποίο μπορούμε να υπολογίζουμε το εμβαδόν ενός τετραγώνου;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΟ ΓΡΑΜΜΑ Ν

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να δώσουν τις κατάλληλες οδηγίες στη χελώνα, ώστε να σχηματίσει το γράμμα Ν.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετέχουν σε διαδικασίες σχεδίασης ενός γράμματος του αλφαβήτου, χρησιμοποιώντας κάποιες από τις γεωμετρικές του ιδιότητες.
- Να κάνουν διάφορα πειράματα και υπολογισμούς των πλευρών και των γωνιών του γράμματος Ν, προκειμένου να είναι επιτυχές το σχέδιο της χελώνας.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση (π.χ. να εναλλάσσονται στη χρήση του πληκτρολογίου και του ποντικιού).

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές εξετάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα, ώστε να σχηματίσει το γράμμα Ν. Θα πρέπει, λοιπόν, να επιλέξουν το μήκος των πλευρών του σχήματος, καθώς και τα μεγέθη των γωνιών, ώστε να εξασφαλιστεί η παραλληλία των απέναντι πλευρών του. Τέλος, θα πρέπει να υπολογίσουν το μήκος της διαγωνίου, κάτι που μπορεί να γίνει πειραματικά. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, τους ενθαρρύνει να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν τις απόψεις τους ελεύθερα μέσα στην τάξη. Με τη βοήθειά του, επίσης, οι μαθητές σχολιάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα για τη δημιουργία του ζητούμενου γράμματος. Σκοπός αυτής της συζήτησης είναι να καταλήξουν σε συμπεράσματα σχετικά με τις εντός εναλλάξ γωνίες των παράλληλων πλευρών. Για το λόγο αυτό τους ζητείται να περιγράψουν:

- Πώς έκαναν τη διερεύνηση.
- Σε ποιους κανόνες κατέληξαν σχετικά τις δύο γωνίες του γράμματος Ν και το σχηματισμό δύο παράλληλων πλευρών.
- Ποιες δυσκολίες συνάντησαν.
- Τι ερωτήματα έχουν.

Τέλος, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στο σχολιασμό των χαρακτηριστικών εκείνων που παρουσιάζουν οι πλευρές και οι γωνίες του Ν.

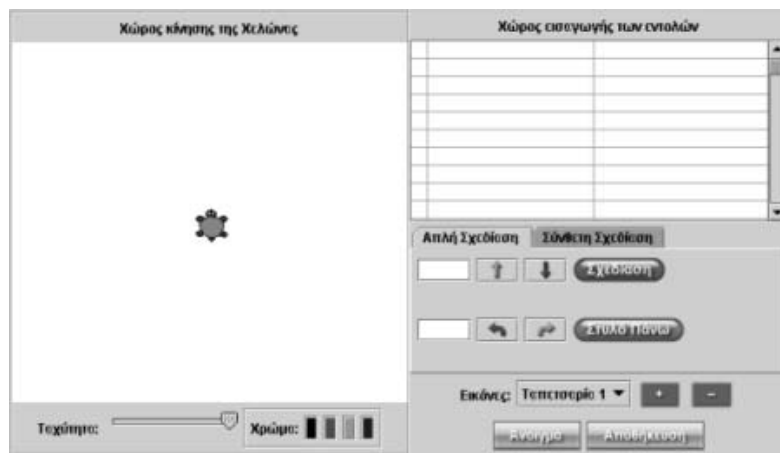
1.4. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να δίνουν εντολές στη χελώνα από το περιβάλλον της «Απλής σχεδίασης». Οι εντολές που κυρίως χρησιμοποιούν είναι μπροστά ή πίσω, όσα βήματα θέλουν, και αριστερά ή δεξιά σε όποια γωνία επιθυμούν.

ΤΟ ΓΡΑΜΜΑ Ν**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιες εντολές πρέπει να δώσετε στη χελώνα για το σχηματισμό του γράμματος Ν;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΟ ΓΡΑΜΜΑ Ν

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Σχεδιάστε το γράμμα Ν πρώτα στο χαρτί σας και εξετάστε τις εντολές που πρέπει να δώσετε στη χελώνα, ώστε να σχηματίσει το γράμμα.

Εκτός αυτού, μπορείτε να ζητήσετε από ένα συμμαθητή σας να κινείται και να εκτελεί τις εντολές σας μέσα στην αίθουσα, με σκοπό το σχηματισμό του γράμματος.

Κάντε δοκιμές και πειράματα στο περιβάλλον της «Απλής σχεδίασης».

Μπορείτε να δημιουργήσετε ένα πρόγραμμα στο περιβάλλον της «Σύνθετης σχεδίασης».

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα.

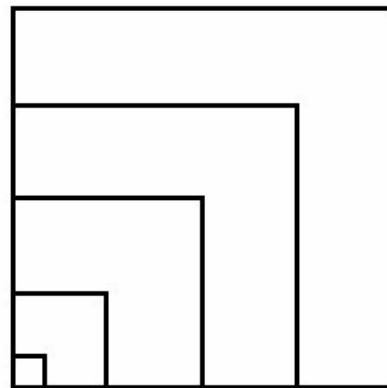
- Ποιες από τις πλευρές του γράμματος Ν είναι παράλληλες;
- Σε ποιες γωνίες έστριψε η χελώνα κινούμενη για το σχηματισμό του γράμματος;
- Τι γωνία σχηματίζουν οι δύο παράλληλες πλευρές με την τρίτη;
- Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε σχετικά με τις παράλληλες που τέμνονται από την τρίτη πλευρά;

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΚΟΡΥΦΗ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να δώσουν τις κατάλληλες οδηγίες στη χελώνα, ώστε να σχεδιάσει το παρακάτω σχήμα, όπου κάθε τετράγωνό του αποτελεί σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου.



1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετέχουν στις διαδικασίες σχεδίασης ενός σχήματος που αποτελεί σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός αρχικού.
- Να πειραματιστούν πάνω στη δημιουργία ενός σχήματος με συγκεκριμένες ιδιότητες.

1.3. Οργάνωση της τάξης

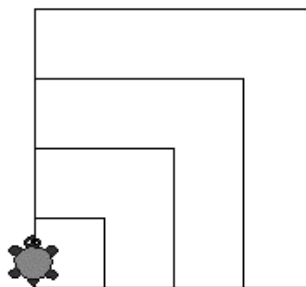
Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση (π.χ. να εναλλάσσονται στη χρήση του πληκτρολογίου και του ποντικιού). Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές εξετάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα, ώστε να σχηματίσει ένα τετράγωνο. Στη συνέχεια κάνουν διάφορα πειράματα πάνω στη δημιουργία ενός δευτέρου σχήματος, το οποίο να αποτελεί μεγέθυνση ή σμίκρυνση του πρώτου. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, τους ενθαρρύνει να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν τις απόψεις τους ελεύθερα μέσα στην τάξη. Τέλος, με τη βοήθειά του οι μαθητές σχολιάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα. Σκοπός αυτής της συζήτησης είναι να καταλήξουν σε συμπεράσματα σχετικά με τη σμίκρυνση ή τη μεγέθυνση των σχημάτων. Για το λόγο αυτό τους ζητείται να περιγράψουν:

- Ποιες εντολές χρησιμοποίησαν για κάθε τετράγωνο.
- Ποιον κανόνα εφάρμοσαν για να κάνουν σμίκρυνση ή μεγέθυνση του σχήματος.
- Ποιες δυσκολίες συνάντησαν.

Οι μαθητές αναμένεται να δώσουν τις παρακάτω εντολές, ώστε η χελώνα να σχεδιάσει το σχήμα που ακολουθεί.

Αριστερά	90
Στυλό Πάνω	
Μπροστά	100
Δεξιά	90
Πίσω	100
Στυλό Κάτω	
Μπροστά	40
Δεξιά	90
Μπροστά	40
Δεξιά	90
Μπροστά	40
Δεξιά	90
Μπροστά	40
Δεξιά	90
Μπροστά	80
Δεξιά	90
Μπροστά	80
Δεξιά	90
Μπροστά	80
Δεξιά	90
Μπροστά	80
Δεξιά	90
Μπροστά	120
Δεξιά	90
Μπροστά	120
Δεξιά	90
Μπροστά	120
Δεξιά	90
Μπροστά	120
Δεξιά	90
Μπροστά	160
Δεξιά	90
Μπροστά	160
Δεξιά	90
Μπροστά	160
Δεξιά	90
Μπροστά	160
Δεξιά	90

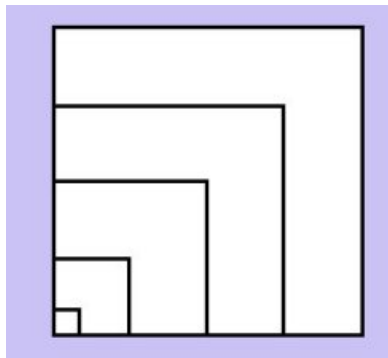


1.4. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

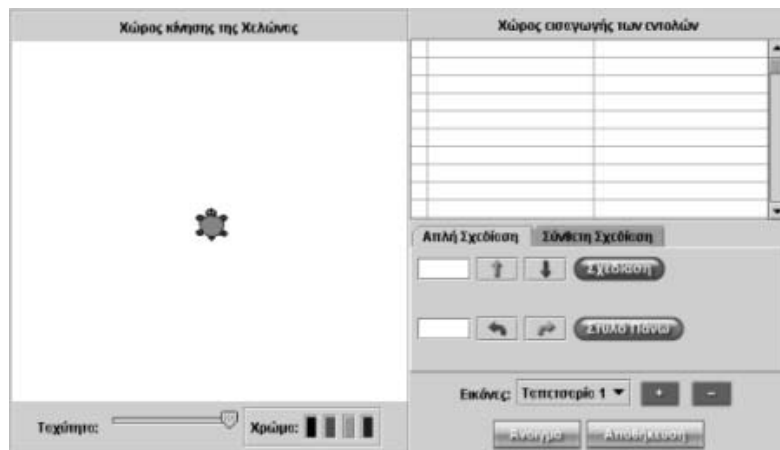
Οι μαθητές μπορούν να δίνουν εντολές στη χελώνα από το περιβάλλον της «Απλής σχεδίασης». Οι εντολές που κυρίως χρησιμοποιούν είναι μπροστά ή πίσω, όσα βήματα θέλουν, και αριστερά ή δεξιά σε όποια γωνία επιθυμούν.

ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΚΟΡΥΦΗ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:



*Ποιες εντολές πρέπει να δώσετε στη χελώνα για να σχεδιάσει το παραπάνω σχήμα;
Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα τετράγωνα;
Ποιο τετράγωνο αποτελεί μεγέθυνση του άλλου και ποιο σμίκρυνση;*



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΚΟΡΥΦΗ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε με την εντολή «Στυλό πάνω» να μετακινείτε τη χελώνα χωρίς να γράφει γραμμή, ενώ με την εντολή «Στυλό κάτω» να γράφει τη γραμμή κίνησης.

Για να γράψει ένα τετράγωνο θα πρέπει να δώσετε τέσσερις φορές τις εντολές:

- «Δεξιά...» (γωνία)
- «Μπροστά...» (βήματα)

Με τις σωστές εντολές βοηθήστε τη χελώνα να σχηματίσει το μικρό τετράγωνο. Προσοχή! Η χελώνα θα πρέπει να επιστρέφει εκεί απ' όπου ξεκίνησε.

Στη συνέχεια με το ίδιο πρόγραμμα οδηγήστε τη χελώνα να σχηματίσει ένα νέο τετράγωνο, που να είναι μεγέθυνση του πρώτου.

Αφού, λοιπόν, το δεύτερο τετράγωνο αποτελεί μεγέθυνση του πρώτου, τότε το πρώτο τετράγωνο αποτελεί σμίκρυνση του δευτέρου.

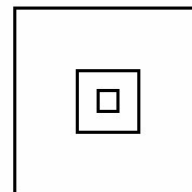
Αν η χελώνα σχηματίσει πρώτα το δεύτερο τετράγωνο, στη συνέχεια, για τη δημιουργία του μικρότερου τετραγώνου, θα πρέπει να μειώσετε τις τιμές των πλευρών του δεύτερου σχήματος διαιρώντας το μήκος τους με τον ίδιο αριθμό.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΚΕΝΤΡΟ

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού καλούνται να δώσουν τις κατάλληλες οδηγίες στη χελώνα, ώστε να σχεδιάσει το παρακάτω σχήμα, όπου κάθε τετράγωνο αποτελεί σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου.



1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να μετέχουν στις διαδικασίες σχεδίασης ενός σχήματος που να αποτελεί σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός αρχικού.
- Να πειραματιστούν πάνω στη δημιουργία ενός σχήματος με συγκεκριμένες ιδιότητες.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση (π.χ. να εναλλάσσονται στη χρήση του πληκτρολογίου και του ποντικιού).

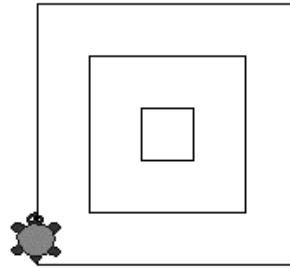
Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές εξετάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα, ώστε να σχηματίσει ένα τετράγωνο. Στη συνέχεια κάνουν διάφορα πειράματα πάνω στη δημιουργία ενός δευτέρου σχήματος, που να αποτελεί μεγέθυνση ή σμίκρυνση του πρώτου. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, τους ενθαρρύνει να εφαρμόζουν τις ιδέες τους και να εκφράζουν τις απόψεις τους ελεύθερα μέσα στην τάξη. Τέλος, με τη βοήθειά του οι μαθητές σχολιάζουν τις εντολές που πρέπει να δώσουν στη χελώνα. Σκοπός αυτής της συζήτησης είναι να καταλήξουν σε συμπεράσματα σχετικά με τη σμίκρυνση ή τη μεγέθυνση των σχημάτων. Για το λόγο αυτό τους ζητείται να περιγράψουν:

- Ποιες εντολές χρησιμοποίησαν για κάθε τετράγωνο.
- Ποιον κανόνα εφάρμοσαν για να κάνουν σμίκρυνση ή μεγέθυνση του σχήματος.
- Ποιες δυσκολίες συνάντησαν.

Οι μαθητές αναμένεται να δώσουν τις παρακάτω εντολές, ώστε η χελώνα να σχεδιάσει το σχήμα που ακολουθεί.

Στυλό Κάτω	
Μπροστά	30
Δεξιά	90
Μπροστά	30
Δεξιά	90
Μπροστά	30
Δεξιά	90
Μπροστά	30
Δεξιά	90
Στυλό Πάνω	
Αριστερά	90
Μπροστά	30
Δεξιά	90
Πίσω	30
Στυλό Κάτω	
Μπροστά	90
Δεξιά	90
Μπροστά	90
Δεξιά	90
Μπροστά	90
Δεξιά	90
Μπροστά	90
Δεξιά	90
Στυλό Πάνω	
Πίσω	30
Αριστερά	90
Μπροστά	30
Στυλό Κάτω	
Δεξιά	90
Μπροστά	150
Δεξιά	90
Μπροστά	150
Δεξιά	90
Μπροστά	150
Δεξιά	90
Μπροστά	150
Δεξιά	90

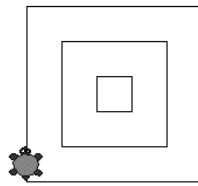


1.4. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να δίνουν εντολές στη χελώνα από το περιβάλλον της «Απλής σχεδίασης». Οι εντολές που κυρίως χρησιμοποιούν είναι μπροστά ή πίσω, όσα βήματα θέλουν, και αριστερά ή δεξιά σε όποια γωνία επιθυμούν. Μπορούν ακόμη να μετακινούν τη χελώνα χωρίς να αφήνει κάποια γραμμή με την εντολή «Στυλό πάνω» ή να αφήνει κάποια γραμμή με την εντολή «Στυλό κάτω».

ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΚΕΝΤΡΟ**2. Φύλλο εργασίας**

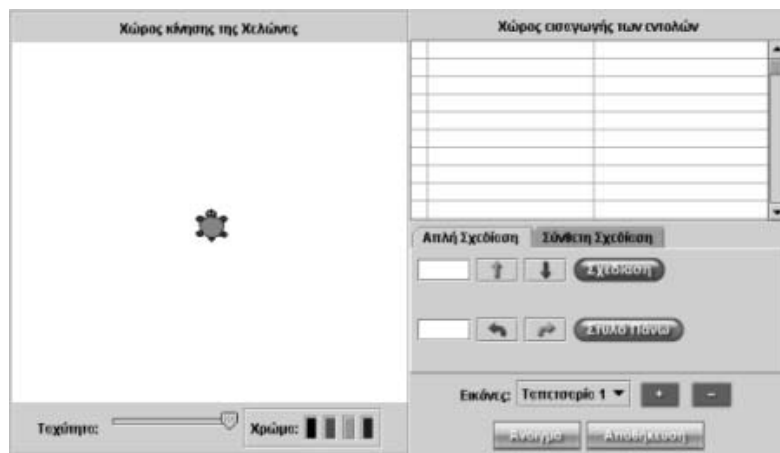
Ονοματεπώνυμο μαθητών:



Ποιες εντολές πρέπει να δώσετε στη χελώνα για να σχεδιάσει το παραπάνω σχήμα;

Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα τετράγωνα που σχεδίασε η χελώνα;

Ποιο τετράγωνο είναι μεγέθυνση του άλλου και ποιο είναι σμίκρυνση;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ ΚΕΝΤΡΟ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε με την εντολή «Στυλό πάνω» να μετακινείτε τη χελώνα χωρίς να γράφει γραμμή, ενώ με την εντολή «Στυλό κάτω» να γράφει τη γραμμή κίνησης.

Για να γράψει ένα τετράγωνο θα πρέπει να δώσετε τέσσερις φορές τις εντολές:

- «Δεξιά...» (γωνία)
- «Μπροστά...» (βήματα)

Δώστε στη χελώνα τις εντολές, ώστε να σχηματίσει το μικρό τετράγωνο. Προσοχή! Η χελώνα θα πρέπει να επιστρέφει εκεί όπου ξεκίνησε.

Στη συνέχεια με το ίδιο πρόγραμμα οδηγήστε τη χελώνα να σχηματίσει ένα νέο τετράγωνο, που να είναι μεγέθυνση του πρώτου.

Το δεύτερο τετράγωνο αποτελεί μεγέθυνση του πρώτου. Άρα το πρώτο αποτελεί σμίκρυνση του δευτέρου.

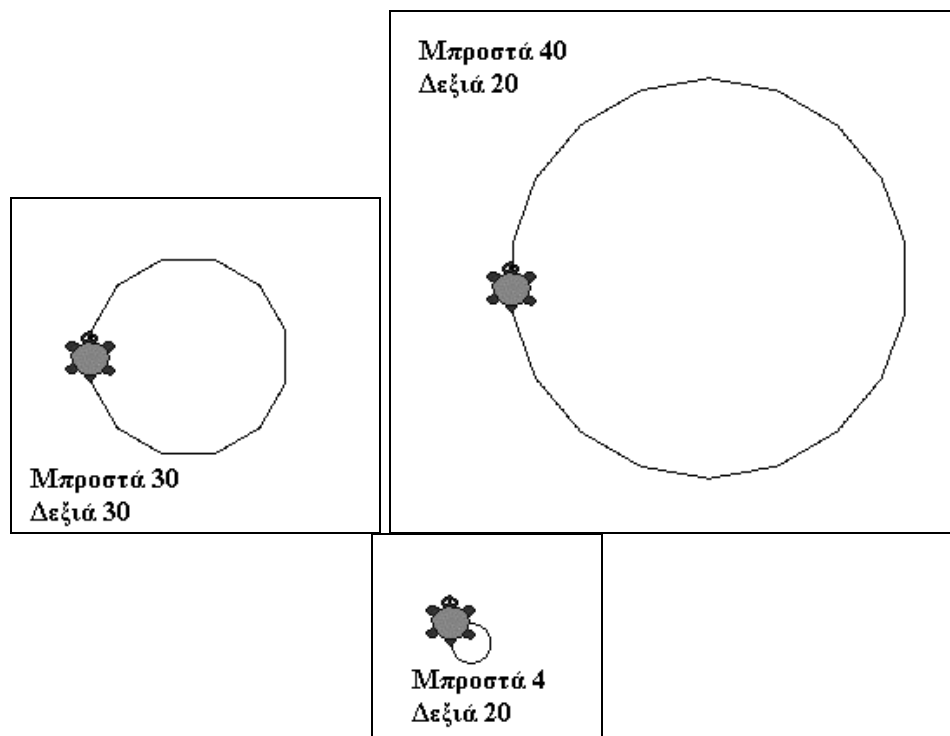
Αν, για παράδειγμα, η χελώνα σχηματίσει πρώτα το δεύτερο τετράγωνο, στη συνέχεια, για τη δημιουργία του μικρότερου τετραγώνου, θα πρέπει να μειώσετε τις τιμές των πλευρών του δεύτερου σχήματος διαιρώντας το μήκος τους με τον ίδιο αριθμό.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να διορθώσουν ένα πρόγραμμα, σύμφωνα με το οποίο η χελώνα προσεγγίζει έναν κύκλο. Με αφορμή, λοιπόν, ένα αρχικό πρόγραμμα, οι μαθητές κάνουν διάφορα πειράματα, προκειμένου να σχηματίσουν ένα πολύγωνο που να προσεγγίζει έναν κύκλο. Το πολύγωνο σχηματίζεται με μια επαναληπτική διαδικασία την οποία εκτελεί μια χελώνα. Η διαδικασία έχει ως εξής: Σε κάθε επανάληψη η χελώνα προχωρά ένα σταθερό βήμα και στρίβει κατά μία συγκεκριμένη γωνία. Κατά την κίνησή της αφήνει ένα ίχνος. Όσο μικρότερο είναι το βήμα τόσο καλύτερη είναι η προσέγγιση του κύκλου, ενώ το μέγεθος του κύκλου εξαρτάται από τη γωνία που στρίβει κάθε φορά. Ένα σημαντικό ερώτημα που μπορούν οι μαθητές να διερευνήσουν είναι το πλήθος των επαναληπτικών διαδικασιών που απαιτούνται, ανάλογα με τη γωνία στροφής, ώστε το πολύγωνο που σχηματίζεται να είναι κλειστό.



1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

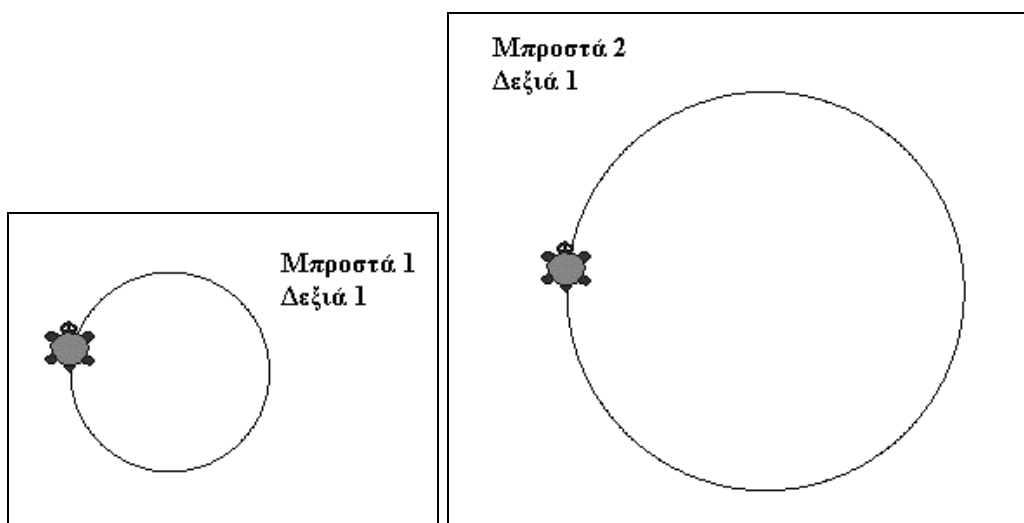
- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για τη σχεδίαση ενός πολυγώνου, το οποίο να προσεγγίζει έναν κύκλο, και να μετρήσουν το μήκος του.
- Να χρησιμοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για να ορίσουν και να μετρήσουν κύκλους με διάφορες ακτίνες.
- Να αναγνωρίσουν τη «μεταβολή» που διέπει τη σχεδίαση των τετραγώνων.

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

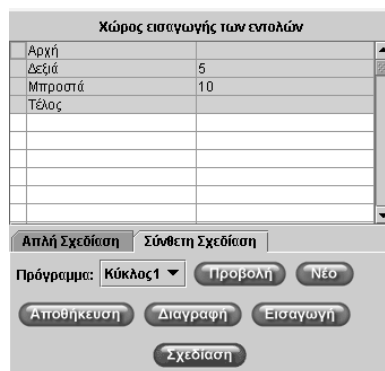
Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στη δημιουργία ενός προγράμματος για το σχεδιασμό του ζητούμενου κύκλου. Στο επίπεδο της «Σύνθετης σχεδίασης» μπορούν να μεταβάλλουν τις τιμές των εντολών: «Μπροστά», «Δεξιά» και «Επανάλαβε», έως ότου ολοκληρωθεί το σχήμα. Ο εκπαιδευτικός, από τη μεριά του, τους βοηθά στη σωστή επιλογή των τιμών και τους επισημαίνει ότι ένας κύκλος έχει 360° , γεγονός που συνεπάγεται ότι η χελώνα θα πρέπει συνολικά να στρίψει τόσες φορές, όσο είναι το πηλίκο που προκύπτει από τη διαίρεση του 360 με την τιμή της εντολής «Δεξιά». Για παράδειγμα, αν έχουν επιλέξει «Δεξιά 5», θα πρέπει να επαναλάβουν τη διαδικασία 72 φορές, αφού $5 \times 72 = 360$. Τέλος, αν έχουν επιλέξει «Μπροστά 10», το πολύγωνο, που θα σχεδιάσουν, θα έχει περίμετρο: $72 \times 10 = 720$ βήματα.



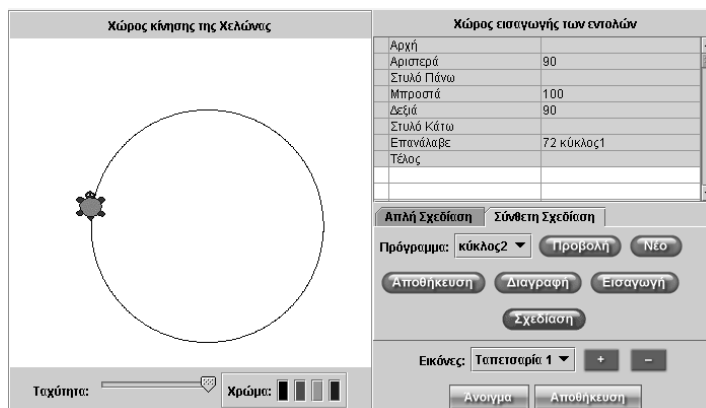
Εικόνα 1: Ο κύκλος που βρίσκεται αριστερά δημιουργήθηκε από την επανάληψη των δύο εντολών 360 φορές και το μήκος του ισούται με 360 βήματα. Ο κύκλος που βρίσκεται δεξιά δημιουργήθηκε από την επανάληψη των δύο εντολών 360 φορές και το μήκος του ισούται με: $360 \times 2 = 720$ βήματα (μονάδες).

Οι μαθητές μπορούν να δημιουργήσουν ένα πρόγραμμα με το όνομα «κύκλος1», με το οποίο να δίνονται στη χελώνα οι εντολές σχετικά με το πόσα βήματα πρέπει να κάνει μπροστά και πόσο πρέπει να στρίψει. Στη συνέχεια μπορούν να δημιουργήσουν ένα δεύτερο πρόγραμμα με όνομα «κύκλος2», με το οποίο: (1) να κατευθύνεται η χελώνα σε ένα συγκεκριμένο μέρος της περιοχής σχεδίασης και (2) να δίνεται η εντολή «Επανάλαβε», καθώς και οι παράμετροί της. Έτσι οι μαθητές μπορούν κάθε φορά να κάνουν διορθώσεις στο ένα ή στο άλλο πρόγραμμα, να αποθηκεύουν τις αλλαγές με την εντολή «Αποθήκευση» και στη συνέχεια να επιλέγουν «Σχεδίαση».

Στις παρακάτω εικόνες δίνεται ένα παράδειγμα.



Εικόνα 2: Το πρόγραμμα «Κύκλος1»



Εικόνα 3: Το πρόγραμμα «Κύκλος2»

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τη σχέση:

- Μήκος κύκλου = βήμα x φορές επανάληψης

Ο κύκλος θα ολοκληρωθεί όταν θα ισχύει η ισότητα:

- Γωνία στροφής x φορές επανάληψης = 360°

Για παράδειγμα, αν η χελώνα κάνει πέντε βήματα μπροστά και στρίβει κάθε φορά 10° , τότε θα σχηματίσει τον κύκλο μόλις επαναλάβει 36 φορές το πρόγραμμα αυτό («Μπροστά 5», «Δεξιά 10° »). Το μήκος του κύκλου θα είναι: $5 \times 36 = 180$.

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα στο περιβάλλον της χελωνοσελίδας και να παρατηρούν τη συμπεριφορά της χελώνας. Έτσι, τους δίνεται η δυνατότητα να διορθώνουν τα προγράμματά τους ή να τα αποθηκεύουν και να επανέρχονται σε αυτά όποτε χρειάζεται.

1.6. Προεκτάσεις

Οι μαθητές μπορούν να δημιουργούν προγράμματα για ημικύκλια και τόξα με ορισμένο μέτρο.

ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

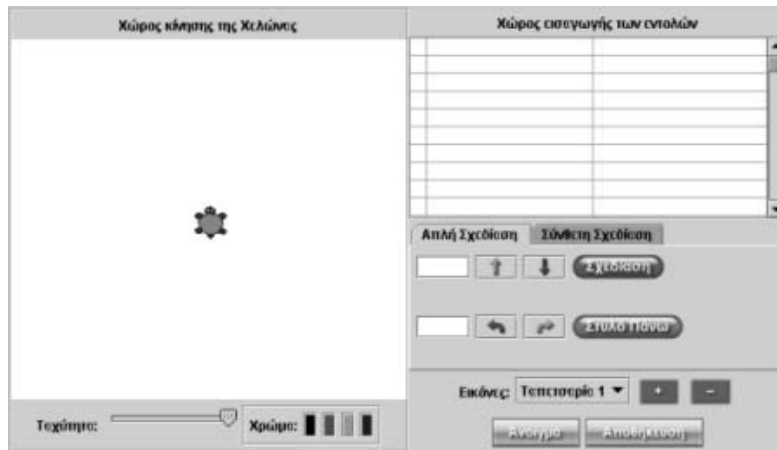
Στη χελωνοσελίδα επιλέξτε «Σύνθετη σχεδίαση» και επιλέξτε την εντολή «Νέο». Ονομάστε το πρόγραμμα που θα δημιουργήσετε «Κύκλος1» και στη συνέχεια επιλέξτε τις παρακάτω εντολές:

- Αρχή
- Δεξιά 10
- Μπροστά 10
- Τέλος

Πατήστε «Αποθήκευση». Κατόπιν επιλέξτε πάλι την εντολή «Νέο» και ονομάστε «Κύκλος2» το νέο πρόγραμμα που θα δημιουργήσετε. Σε μία γραμμή εντολής, και συγκεκριμένα στο δεύτερο κελί της, επιλέξτε την εντολή «Επανάλαβε». Στο τρίτο κελί της ίδιας γραμμής πληκτρολογήστε «20, Κύκλος1». Πατήστε και πάλι «Αποθήκευση». Επιλέξτε το κελί της γραμμής αυτής και τέλος πατήστε «Σχεδίαση».

Τι σχήμα δημιούργησε η χελώνα;

Πώς πρέπει να τροποποιήσουμε την τιμή 20, ώστε η χελώνα να σχεδιάσει έναν κύκλο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ

3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Η χελώνα μπορεί να επαναλάβει ένα πρόγραμμα πολλές φορές.

Στο πρώτο παράδειγμα δημιουργήσαμε το πρόγραμμα «Κύκλος1».

- «Αρχή»
- «Μπροστά 10»
- «Δεξιά 10»
- «Τέλος»

Με την εντολή «Επανάλαβε» [20, κύκλος] είπαμε στη χελώνα να επαναλάβει το πρόγραμμα «Κύκλος» είκοσι φορές. Δηλαδή, έκανε $10 \times 20 = 200$ βήματα συνολικά, στρίβοντας δεξιά $10 \times 20 = 200^\circ$ συνολικά. Επομένως, σχεδίασε ένα μέρος του κύκλου που έχει μήκος 200 βήματα και είναι 200 μοίρες.

Πόσες φορές πρέπει να επαναλάβει η χελώνα αυτό το πρόγραμμα, για να σχεδιάσει ολόκληρο τον κύκλο;

Πειραματιστείτε με το βήμα και τη γωνία στροφής της χελώνας. Για παράδειγμα:

- Αν στην εντολή «Επανάλαβε» [20, κύκλος] μετατρέψετε το 20 σε 10, το σχήμα που θα προκύψει θα είναι ένα τόξο κύκλου με μήκος 10×10 βήματα και $10 \times 10 = 100$ μοίρες.
- Για να δημιουργήσει η χελώνα έναν πλήρη κύκλο, θα πρέπει να στρίψει δεξιά συνολικά 360° . Επομένως, στην εντολή «Επανάλαβε» [20, κύκλος], στη θέση του 20, θα πρέπει να πληκτρολογήσουμε 36. Τότε η χελώνα θα σχεδιάσει έναν κύκλο με μήκος $36 \times 10 = 360$ βήματα.

Πόσες φορές πρέπει να επαναλάβει η χελώνα το παρακάτω πρόγραμμα, για να σχεδιάσει έναν πλήρη κύκλο;

- «Αρχή»
- «Δεξιά 5»
- «Μπροστά 5»
- «Τέλος»

Έχετε υπόψη σας ότι ένας κύκλος ισούται με 360 μοίρες. Αυτό σημαίνει ότι αν κάθε φορά η χελώνα στρίβει δεξιά 5° , θα χρειαστεί να επαναλάβει το προηγούμενο πρόγραμμα $360 : 5 = 72$ φορές. Δοκιμάστε το.

Πόσες φορές πρέπει να επαναλάβει η χελώνα το πρόγραμμα «Κύκλος», για να γράψει ένα ημικύκλιο ή ένα τεταρτοκύκλιο; Τι μήκος θα έχει;

Έχετε υπόψη σας ότι το ημικύκλιο αποτελεί το μισό του κύκλου –είναι δηλαδή 180° –, ενώ το τεταρτοκύκλιο αποτελεί το $1/4$ ή $360/4$ του κύκλου = 90° .

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΜΕ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να ανακαλύψουν τη σχέση που συνδέει τις διαστάσεις ενός ορθογώνιου με το πλήθος των κουκκίδων που περιλαμβάνει.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για την αναγνώριση μιας σχέσης.
- Να κατανοήσουν την ανάγκη σύνδεσης του πλήθους των κουκκίδων, που περιέχονται σε ένα ορθογώνιο, με τις διαστάσεις του συγκεκριμένου σχήματος.
- Να χρησιμοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για να σχεδιάσουν διάφορα ορθογώνια και να καταγράψουν σε έναν πίνακα το πλήθος των κουκκίδων που περιέχονται σε αυτά, με σκοπό να ανακαλύψουν τη μεταξύ τους σχέση.
- Να αναγνωρίσουν τη «μεταβολή» που διέπει τη σχεδίαση των ορθογώνιων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές σχεδιάζουν στο γεωπίνακα διάφορα ορθογώνια έχοντας ενεργοποιημένη την εντολή «Δέσμευση». Αυτό έχει ως αποτέλεσμα κάθε σχήμα να δεσμεύεται στις κουκκίδες και, συνεπώς, οι πλευρές του να διέρχονται από κουκκίδες. Κατόπιν συμπληρώνουν έναν πίνακα (όπως τον προτεινόμενο στη δραστηριότητα). Ο εκπαιδευτικός τους ενθαρρύνει να διατυπώνουν τις υποθέσεις τους σχετικά με κάθε ορθογώνιο και να ελέγχουν την ορθότητά τους κατασκευάζοντάς το. Για παράδειγμα, τους καλεί να παρατηρήσουν τις διαστάσεις του ορθογώνιου που ορίζονται από τις κουκκίδες που βρίσκονται στο εσωτερικό κάθε ορθογώνιου. Ωστόσο, παρά το γεγονός ότι μπορούν να σχεδιάσουν έναν αριθμό ορθογώνιων, κάποια στιγμή οι μαθητές θα βρεθούν στην ανάγκη να κάνουν υπολογισμούς για το επόμενο ορθογώνιο και να προβλέψουν το πλήθος των κουκκίδων που θα περιέχει. Σε αυτό το σημείο ο εκπαιδευτικός τους παροτρύνει να βρουν και να εκφράσουν τη σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη του ορθογώνιου, σε σχέση με το πλήθος των κουκκίδων που περικλείει.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Μήκος	24	12	16	6
Πλάτος	2	4	3	8
Κουκκίδες	23	33	30	35

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

Στη διερεύνηση οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τον τρόπο με τον οποίο προκύπτουν οι κουκκίδες στο εσωτερικό των ορθογωνίων. Η σχέση αυτή έχει ως εξής:

$$(\text{μήκος} - 1) \times (\text{πλάτος} - 1)$$

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν εύκολα να σχεδιάζουν ορθογώνια και να μετρούν το πλήθος των κουκκίδων που περιέχονται σε αυτά. Εκτός αυτού, η γρήγορη (σε σχέση με το χαρτί και το μολύβι) σχεδίασή των σχημάτων αυτών τους επιτρέπει να διατυπώνουν και να ελέγχουν τις υποθέσεις τους.

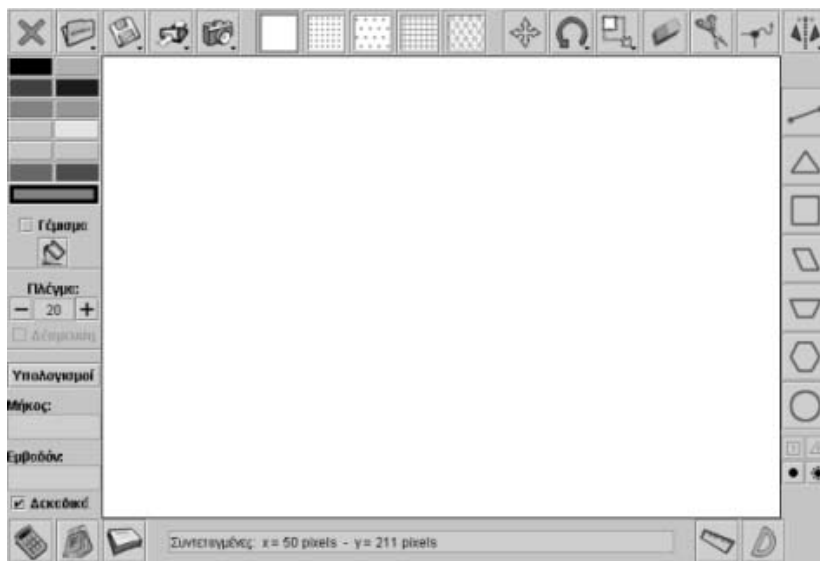
ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΜΕ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ**2. Φύλλο εργασίας**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Επιλέξτε στο γεωπίνακα ένα τετραγωνικό πλαίσιο με κουκκίδες και ενεργοποιήστε την επιλογή «Δέσμευση». Σχεδιάστε διάφορα ορθογώνια με διαστάσεις φυσικούς αριθμούς και εμβαδόν 48 τετραγωνικές μονάδες.

Πόσες κουκκίδες περιέχει κάθε ορθογώνιο με εμβαδόν 48 τετραγωνίδια;

Υπάρχει κάποιος κανόνας με τον οποίο να υπολογίζετε το πλήθος των κουκκίδων που περιέχονται στα διάφορα ορθογώνια;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΕΜΒΑΔΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΜΕ ΚΟΥΚΚΙΔΕΣ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Με το εργαλείο «Σχεδιασμός ευθύγραμμου τμήματος» σχεδιάστε διάφορα ορθογώνια, καθένα με εμβαδόν 48 τετραγωνίδια, και μετρήστε τις κουκκίδες που υπάρχουν στο εσωτερικό τους.

Ποιοι αριθμοί έχουν γινόμενο 48;

Συμπληρώστε έναν πίνακα, όπως τον παρακάτω, με όλους τους φυσικούς αριθμούς που έχουν γινόμενο 48. Κατόπιν σχεδιάστε το αντίστοιχο ορθογώνιο και μετρήστε τις κουκκίδες που περιλαμβάνει. Υπάρχει κάποιος κανόνας;

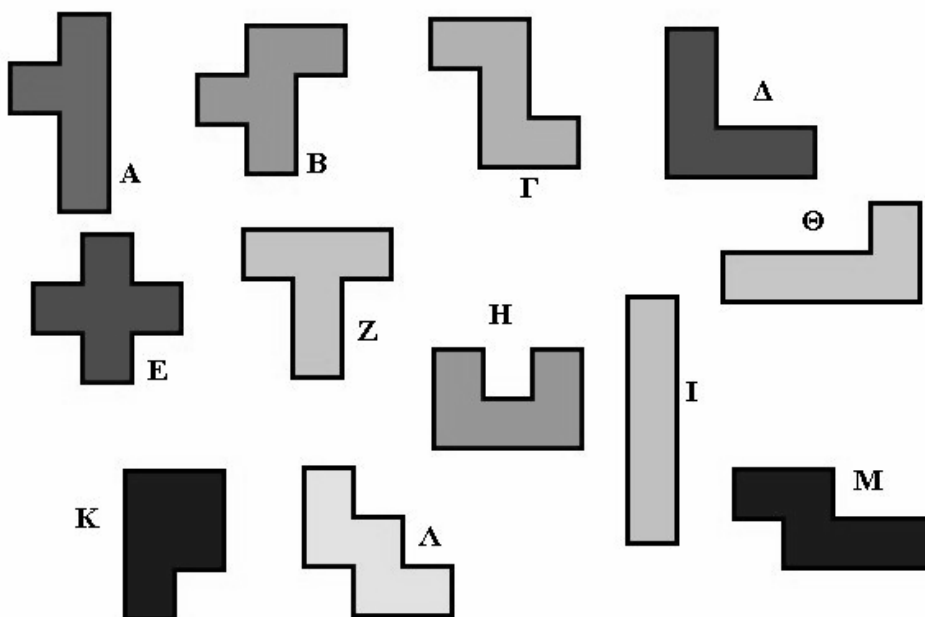
Μήκος	Πλάτος	Εμβαδόν	Κουκκίδες
24	2	48	

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5 x 3 *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Τα πεντόμινα αποτελούν ένα ενδιαφέρον περιβάλλον, όπου οι μαθητές εμπλέκονται σε ελκυστικές δραστηριότητες που σχετίζονται με γεωμετρικά σχήματα και τα εμβαδά τους. Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού θα πρέπει να καλύψουν με πεντόμινα ένα ορθογώνιο πλαίσιο διαστάσεων 5 x 3.



Εικόνα 1: Τα δώδεκα πεντόμινα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να πειραματιστούν πάνω στην κάλυψη με πεντόμινα μιας ορθογώνιας επιφάνειας διαστάσεων 5 x 3.
- Να πειραματιστούν, επίσης, πάνω στον προσανατολισμό ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό του εμβαδού διαφόρων σχημάτων.

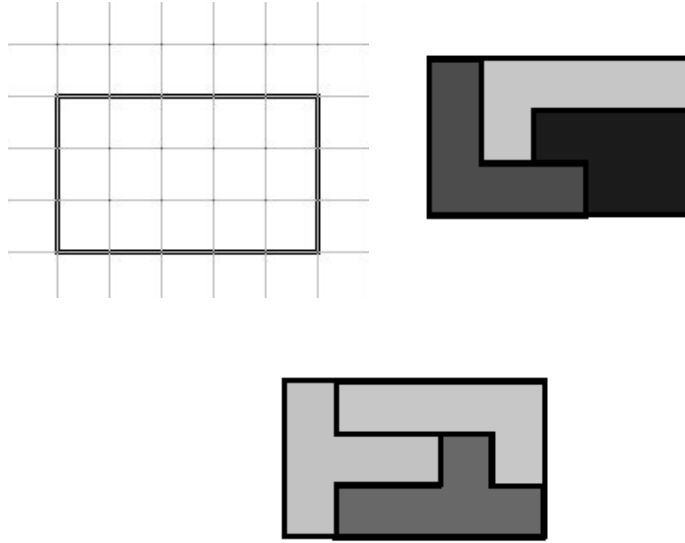
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

Οι μαθητές επιλέγουν τα πεντόμινα εκείνα που μπορούν να καλύψουν το ορθογώνιο πλαίσιο 5×3 . Μπορούν να τα μετακινούν, να τα περιστρέφουν και να βρίσκουν το συμμετρικό τους ως προς έναν άξονα, που οι ίδιοι επέλεξαν, ώστε να τοποθετούνται στο εσωτερικό ενός ορθογώνιου. Στις παρακάτω εικόνες δίνονται δύο λύσεις.



1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

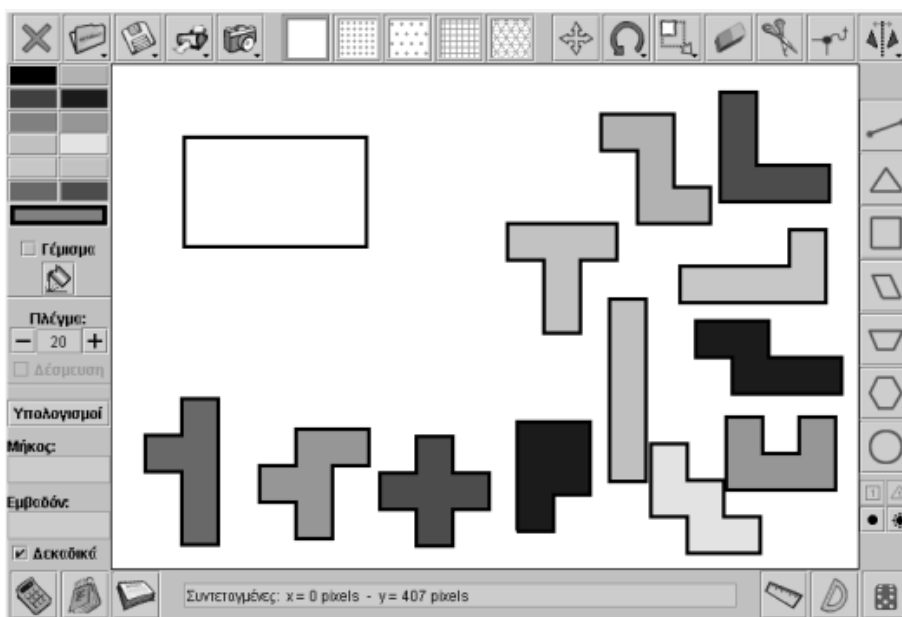
Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για να καλύψουν ένα ορθογώνιο 5×3 . Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα χρειαστούν τρία μόνο πεντόμινα, καθώς το εμβαδόν του σχήματος είναι 15 τετραγωνικές μονάδες.

ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5 x 3

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποια από τα πεντόμινα του γεωπίνακα πρέπει να χρησιμοποιήσετε και πώς, για να καλύψετε το ορθογώνιο σχήμα του γεωπίνακα, διαστάσεων 5 x 3;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5 x 3**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Επιλέξτε τετράγωνο πλαίσιο μεγέθους 30.

Κατόπιν ελέγξτε αν μπορείτε να τα μεταφέρετε ή να τα περιστρέψετε με τα εργαλεία «Μετακίνηση» και «Περιστροφή».

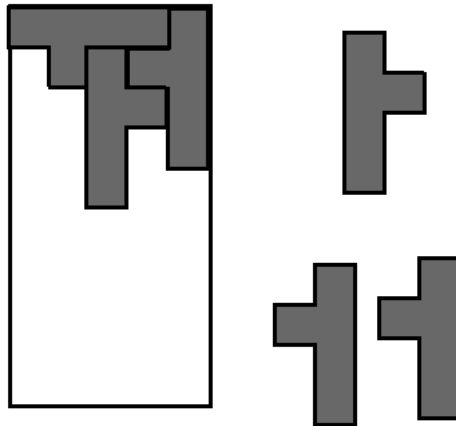
Τέλος, προσπαθήστε να το καλύψετε το πλαίσιο 5 x 3 με κάποια από τα πεντόμινα, αφού πρώτα τα μεταφέρετε στο ορθογώνιο, και τα ταιριάξετε με τέτοιο τρόπο, ώστε να το καλύπτουν ακριβώς.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5 x 10 *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να ολοκληρώσουν με επιτυχία την κάλυψη ενός 5 x 10 ορθογωνίου με κάποιο από τα πεντόμινα.



Εικόνα 1: Κάλυψη ενός ορθογωνίου με πεντόμινα.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για την κάλυψη με πεντόμινα ενός 5 x 10 ορθογωνίου πλαισίου.
- Να πειραματιστούν πάνω στους μετασχηματισμούς ενός σχήματος.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο» κατά τη σχεδίαση και τον υπολογισμό του εμβαδού διαφόρων σχημάτων.

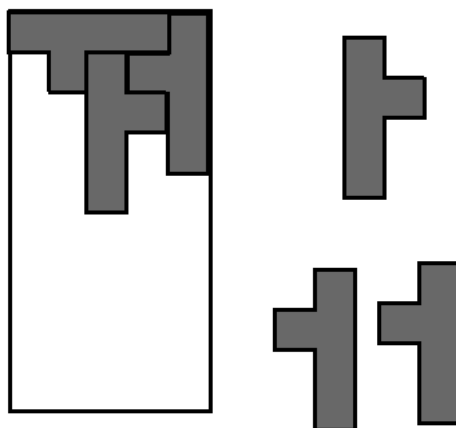
1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές δημιουργούν όσα αντίγραφα από το δεδομένο πεντόμινο χρειάζονται (10) και τα τοποθετούν κατάλληλα στο πλαίσιο. Καθένα από αυτά μπορούν να το περιστρέφουν όσες μοίρες θέλουν ή να βρίσκουν το συμμετρικό του ως προς έναν άξονα που οι ίδιοι επιλέγουν. Αρχικά, υπολογίζοντας το εμβαδόν τόσο του πλαισίου όσο και του πεντόμινου, αναμένεται να βρουν πόσα αντίγραφα χρειάζονται. Κατόπιν αυτού, θα εστιάσουν την προσοχή τους στον τρόπο προσανατολισμού κάθε σχήματος, ώστε να ταιριάζει στο πλαίσιο. Καθώς, όμως, καμιά περιστροφή δεν πρόκειται να αποδώσει, οι μαθητές θα πρέπει να αναζητήσουν τον κατάλληλο άξονα για να βρουν το συμμετρικό του.

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.

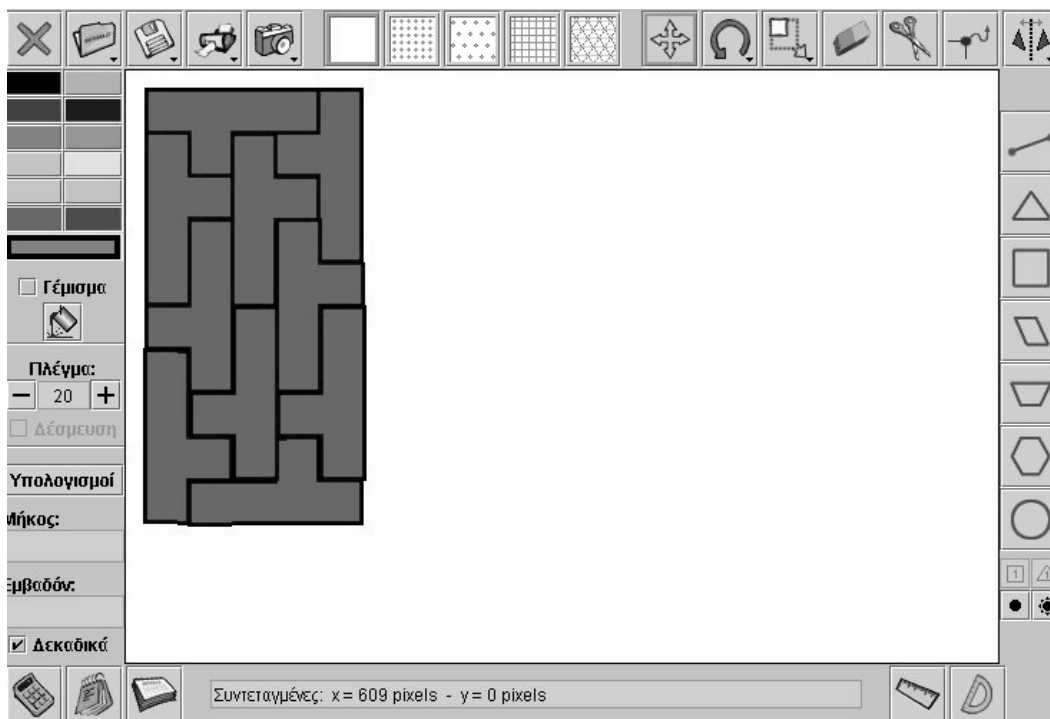
Οι μαθητές αναμένεται να αντιμετωπίσουν δυσκολίες, μόλις καταφέρουν να τοποθετήσουν μερικά αντίγραφα στο ορθογώνιο. Τότε, για να τοποθετήσουν ένα ακόμη αντίγραφο στο ορθογώνιο, θα πρέπει να εντοπίσουν πώς πρέπει να το περιστρέψουν ή βρουν το συμμετρικό του ως προς κατάλληλο άξονα και στη συνέχεια να το τοποθετήσουν στο σχήμα.



Εικόνα 2: Κάλυψη ενός ορθογώνιου με πεντόμινα.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις εμπειρίες και τις γνώσεις τους για να βρουν τον κατάλληλο μετασχηματισμό κάθε σχήματος, προκειμένου να ταιριάζει σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο. Με τον τρόπο αυτό εμπλέκονται στη χωρική διαπραγμάτευση ενός σχήματος, με τη βοήθεια της περιστροφής και της συμμετρίας ως προς άξονα, στοχεύοντας στο να αποκτήσει το σχήμα τις ιδιότητες που πρέπει.



Εικόνα 3: Το σχήμα ολοκληρωμένο, μετά τον εντοπισμό του συμμετρικού του πράσινου πεντόμινου ως προς άξονα συμμετρίας, ο οποίος διέρχεται από μία πλευρά του.

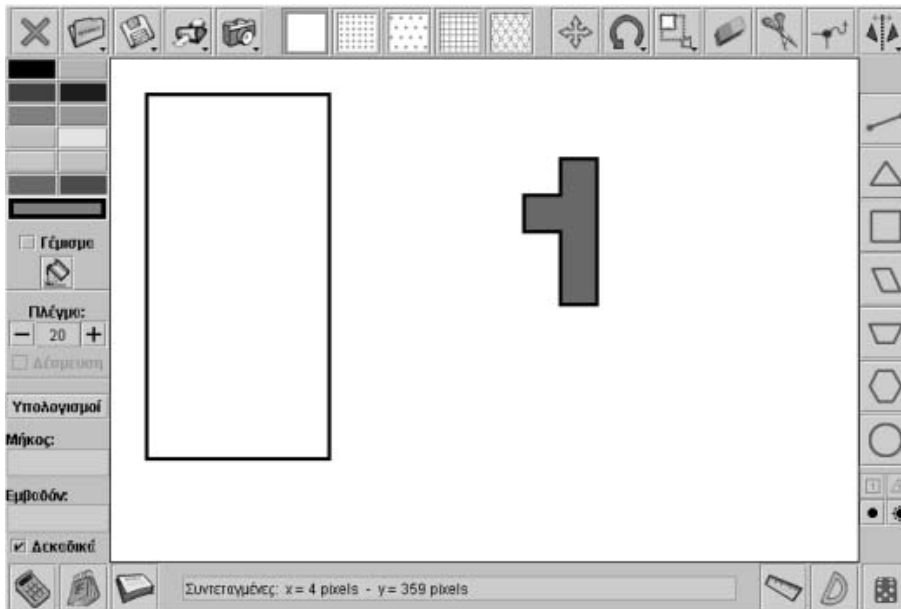
ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5 x 10

2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Σχεδιάσαμε στο γεωπίνακα ένα ορθογώνιο διαστάσεων 5 x 10 και προσπαθούμε να το καλύψουμε με ένα από τα δώδεκα πεντόμινα, όπως εμφανίζεται στην επιφάνεια εργασίας.

Μπορείτε εσείς να δημιουργήσετε αντίγραφα του πεντόμινου και να καλύψετε με αυτά το ορθογώνιο;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΕΝΤΟΜΙΝΑ ΣΕ 5 x 10**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Με το εργαλείο «Μετακίνηση» μπορείτε να δημιουργείτε όσα αντίγραφα του πεντόμινου θέλετε, ενώ κρατώντας πατημένο το πλήκτρο «Shift» μπορείτε να μετακινείτε το σχήμα.

Κάθε πεντόμινο μεταφέρεται με το ποντίκι, αφού πρώτα επιλέξετε το εργαλείο «Μεταφορά».

Κάθε πεντόμινο περιστρέφεται με το ποντίκι, αφού πρώτα επιλέξετε το εργαλείο «Περιστροφή σχήματος».

Κάθε πεντόμινο μπορεί να αλλάξει προσανατολισμό, αφού πρώτα ορίσετε με το εργαλείο «Κατοπτρισμός σχήματος με άξονα συμμετρίας» τον κατάλληλο άξονα και βρείτε το συμμετρικό του.

ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΙΣΑ ΕΜΒΑΔΑ *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να μεταβάλλουν ένα σχήμα με στόχο το νέο σχήμα, που θα προκύψει, να έχει ίδιο εμβαδόν με το αρχικό. Θα διαπιστώσουν, έτσι, ότι υπάρχουν πολλά ισεμβαδικά σχήματα, των οποίων, στην πορεία, θα διαπιστώσουν ότι οι περιμέτροι είναι διαφορετικές.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να χρησιμοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για τη σχεδίαση διαφόρων πολυγώνων με ίδιο εμβαδόν.
- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για τη σχεδίαση των διαφορετικών πολυγώνων και τη σύγκριση των περιμέτρων τους.
- Να αναγνωρίσουν τη «μεταβολή» που διέπει τη σχεδίαση των πολυγώνων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές, με τη βοήθεια του εργαλείου «Μετακίνηση/Δημιουργία κορυφών», μεταβάλλουν το δεδομένο σχήμα σε ένα άλλο, φροντίζοντας το νέο σχήμα να έχει το ίδιο εμβαδόν με το αρχικό. Σε κάθε περίπτωση υπολογίζουν την περίμετρο του νέου πολυγώνου και εξετάζουν με την ομάδα τους, αλλά και με την υπόλοιπη τάξη, γιατί η περίμετρος του νέου σχήματος είναι διαφορετική από αυτή του αρχικού.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

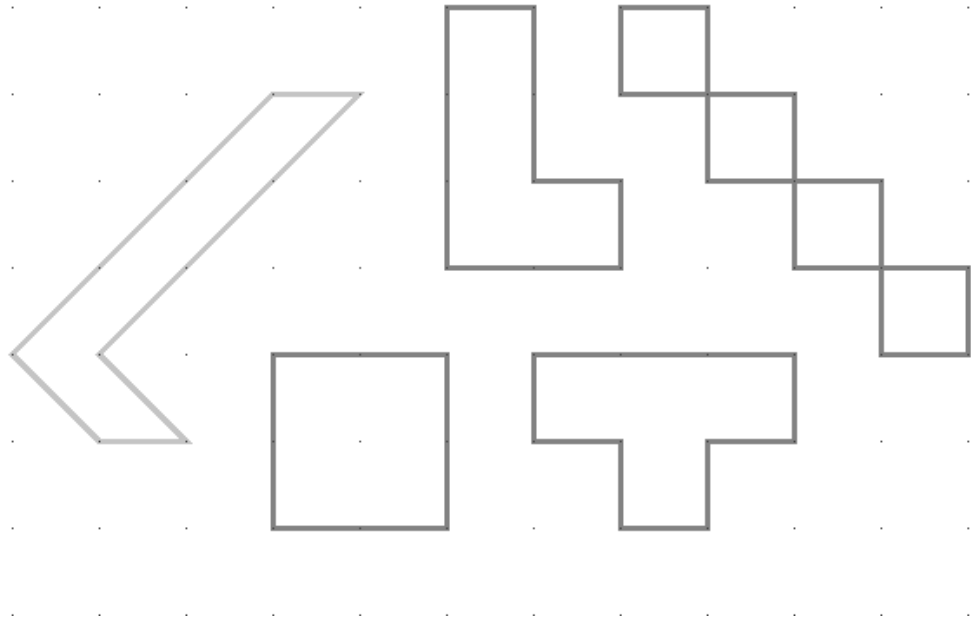
Στη διερεύνηση οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν ότι υπάρχουν διαφορετικά πολύγωνα τα οποία έχουν το ίδιο εμβαδόν αλλά διαφορετική περίμετρο. Αυτό μπορούν να το πετύχουν συμπληρώνοντας έναν πίνακα, όπως αυτός που ακολουθεί.

Περίμετρος														
Εμβαδόν														

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να μετασχηματίζουν διάφορα πολύγωνα, μετακινώντας τις κορυφές τους, και να μετρούν το εμβαδόν και την περίμετρό τους επιλέγοντας την εντολή «Υπολογισμός».

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.



Εικόνα 1: Μερικές από τις λύσεις του προβλήματος.

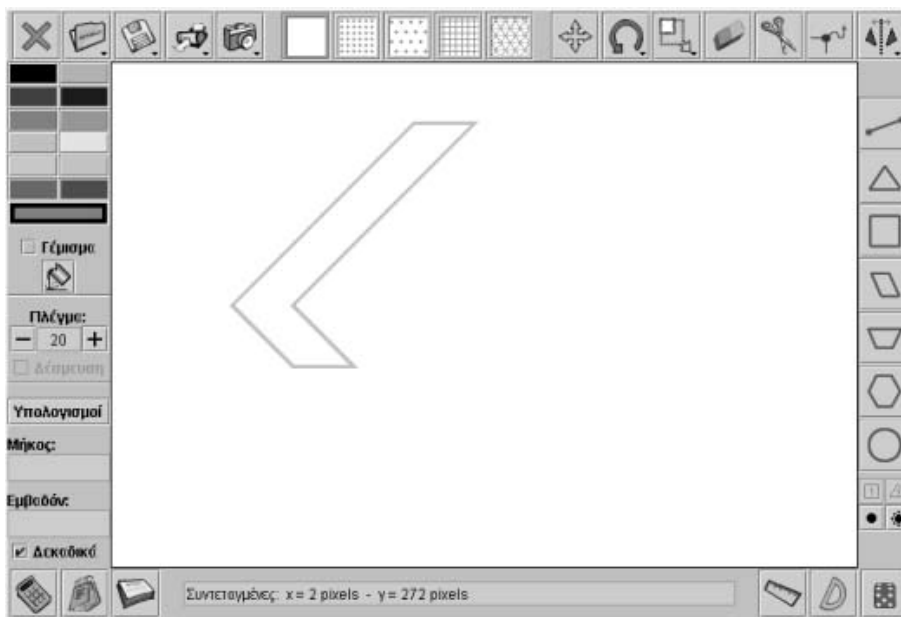
ΙΣΑ ΕΜΒΑΔΑ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στην επιφάνεια εργασίας του γεωπλάκα επιλέξτε ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 50.

Μπορείτε να μετασχηματίσετε το σχήμα που εμφανίζεται στο γεωπλάκα, ώστε να έχει το ίδιο εμβαδόν;

Μπορείτε να σχεδιάσετε και άλλα σχήματα με ίδιο εμβαδόν;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΙΣΑ ΕΜΒΑΔΑ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Για να μεταβάλλετε τα δύο σχήματα, ώστε να έχουν ίδιο εμβαδόν ή ίδια περίμετρο, χρησιμοποιήστε το εργαλείο «Μετακίνηση/Δημιουργία κορυφών».

Για να κάνετε μικρές μετακινήσεις των κορυφών του σχήματος, επιλέξτε το σχήμα να μην έχει «Δέσμευση» στις κορυφές του πλέγματος.

Έχετε τη δυνατότητα να σχεδιάσετε πολλά σχήματα τα οποία θα έχουν ίδιο εμβαδόν, ενώ οι περιμετροί τους θα ποικίλλουν.



ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: ΙΣΕΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΙ *

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να μεταβάλλουν ένα σχήμα, το οποίο έχει περίμετρο 8 μονάδες, με στόχο το νέο σχήμα, που θα προκύψει, να έχει την ίδια περίμετρο. Θα διαπιστώσουν, έτσι, ότι υπάρχουν πολλά ισοπεριμετρικά σχήματα, για τα οποία, στην πορεία, θα καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι έχουν διαφορετικά εμβαδά.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να χρησιμοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για τη σχεδίαση διαφόρων πολυγώνων με την ίδια περίμετρο.
- Να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για τη σχεδίαση των διαφορετικών πολυγώνων και τη σύγκριση των εμβαδών τους.
- Να αναγνωρίσουν τη «μεταβολή» που διέπει τη σχεδίαση των πολυγώνων.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση.

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση.

Οι μαθητές, με τη βοήθεια του εργαλείου «Μετακίνηση/Δημιουργία κορυφών», μεταβάλλουν το δεδομένο σχήμα σε ένα άλλο, φροντίζοντας το νέο σχήμα να έχει την ίδια περίμετρο με το αρχικό. Σε κάθε περίπτωση υπολογίζουν την περίμετρο του νέου πολυγώνου και συγκρίνουν το εμβαδόν του με αυτό του προηγούμενου σχήματος.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

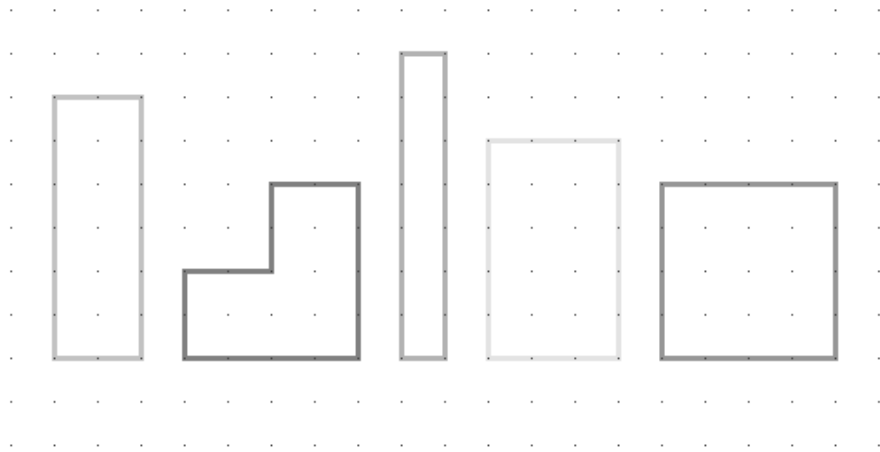
Στη διερεύνηση οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν ότι υπάρχουν διάφορα πολύγωνα με την ίδια περίμετρο, καθώς και ότι τα εμβαδά τους είναι διαφορετικά. Αυτό μπορούν να το πετύχουν συμπληρώνοντας έναν πίνακα, όπως αυτός που ακολουθεί.

Περίμετρος													
Εμβαδόν													

1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να μετασχηματίζουν διάφορα πολύγωνα, μετακινώντας τις κορυφές τους, και να μετρούν το εμβαδόν και την περίμετρό τους επιλέγοντας την εντολή «Υπολογισμός».

* Τα προβλήματα που έχουν αστερίσκο θεωρούμε ότι απαιτούν περισσότερη εμπειρία για τη λύση τους. Γι' αυτό προτείνεται να διδαχθούν σε δεύτερη φάση.



Εικόνα 1: Μερικές από τις λύσεις του προβλήματος.

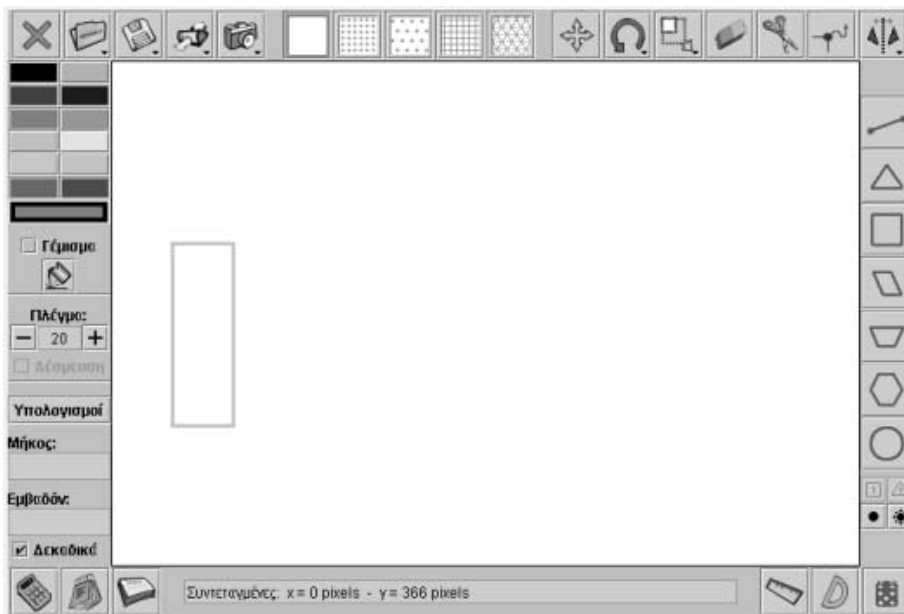
ΙΣΕΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΙ**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Στην επιφάνεια εργασίας του γεωπίνακα επιλέξτε ένα τετράγωνο πλέγμα με κουκκίδες και μέγεθος 25.

Μπορείτε να μεταβάλλετε το σχήμα που εμφανίζεται στο γεωπίνακα, ώστε να έχει την ίδια περίμετρο με το αρχικό;

Πόσα σχήματα με ίδια περίμετρο μπορείτε να κατασκευάσετε; Πώς μεταβάλλονται τα εμβαδά τους;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

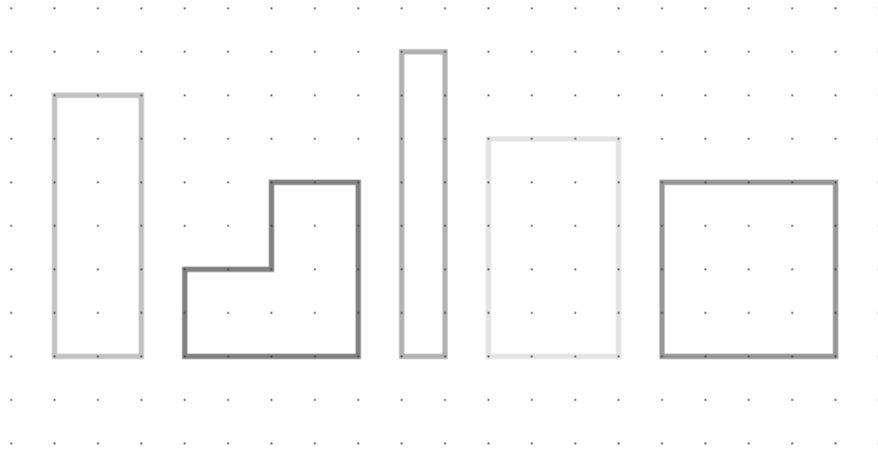
ΙΣΕΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΙ**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Για να δημιουργήσετε ένα νέο σχήμα, ώστε να έχει την ίδια περίμετρο με το αρχικό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το εργαλείο «Μετακίνηση/Δημιουργία κορυφών».

Για να κάνετε μικρές μετακινήσεις των κορυφών του σχήματος, επιλέξτε το σχήμα να μην έχει «Δέσμευση» στις κορυφές του πλέγματος.

Με το εργαλείο «Σχεδιασμός ευθύγραμμου τμήματος» μπορείτε να δημιουργήσετε σχήματα με την ίδια περίμετρο. Προσπαθήστε να σχεδιάσετε όσο το δυνατόν περισσότερα σχήματα με ίδια περίμετρο.

Στην παρακάτω εικόνα δίνονται μερικές περιπτώσεις.



**ΕΝΟΤΗΤΑ: ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΕΣ
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ**

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Στόχος των Μαθηματικών είναι όχι μόνο η ανάπτυξη της ικανότητας βασικής αρίθμησης και η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, αλλά και η ανάπτυξη δεξιοτήτων υψηλού επιπέδου, όπως η ικανότητα εξερεύνησης, εικασίας, αιτιολόγησης, αναστοχασμού, μεταγνωστικών δεξιοτήτων, καθώς και η ανάπτυξη θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά. Η επίτευξη των στόχων αυτών μπορεί να ενθαρρυνθεί με την αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών και ιδιαίτερα την αξιοποίηση ανοικτών εκπαιδευτικών λογισμικών, στο πλαίσιο υλοποίησης σχεδίων εργασίας.

Τα διαθεματικά σχέδια εργασίας εξετάζουν τη γνώση σε αυθεντικά πλαίσια και, συνδέοντας την επιστημονική γνώση με αυθεντικές καταστάσεις, ενώνουν τη σχολική με την εξωσχολική ζωή και την επιστημονική με τη βιωματική γνώση, προκαλώντας το ενδιαφέρον των μαθητών. Τα διαθεματικά σχέδια εργασίας αναβαθμίζουν τη θέση των μαθητών, συμβάλλοντας στην ανάπτυξη ατομικής αυτονομίας, ενώ, παράλληλα, ενθαρρύνουν την καλλιέργεια κοινωνικών δεξιοτήτων, προωθώντας συλλογικές διερευνήσεις μέσα από τη δημιουργία κοινοτήτων δράσης, οι οποίες, με τη σειρά τους, συμβάλλουν στην ομαλή ένταξη στο κοινωνικό γίγνεσθαι.

Ο σχεδιασμός και η υλοποίηση σχεδίων εργασίας ενθαρρύνει την παιδαγωγική και διδακτική αυτονόμηση των εκπαιδευτικών υπέρ της δραστηριοποίησης των μαθητών, διευκολύνει την προαγωγή της συλλογικής προσπάθειας και τη μείωση του γνωσιοκεντρικού χαρακτήρα του σημερινού σχολείου, ενώ προωθεί την πιο έγκυρη ενημέρωση των μαθητών σε ποικίλα θέματα.

Η οργάνωση των μαθητών σε ομάδες εργασίας αποτελεί σημαντικό παράγοντα επιτυχίας των σχεδίων εργασίας. Ο αριθμός των ομάδων εργασίας είναι αντιστρόφως ανάλογος της ηλικίας και της εμπειρίας των μαθητών. Οι διμελείς ομάδες εργασίας διευκολύνουν τη συνεργασία μεταξύ μικρών παιδιών ή μαθητών με μικρή εμπειρία σε συνεργατικές δραστηριότητες.

Οι μαθητές, στο πλαίσιο της ομαδικής εργασίας, έχουν τη δυνατότητα να αναλαμβάνουν διαφορετικούς ρόλους, οι οποίοι μπορούν και να εναλλάσσονται κατά τη διάρκεια της υλοποίησης του σχεδίου εργασίας. Συγκεκριμένα, μπορούν να έχουν το ρόλο του «συντονιστή», διευθύνοντας τη συζήτηση των μελών της ομάδας, το ρόλο του «φροντιστή», εξηγώντας και προσφέροντας βοήθεια στα υπόλοιπα μέλη, το ρόλο του «γραμματέα», κρατώντας τις απαραίτητες σημειώσεις ή συμπληρώνοντας το «φύλλο εργασίας» ή, τέλος, το ρόλο του «εμπυχωτή», επαινώντας τα μέλη της ομάδας. Ενώ οι ενδο-ομαδικές σχέσεις πρέπει να είναι συνεργατικές, προωθώντας την αλληλεξάρτηση των μελών κάθε ομάδας, οι δι-ομαδικές σχέσεις μπορεί να είναι συνεργατικές, ανταγωνιστικές ή και ουδέτερες, κατά την κρίση του εκπαιδευτικού. Στο πλαίσιο των συνεργατικών σχέσεων μεταξύ των ομάδων εργασίας, οι ομάδες αυτές μπορούν να δουλεύουν με στόχο την επίτευξη κοινής εργασίας. Συγκεκριμένα, κάθε ομάδα μπορεί να εργάζεται σε μία ενότητα της συνολικής εργασίας, με τελικό στόχο τη σύνθεση των επιμέρους εργασιών. Σε ένα πλαίσιο ανταγωνιστικών σχέσεων μεταξύ των ομάδων εργασίας, οι ομάδες των μαθητών μπορούν να εργάζονται στην ίδια ενότητα εργασίας, με τελικό στόχο την επιλογή από την τάξη της καλύτερης εργασίας, η οποία θα αποτελέσει και το τελικό αποτέλεσμα της μαθητικής εργασίας. Τέλος, όσον αφορά τις ουδέτερες σχέσεις μεταξύ των ομάδων εργασίας, οι ομάδες μπορούν να εργάζονται ξεχωριστά, χωρίς το αποτέλεσμα της εργασίας κάθε ομάδας να επηρεάζει το αποτέλεσμα των άλλων ομάδων.

Η υλοποίηση ενός σχεδίου εργασίας έχει τέσσερα στάδια. Στο πρώτο στάδιο επιχειρείται ο καθορισμός του θέματος και η ανάλυσή του σε επιμέρους διαστάσεις, με πλαίσιο τα μαθητικά ενδιαφέροντα και το αναλυτικό πρόγραμμα. Ο εκπαιδευτικός μαζί με τους μαθητές αποφασίζουν την κατανομή εργασίας στις ομάδες και καθορίζουν τα κριτήρια

αξιολόγησης του έργου των ομάδων, αλλά και της συνεργασίας τους. Στο δεύτερο στάδιο ο εκπαιδευτικός βοηθάει τις ομάδες των μαθητών τόσο στον καθορισμό των δραστηριοτήτων κάθε ομάδας όσο και στον ενδο-ομαδικό επιμερισμό του θέματος, αν αυτό κρίνεται απαραίτητο. Στο τρίτο στάδιο γίνεται η συλλογική διεξαγωγή της εργασίας. Οι ομάδες εργάζονται σύμφωνα με το σχεδιασμό που έχει γίνει προηγουμένως, παρουσιάζεται το έργο κάθε ομάδας και διατυπώνονται ερωτήσεις και σχόλια από τις άλλες ομάδες. Κατόπιν, γίνεται η σύνθεση και η επιμέλεια του συνολικού έργου. Στο τέταρτο και τελευταίο στάδιο αξιολογείται το έργο και η λειτουργικότητα κάθε ομάδας ξεχωριστά, αλλά και όλων των ομάδων συνολικά.

Ενδεικτικές διαθεματικές δραστηριότητες

Σύμφωνα με τα παραπάνω σχεδιάστηκαν και προτάθηκαν πέντε διαθεματικές δραστηριότητες για κάθε τάξη. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να επεκτείνει τις δραστηριότητες μαζί με τους μαθητές του ή και να σχεδιάσει παρόμοιες δραστηριότητες, αξιοποιώντας τα λογισμικά που προσφέρονται. Στόχος των δραστηριοτήτων είναι η διαισθητική προσέγγιση και διερεύνηση των μαθηματικών εννοιών και διεργασιών, σύμφωνα πάντα με το αναλυτικό πρόγραμμα κάθε τάξης. Τα θέματα, ενταγμένα σε αυθεντικά πλαίσια, έχουν επιλεγεί έτσι ώστε να ενώνουν τη σχολική με την εξωσχολική ζωή και την επιστημονική με τη βιωματική γνώση, προκαλώντας το ενδιαφέρον των μαθητών και προωθώντας την πιο έγκυρη ενημέρωσή τους σε διάφορα ζητήματα. Είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να ενθαρρύνουν τη συνεργασία των μαθητών, καλλιεργώντας τις κοινωνικές δεξιότητες μέσα στο πλαίσιο συλλογικών διερευνήσεων. Οι μαθητές, εργαζόμενοι ομαδικά, επιχειρούν να απαντήσουν στα ερωτήματα που τίθενται, αξιοποιώντας τις πληροφορίες που τους δίνονται, ή ανατρέχοντας σε πηγές που αναφέρονται, και καλλιεργώντας τη δεξιότητα εύρεσης, επιλογής και επεξεργασίας της πληροφορίας. Διαπραγματεύονται τις δυνατές επιλογές που μπορούν να ακολουθήσουν, ενώ χρησιμοποιούν αριθμητικά δεδομένα, μετρούν και υπολογίζουν.

Κάθε διαθεματική δραστηριότητα είναι χωρισμένη σε τρεις εργασίες, οι οποίες μπορούν να αποτελέσουν μέρος μιας ευρύτερης εργασίας, αλλά και αυτόνομες εργασίες, προσφέροντας έτσι ευελιξία στον επιμερισμό του έργου κάθε ομάδας μαθητών. Παρακάτω αναπτύσσουμε τις διαθεματικές εργασίες, τους εκπαιδευτικούς στόχους που προωθούν και τα εκπαιδευτικά εργαλεία που αξιοποιούν.

1. Ταξίδια

Τα ταξίδια είναι ένα θέμα που άπτεται των βιωμάτων των παιδιών. Πολλές είναι οι συμμετοχές τους σε ταξίδια και εκδρομές που έχει οργανώσει η οικογένεια ή το σχολείο τους. Αυτή τη φορά αναλαμβάνουν πρωταγωνιστικό ρόλο, όχι μόνο ως συμμετέχοντες στο ταξίδι, αλλά και ως οργανωτές του.

Στο πλαίσιο της δραστηριότητας αυτής, οι μαθητές καλούνται να βοηθήσουν τη Μαίρη να προγραμματίσει ένα ταξίδι, επιλέγοντας ποιες πόλεις και μνημεία θα επισκεφθεί. Αντλούν και επεξεργάζονται πληροφορίες για τους αρχαιολογικούς τόπους, χρησιμοποιούν μαθηματικές πράξεις για να υπολογίσουν τις αποστάσεις που πρέπει να καλύψει η Μαίρη για να επισκεφθεί τους αρχαιολογικούς χώρους και επιλέγουν τις διαδρομές που θα ακολουθήσει. Μελετούν πολιτικούς και οδικούς χάρτες, βρίσκουν και επιλέγουν τα αριθμητικά δεδομένα που χρειάζονται, χρησιμοποιώντας πίνακες ή τιμοκαταλόγους, και υπολογίζουν το χρόνο που χρειάζεται η Μαίρη για το ταξίδι της, καθώς και το κόστος του ταξιδιού της. Τέλος, ανακαλύπτουν από παραγωγικούς χάρτες τοπικά προϊόντα, οργανώνουν αγορές και υπολογίζουν το κόστος τους.

Παράλληλα, προσεγγίζουν θέματα της Γεωγραφίας και της Ιστορίας που διδάσκεται στην τάξη τους. Η Γ', Δ' και Ε' Τάξη προσεγγίζουν τη γεωγραφία της Ελλάδας, ταξιδεύοντας σε αρχαιολογικούς τόπους και μνημεία. Η Γ' Τάξη ταξιδεύει στις Μυκήνες και στην Κνωσό, η Δ' Τάξη στους σημαντικούς τόπους των περσικών πολέμων, ενώ η Ε' Τάξη σε βυζαντινά μνημεία της Πελοποννήσου. Η ΣΤ' Τάξη ασχολείται με τους φιλέλληνες και ταξιδεύει στις πόλεις, όπου οργανώθηκαν έρανοι για την ενίσχυση του αγώνα για την απελευθέρωση της Ελλάδας από τους Τούρκους. Οι μαθητές αντλούν και

επεξεργάζονται πληροφορίες για τις πόλεις, χρησιμοποιούν μαθηματικές πράξεις για να υπολογίσουν τις αποστάσεις που πρέπει να καλύψει η Μαίρη για να επισκεφθεί τις πόλεις αυτές και επιλέγουν τις διαδρομές που θα ακολουθήσει. Μελετούν πολιτικούς και οδικούς χάρτες, βρίσκουν και επιλέγουν τα αριθμητικά δεδομένα που χρειάζονται, χρησιμοποιώντας πίνακες ή τιμοκαταλόγους, και υπολογίζουν το χρόνο που χρειάζεται η Μαίρη για το ταξίδι της, καθώς και το κόστος του ταξιδιού τους. Τέλος, μελετούν τα αριθμητικά δεδομένα για την άφιξη των φιλελλήνων στην Ελλάδα και σχολιάζουν την πράξη τους με αφορμή τα ποσοστά θνησιμότητάς τους.

A. Οι ομάδες των μαθητών μπορούν να συνεργαστούν από απόσταση με μαθητές άλλων πόλεων ή χωρών, ανταλλάσσοντας πληροφορίες για την πόλη και το νομό τους, τα ήθη και έθιμα της περιοχής τους και τα τοπικά προϊόντα.

B. Οι μαθητές μπορούν να γράψουν ένα κείμενο με θέμα «Ένα φανταστικό ταξίδι».

Γ. Οι μαθητές μπορούν να παίξουν το ρόλο του ταξιδιωτικού πράκτορα, ανοίγοντας «ταξιδιωτικά περίπτερα» και ενημερώνοντας τους συμμαθητές τους από τις άλλες ομάδες για πιθανά ταξίδια στην περιοχή τους.

Δ. Οι μαθητές μπορούν να οργανώσουν μία έκθεση με θέμα «Ταξιδεύω στην Ελλάδα» ή «Ταξιδεύω στην Ευρώπη», αναρτώντας αφίσες και πληροφορίες ή και να εκθέσουν, αν είναι δυνατόν, παραδοσιακά προϊόντα των διαφόρων περιοχών.

E. Οι μαθητές μπορούν να οργανώσουν μια ημερίδα, όπου θα παρουσιάσουν στους συμμαθητές τους το αποτέλεσμα της εργασίας τους.

2. Μελετώ τους πληθυσμούς

Στο πλαίσιο της δραστηριότητας αυτής, οι μαθητές, ανάλογα με την τάξη τους, καλούνται να μελετήσουν μαζί με τη Μαίρη τον πληθυσμό του σχολείου τους, τον πληθυσμό της Ελλάδας και της Ευρώπης. Βρίσκουν και επιλέγουν τα αριθμητικά δεδομένα που χρειάζονται από πίνακες στις πληροφορίες και τα επεξεργάζονται, χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά για να απαντήσουν στα ερωτήματα που τίθενται. Συγκρίνουν τα δεδομένα των επιμέρους πληθυσμών, ανακαλύπτοντας ότι για τη σύγκριση αυτών δεν μπορούν να χρησιμοποιήσουν απόλυτους αριθμούς, αλλά ποσοστά. Μελετούν τους πληθυσμούς και τα χαρακτηριστικά τους, καθώς και την εξέλιξή τους μέσα στο χρόνο.

Εκτός αυτού, εξοικειώνονται με τη στατιστική και τις διαφορετικές μεθόδους παρουσίασης δεδομένων. Ανακαλύπτουν με ποιον τρόπο μπορούν τα ποσοτικά δεδομένα να δώσουν απαντήσεις σε ερωτήματα ποιοτικού χαρακτήρα, ξεφεύγοντας από τη λεπτομέρεια των αριθμών και ανακαλύπτοντας τη γενική εικόνα.

A. Οι ομάδες των μαθητών μπορούν να συνεργαστούν από απόσταση με μαθητές άλλων πόλεων ή χωρών, ανταλλάσσοντας πληροφορίες και επιχειρώντας να εξηγήσουν τα αποτελέσματα της έρευνάς τους.

B. Οι μαθητές μπορούν να γράψουν ένα κείμενο, αναδιπλώνοντας τη διαδικασία που ακολούθησαν κατά την έρευνά τους.

Γ. Οι μαθητές μπορούν να οργανώσουν μία έκθεση, όπου θα παρουσιάσουν τα αποτελέσματα της έρευνάς τους.

3. Μελετώ το χώρο που ζω

Στο πλαίσιο της δραστηριότητας αυτής, οι μαθητές, ανάλογα με την τάξη τους, καλούνται να βοηθήσουν τη Μαίρη να σχεδιάσει και να ανακαινίσει το σπίτι της, το σχολείο της και το πολιτιστικό κέντρο του Δήμου της. Χρησιμοποιούν φωτογραφίες κτηρίων και επιχειρούν να τα αποτυπώσουν στο τετραγωνισμένο χαρτί του γεωπίνακα. Εξοικειώνονται με τα γεωμετρικά σχήματα και τις ιδιότητές τους, ανακαλύπτοντας τα γεωμετρικά σχήματα στην πρόσοψη των κτηρίων και σχεδιάζοντάς τα στο γεωπίνακα. Εντοπίζουν τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στο ελεύθερο σχέδιο και στο σχέδιο του κτηρίου. Προχωρούν στην ανακαίνιση των κτηρίων, βρίσκοντας και επιλέγοντας τα δεδομένα και τις πληροφορίες που χρειάζονται από πίνακες στις πληροφορίες. Επεξεργάζονται τα δεδομένα, εφαρμόζοντας τα μαθηματικά, προκειμένου να απαντήσουν στα ερωτήματα που τίθενται. Παίρνουν αποφάσεις για τα υλικά που θα

χρησιμοποιήσουν, ανάλογα με το κόστος και τα χαρακτηριστικά τους, και προσεγγίζουν την έννοια της περιμέτρου και του εμβαδού μετρώντας τα κουτάκια του τετραγωνικού πλέγματος. Τέλος, χρησιμοποιούν τα αριθμητικά δεδομένα, που οι ίδιοι επέλεξαν, για να υπολογίσουν το κόστος της ανακαίνισης.

Α. Οι μαθητές μπορούν να οργανώσουν ένα διαγωνισμό για την ανακαίνιση του σχολείου τους. Μπορούν να σχεδιάσουν το δικό τους σχολείο, να αναπτύξουν τη δική τους πρόταση προτείνοντας αλλαγές που θα ήθελαν να κάνουν (βαφή, παράθυρα, τζάμια, διακοσμητικά πλαίσια, σκεπή, κλπ.), να υπολογίσουν το κόστος, και να υποβάλουν την πρόταση υποστηρίζοντας την πρωτοτυπία και την αρτιότητά της.

Β. Οι μαθητές μπορούν να γράψουν ένα κείμενο αναδιπλώνοντας τη διαδικασία που ακολούθησαν στην έρευνά τους.

Γ. Οι μαθητές μπορούν να συνεργαστούν με μαθητές άλλων σχολείων και να παρουσιάσουν την πρότασή τους

Δ. Οι μαθητές μπορούν να χωριστούν σε ομάδες. Η μια ομάδα να αποτελεί την επιτροπή προκήρυξης διαγωνισμού καταθέτοντας το σχέδιο κτηρίου, τα απαιτούμενα έγγραφα και υπολογισμούς που πρέπει να κατατεθούν και το ποσό επιδότησης. Η δεύτερη ομάδα ή περισσότερες μπορούν να καταθέσουν την πρότασή τους, έτσι ώστε να επιλεγεί η καλύτερη.

4. Ο Κώδικας Οδικής κυκλοφορίας

Στο πλαίσιο της δραστηριότητας αυτής, οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τα σήματα του Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας. Καλούνται: (1) να επισκεφτούν το δικτυακό τόπο του υπουργείου Δημόσιας Τάξης και να γνωρίσουν την επίσημη εκδοχή (εικόνα και διατύπωση των σημάτων), (2) να σχεδιάσουν σε ένα γεωμετρικό περιβάλλον τα σήματα και τα αντικείμενα στα οποία εμφανίζονται, με σκοπό να κατασκευάσουν αφίσες ενημέρωσης, (3) να γνωρίσουν τον Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας με τα μάτια ενός πεζού ή ενός ποδηλάτη, (4) να οργανώσουν ασφαλείς διαδρομές κίνησης από το σπίτι στο σχολείο, (5) να γράψουν θέματα σχετικά με την ασφαλή κίνηση, τα οποία θα παίξουν στο σχολείο τους, και (6) να μελετήσουν, με τη βοήθεια των Μαθηματικών, θέματα που σχετίζονται με τα ατυχήματα πεζών και εποχούμενων.

Α. Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν και να μελετήσουν και τα υπόλοιπα σήματα του Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας.

Β. Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν και να εκτελέσουν μια έρευνα για τη σήμανση στους γύρω δρόμους του σχολείου.

Γ. Οι μαθητές μπορούν να αναζητήσουν δεδομένα για ατυχήματα στους δρόμους που ανήκουν στο περιβάλλον που ζουν.

5. Αγορές

Στο πλαίσιο αυτό, οι μαθητές έρχονται σε επαφή με την αγορά. Με το σύνθημα «ΨαΡωΜέΣκε» καλούνται: (1) να κάνουν διάφορες αγορές από καταλόγους και να προχωρήσουν σε σύγκριση τιμών, (2) να εμπλακούν με το ευρώ και τη δραχμή, (3) να παίξουν τους πωλητές, (4) να βγάλουν προϋπολογισμούς, (5) να παρακολουθήσουν τη διαδρομή ενός προϊόντος έως ότου φτάσει στον αγοραστή, (6) να υπολογίσουν φόρους, κόστος και κέρδος σε μία αγορά, (7) να κάνουν έρευνα αγοράς και (8) να σχεδιάσουν διαφημιστικούς καταλόγους για το κυλικείο του σχολείου τους.

Οι μαθητές μπορούν να εστιάσουν την προσοχή τους σε ειδικά θέματα της αγοράς και της οικονομίας.

Αγάπη Βαβουράκη
Κώστας Γαβρίλης

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 1**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Πωλητής σε ζαχαροπλαστείο

Είστε ο πωλητής ενός ζαχαροπλαστείου και έχετε μπροστά σας δύο καταλόγους των γλυκών που πουλάτε. Σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα, ο ένας κατάλογος αναφέρει την τιμή αγοράς των γλυκών και ο άλλος την τιμή πώλησης.

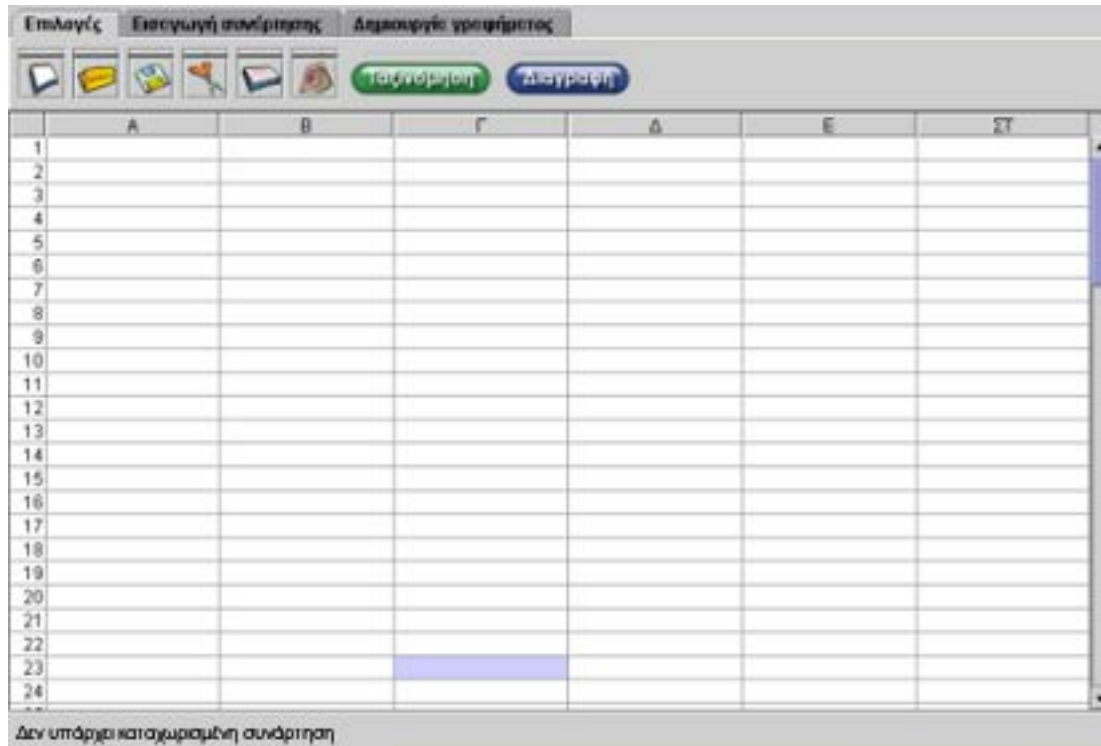
Πόσα γλυκά πρέπει να πωλήσετε σε μία ημέρα για να κερδίσετε 50 ευρώ;

Τιμές αγοράς		Τιμές πώλησης	
Γλυκά ταψιού		Γλυκά ταψιού	
Μπακλαβός	2 €	Μπακλαβός	2,5 €
Καταΐφι	2 €	Καταΐφι	2,5 €
Γαλακτομπούρεκο ..	2,5 €	Γαλακτομπούρεκο	3 €
Παγωτά		Παγωτά	
Βανίλια	2,5 €	Βανίλια	3 €
Σοκολάτα	2 €	Σοκολάτα	3 €
Σικέγιο	2 €	Σικέγιο	3 €

Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα της σελίδας για τους υπολογισμούς σας.

Στην πρώτη στήλη πληκτρολογήστε τα είδη των γλυκών και των παγωτών. Στη δεύτερη στήλη υπολογίστε τη διαφορά πώλησης - αγοράς για κάθε γλυκό και παγωτό. Στην τρίτη στήλη πληκτρολογήστε το πλήθος για κάθε γλυκό ή παγωτό. Στην τέταρτη στήλη υπολογίστε το γινόμενο των αριθμών της δεύτερης στήλης επί τους αριθμούς της τρίτης στήλης.

Βρείτε το άθροισμα των αποτελεσμάτων.



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΓΟΡΕΣ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Βρείτε τη διαφορά της τιμής πώλησης από την τιμή της αγοράς για κάθε γλυκό. Κάντε διάφορους συνδυασμούς μέχρι να προκύψει άθροισμα 50 ευρώ.

Η παρακάτω εικόνα δείχνει έναν τρόπο υπολογισμού των γλυκών που πρέπει να πωληθούν.

Επιλογές Εισαγωγή συνάρτησης Δημιουργία γραφήματος						
Τίτλος:		Δ2:Δ7	Άθροισμα	Γ2:Γ7	>	Δ9
	A	B	Γ	Δ	E	ΣΤ
1	ΓΛΥΚΟ	ΠΩΛΗΣΗ-ΑΓΟΡΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΚΕΡΔΟΣ		
2	Μπακλαβάς	0.5	14	7.0		
3	Καταifi	0.5	15	7.5		
4	Γαλακτομπούρεκο	0.5	17	8.5		
5	Βανίλια	0.5	8	4.0		
6	Σοκολάτα	1	15	15.0		
7	Σικάγο	1	8	8.0		
8						
9				50.0		
10						
11						
12						

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 2**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Κέρδος και ζημία

Είστε πωλητής σε ένα κατάστημα παιχνιδιών. Μπροστά σας έχετε τους καταλόγους με τις τιμές αγοράς και πώλησης των διαφόρων παιχνιδιών. Στο κατάστημα εργάζονται ακόμη δύο πωλητές, οι οποίοι έχουν ημερομίσθιο 25 ευρώ ο καθένας.

Πόσα παιχνίδια πρέπει να πουλάει το κατάστημα καθημερινά, ώστε να έχει τελικά κέρδος;

Πότε έχει ζημία το κατάστημα;

ΤΙΜΟΚΑΤΑΛΟΓΟΣ	
Τιμές αγοράς	
Μονόπολη	28 €
Θ Φωτεινούλης	38 €
Μπάρμυ	34 €
Μικρό μου Πόνυ	12 €
Action Man	18 €
Yu-gi-oh	13 €
Bratz	15 €

ΤΙΜΟΚΑΤΑΛΟΓΟΣ	
Τιμές πώλησης	
Μονόπολη	32 €
Θ Φωτεινούλης	41 €
Μπάρμυ	36 €
Μικρό μου Πόνυ	14 €
Action Man	22 €
Yu-gi-oh	15 €
Bratz	18 €

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΓΟΡΕΣ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα της σελίδας για τους υπολογισμούς σας. Στην πρώτη στήλη πληκτρολογήστε τα είδη των παιχνιδιών. Στη δεύτερη στήλη υπολογίστε τη διαφορά πώλησης - αγοράς για κάθε παιχνίδι. Στην τρίτη στήλη πληκτρολογήστε το πλήθος για κάθε παιχνίδι που πρέπει να πωληθεί. Στην τέταρτη στήλη υπολογίστε το γινόμενο των αριθμών της δεύτερης στήλης επί τους αριθμούς της τρίτης στήλης.

Βρείτε το άθροισμα των αποτελεσμάτων.

Για να υπάρχει κέρδος θα πρέπει τα έσοδα να είναι περισσότερα από τα έξοδα. Η παρακάτω εικόνα δείχνει πώς μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το πρόγραμμα της σελίδας. Μπορείτε να μεταβάλλετε το πλήθος των αντικειμένων και να παρατηρήσετε τι αλλάζει κάθε φορά.

Επιλογές		Εισαγωγή συνάρτησης		Δημιουργία γραφήματος				
Τίτλος:	<input type="text"/>	Δ10	-	ΣΤ14	>	B17	Eισαγωγή	Διαγραφή
	A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ		
1	ΠΑΙΓΝΙΔΙ	ΠΛΗΘΟΣ	ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ	ΕΣΟΔΑ	ΤΙΜΗ ΑΓΟΡΑΣ	ΕΞΟΔΑ		
2	Μονόπολη	5	32	160.0	28	140.0		
3	Φωτεινούλης	8	41	328.0	38	304.0		
4	Μπάρμπι	12	36	432.0	34	408.0		
5	Μικρό μου Πόνυ	6	14	84.0	12	72.0		
6	Action Man	7	22	154.0	18	126.0		
7	Yu-gi-Man	4	15	60.0	13	52.0		
8	Bratz	5	18	90.0	15	75.0		
9								
10	ΑΘΡΟΙΣΜΑ			1308.0		1177.0		
11								
12					ΜΙΣΘΟΙ	50		
13								
14					ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΕΞΟΔΑ	1227.0		
15								
16								
17	ΚΕΡΔΟΣ Ή ΖΗΜΙΑ	81.0						
18								

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 3**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Ο προϋπολογισμός στο κατάστημα παπουτσιών

Είστε ο ιδιοκτήτης ενός καταστήματος πώλησης παπουτσιών και άλλων σχετικών ειδών.

Στην παρακάτω εικόνα δίνονται οι τιμές αγοράς και πώλησης των εμπορευμάτων σας.

Ωστόσο, για να μπορεί το κατάστημά σας να λειτουργεί σωστά, θα πρέπει να πληρώνετε τα εξής:

- Ενοίκιο 300 ευρώ το μήνα.
- Φόρο 500 ευρώ το μήνα.
- Μισθούς υπαλλήλων 850 ευρώ.
- Διάφορα έξοδα, π.χ. ηλεκτρικό ρεύμα, 120 ευρώ το μήνα.

Μπορείτε να κατασκευάσετε έναν προϋπολογισμό για τη λειτουργία του καταστήματός σας, ώστε έχετε κέρδος τουλάχιστον 900 ευρώ το μήνα;

ΤΙΜΕΣ		ΤΙΜΕΣ	
Τιμή αγοράς		Τιμή πώλησης	
Παπούτσια	15 €	Παπούτσια	18 €
Μισοτάκια	22 €	Μισοτάκια	25 €
Παντόφλες	7 €	Παντόφλες	8 €
Τσάντες	8 €	Τσάντες	12 €
Πορτοφόλια	2,5 €	Πορτοφόλια	4 €
Κασκόλα	5 €	Κασκόλα	7 €
Γάντια	2,5 €	Γάντια	3,5 €
Κόλλες	1 €	Κόλλες	1,5 €

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΓΟΡΕΣ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να συντάξετε το μηνιαίο προϋπολογισμό του καταστήματός σας, καταγράφοντας σε μία στήλη τα μηνιαία έξοδα και σε μία άλλη το κέρδος από τις πωλήσεις σας. Με το πρόγραμμα της σελίδας μπορείτε να υπολογίσετε τι έσοδα πρέπει να έχετε το μήνα, για να καλύψετε τον προϋπολογισμό σας.

Στην πρώτη στήλη πληκτρολογήστε τα είδη των εμπορευμάτων σας. Στη δεύτερη στήλη υπολογίστε τη διαφορά πώλησης – αγοράς για κάθε είδος. Στην τρίτη στήλη πληκτρολογήστε το πλήθος των αντικειμένων που πρέπει να πωληθούν. Στην τέταρτη στήλη υπολογίστε το κέρδος από τις πωλήσεις.

Στην επόμενη εικόνα παρουσιάζεται ένας προϋπολογισμός.

Επιλογές		Εισαγωγή συνάρτησης		Δημιουργία γραφήματος		
Τίτλος:		B14:B18	Άθροισμα	G2:G9	> B19	
				Εισαγωγή	Διαγραφή	
	Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ	ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ-ΑΓΟΡΑΣ	ΠΛΗΘΟΣ	ΚΕΡΔΟΣ		
2	Παπούτσια	3	174	522.0		
3	Μποτάκια	3	187	561.0		
4	Παντόφλες	1	165	165.0		
5	Τσάντες	4	167	668.0		
6	Πορτοφόλια	1.5	235	352.5		
7	Κασκόλ	2	275	550.0		
8	Γάντια	1	46	46.0		
9	Κάλτσες	0.5	56	28.0		
10	ΣΥΝΟΛΟ ΚΕΡΔΩΝ	2892.5				
11						
12						
13	ΜΗΝΙΑΙΑ ΕΞΟΔΑ					
14	Ενοίκιο	300				
15	Φόρος	500				
16	Μισθοί	850				
17	Άλλα έξοδα	120				
18	Κέρδος	900				
19	ΣΥΝΟΛΟ ΕΞΟΔΩΝ	2670.0				
20						
21						

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 4**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μετατροπές σε δραχμές ή ευρώ

Παιδιά, η δραχμή που βλέπετε στην παρακάτω εικόνα αποτελούσε το νόμισμα της Ελλάδας μέχρι πριν από μερικά χρόνια. Έπειτα ήρθε το ευρώ και αντικατέστησε τη δραχμή. Όλοι οι κάτοικοι της χώρας μας αντάλλαξαν με ευρώ τα χρήματα που είχαν σε δραχμές. Η «ισοτιμία» μεταξύ δραχμής και ευρώ ορίστηκε ως εξής: 1 ευρώ = 340,75 δραχμές.



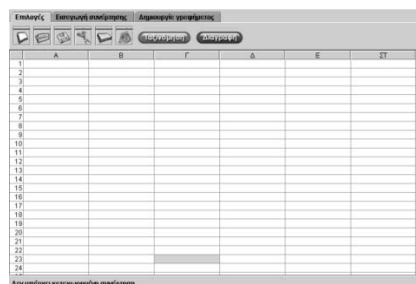
Στις παρακάτω ιστοσελίδες μπορείτε να βρείτε πληροφορίες για τη δραχμή και το ευρώ. Στην πρώτη ιστοσελίδα μπορείτε να βρείτε ένα έτοιμο πρόγραμμα μετατροπής της δραχμής σε ευρώ και αντίστροφα. Επιλέξτε «Μετατροπέας».

<http://www.bankofgreece.gr/Banknotes/001-020drs.htm>

<http://www.euro-hellas.gr/>

<http://www.bankofgreece.gr/euro/>

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το παρακάτω λογισμικό της «Στατιστικής» και να κατασκευάσετε ένα πρόγραμμα που να μετατρέπει αυτόματα τις δραχμές σε ευρώ και αντίστροφα;



Σημειώστε εδώ τον τρόπο που το κατασκευάσατε:

ΑΓΟΡΕΣ**2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Η επόμενη εικόνα δείχνει πώς με το λογισμικό της σελίδας μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα πρόγραμμα αυτόματης μετατροπής των δραχμών σε ευρώ και αντίστροφα.

Επιλογές Εισαγωγή συνάρτησης Δημιουργία γραφήματος								
Τίτλος:	<input type="text"/>	Γ2	/	A1	>	Γ4	Εισαγωγή	Διαγραφή
	A	B	Γ	Δ	E	ΣΤ		
1	340.75	Από ευρώ	Από δραχμές					
2		5345	22345					
3		Σε δραχμές	Σε ευρώ					
4		1821308.75	65.57593543853705					
5								

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 5**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Το ταξίδι ενός βιβλίου

Αγόρασα ένα βιβλίο και πλήρωσα 18 ευρώ. Αφού το διάβασα μου μπήκε στο μυαλό μια ιδέα. Να μάθω πώς έφτασε σε μένα. Από πού ξεκίνησε, πώς δημιουργήθηκε και από πού πέρασε. Να μάθω ακόμα γιατί το αγόρασα 18 ευρώ και όχι περισσότερο ή λιγότερο.

**Στο βιβλιοπώλη**

Αποφάσισα, λοιπόν, να επισκεφτώ το βιβλιοπώλη και να τον ρωτήσω πώς έφτασε στο κατάστημά του το βιβλίο και γιατί το πούλησε 18 ευρώ. Εκείνος μου είπε τα εξής:

«Αγόρασα το βιβλίο από τον εκδότη. Το αγόρασα 10 ευρώ και το πούλησα 18 ευρώ. Από τα 8 ευρώ που κέρδισα, τα 2 ευρώ προορίζονται για την εφορία, 4 ευρώ για να πληρώσω τα έξοδα του καταστήματός μου και τα υπόλοιπα για να έχω και κάποιο κέρδος».

Στον εκδότη

Φεύγοντας από το βιβλιοπωλείο πήγα στο γραφείο του εκδότη και τον ρώτησα: «Αγόρασα αυτό το βιβλίο από το βιβλιοπώλη 18 ευρώ. Ο βιβλιοπώλης το αγόρασε από εσάς 10 ευρώ. Εσείς πώς δημιουργήσατε αυτό το βιβλίο;»

Ο εκδότης απάντησε ως εξής: «Για να δημιουργήσω αυτό το βιβλίο χρειάστηκε να συνεργαστώ με διάφορους ανθρώπους», τους οποίους και κατονόμασε:

- Ο συγγραφέας έγραψε το βιβλίο και πληρώθηκε 2 ευρώ.
- Ο διορθωτής των κειμένων διόρθωσε το βιβλίο και πληρώθηκε 1 ευρώ.
- Ο σχεδιαστής έφτιαξε τα σχήματα και τα σκίτσα του βιβλίου και πληρώθηκε 1 ευρώ.
- Ο τυπογράφος τύπωσε το βιβλίο και πληρώθηκε 3 ευρώ. Αυτός, επίσης, έβαλε το χαρτί και το μελάνι για να το τυπώσει.

Από τα 10 ευρώ που εισέπραξα, χρησιμοποίησα τα 7 ευρώ για να πληρώσω τους συνεργάτες μου, ενώ έδωσα και 1 ευρώ για το φόρο. Τα 2 ευρώ, που μου απομένουν, είναι το κέρδος της επιχείρησής μου.

Το κέρδος

Μπορείτε με βάση τη διαδρομή του βιβλίου μου να βρείτε:

- Πόσα χρήματα κέρδισε ο εκδότης και πόσα ο βιβλιοπώλης;
- Πόσα χρήματα δόθηκαν ως φόρος στο κράτος;
- Ποιο είναι το κόστος του βιβλίου;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 6**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Ανταλλαγές ή αγορές;

Προτού καθιερωθούν τα χρήματα, οι άνθρωποι αντάλλασσαν τα προϊόντα τους. Κάποιος που κυνηγούσε ζώα μπορούσε να ανταλλάξει το κρέας και το δέρμα τους με άλλα είδη που είχε ανάγκη, όπως τόξα και βέλη, καρπούς φυτών, ψάρια ή ό,τι άλλο χρειαζόταν. Όμως, πολλές φορές αυτές οι ανταλλαγές ήταν δύσκολο να πραγματοποιηθούν. Δείτε την παρακάτω εικόνα:



Τρεις διαφορετικοί άνθρωποι προσπαθούν να ανταλλάξουν το είδος που διαθέτουν με αυτό που θέλουν να αποκτήσουν όπως δείχνουν οι παρακάτω εικόνες. Στην πρώτη εικόνα, ο ένας διαθέτει τόξα και θέλει σπόρους ενώ ο συνομιλητής του διαθέτει κρέας. Στη δεύτερη, ο άνθρωπος με τα τόξα συναντά τον τρίτο που διαθέτει μεν σπόρους αλλά ζητά κρέας και όχι τόξα.

Πώς πρέπει να κάνουν τις ανταλλαγές τους οι τρεις άνθρωποι;

Οι ανταλλαγές

Οι άνθρωποι της εικόνας βρέθηκαν στον ίδιο τόπο την ίδια στιγμή και αποφάσισαν να κάνουν τις ανταλλαγές τους σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα:



Πόσες παλάμες κρέας πρέπει να διαθέσει ο A, για να πάρει 5 σακούλια σπόρους;

Πόσα τόξα πρέπει να διαθέσει ο B, για να πάρει 8 παλάμες κρέας;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΓΟΡΕΣ**2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Η σχέση μεταξύ των τριών αντικειμένων έχει ως εξής:

2 παλάμες κρέας = 1 σακούλι σπόρους

2 σακούλια σπόρους = 1 τόξο

Δηλαδή: 4 παλάμες κρέας = 2 σακούλια σπόρους = 1 τόξο

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 7**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

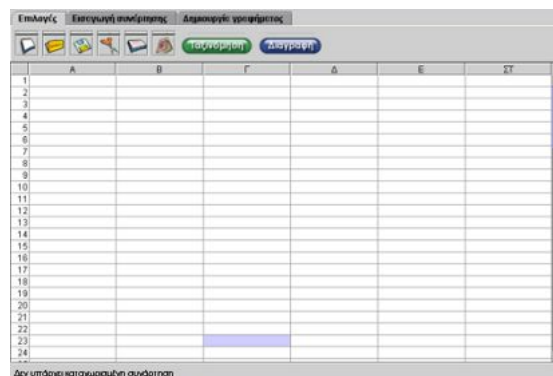
Οι αγοραστικές συνήθειες των γονιών σας

Είστε ένας από τους πωλητές ενός πολυκαταστήματος και σας έχουν αναθέσει να μάθετε τις αγοραστικές συνήθειες των πελατών σας, για να προσαρμόσετε ανάλογα τις διαφημίσεις των ειδών σας.

Για το λόγο αυτό επιλέξατε να μάθετε πρώτα τις αγοραστικές συνήθειες των γονιών σας, των συγγενών σας και των φίλων τους. Συντάξατε δε το εξής ερωτηματολόγιο:

- Πόσο συχνά επισκέπτεστε το πολυκατάστημα.
 Α. Καθημερινά Β. Μια φορά την εβδομάδα Γ. Άλλο
- Πόσο συχνά διαβάζετε τα διαφημιστικά φυλλάδια για τα προϊόντα που σας ενδιαφέρουν;
 Α. Πάντα Β. Συχνά Γ. Σπάνια
- Ποια είναι τα τρία πράγματα που αγοράζετε πιο συχνά όταν επισκέπτεστε το πολυκατάστημα;
 Α.
 Β.
 Γ.

Καταγράψτε στο παρακάτω πρόγραμμα της «Στατιστικής» τις απαντήσεις που λάβατε και παρουσιάστε σε ένα ραβδόγραμμα τις προτιμήσεις των αγοραστών.



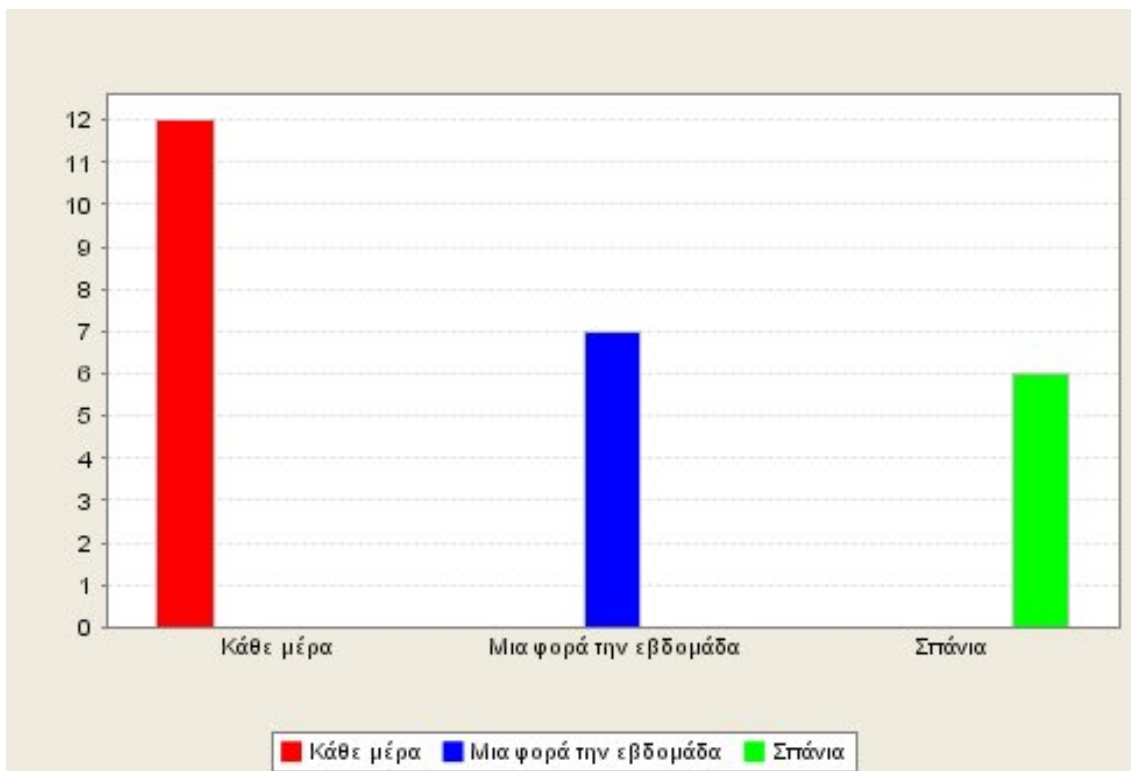
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

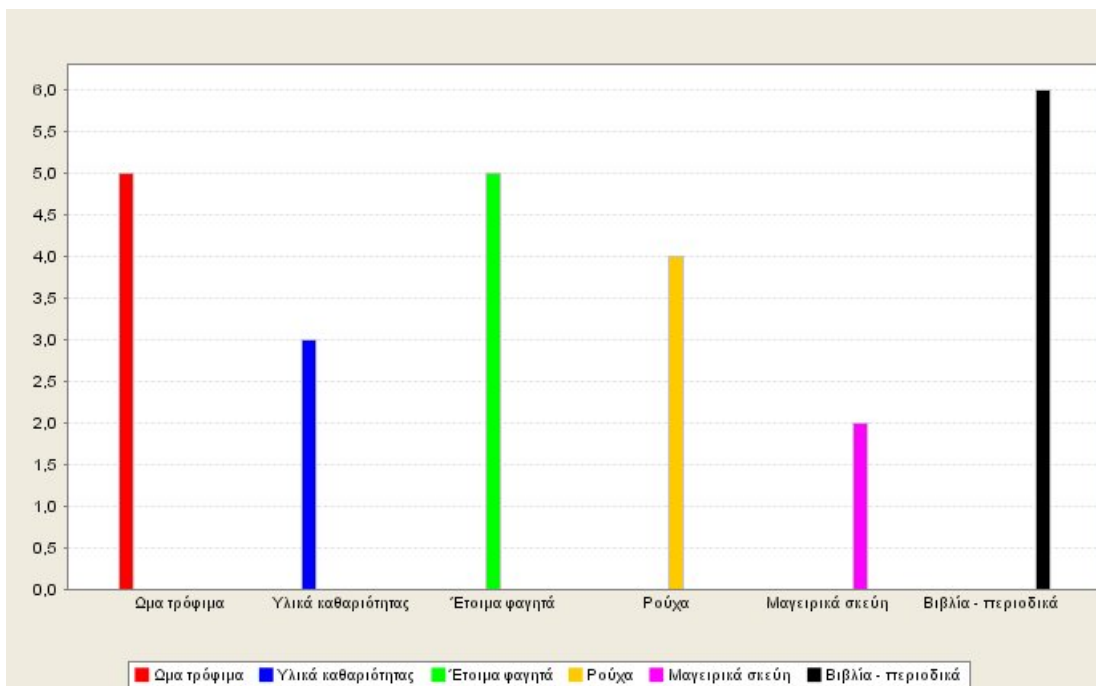
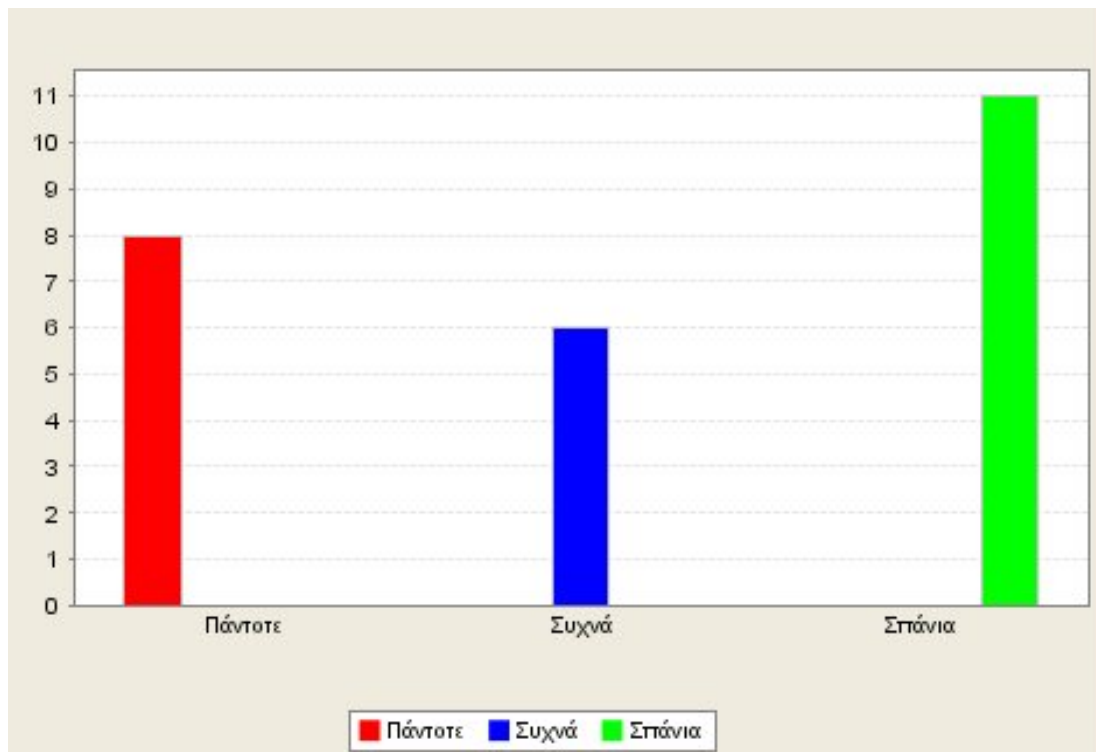
ΑΓΟΡΕΣ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην παρακάτω εικόνα δίνεται ένα παράδειγμα.

Επιλογές Εισαγωγή συνάρτησης Δημιουργία γραφήματος						
Ταξινόμηση Διαγραφή						
	Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	ΕΠΙΣΚΕΨΕΙΣ					
2	Κάθε μέρα	12				
3	Μια φορά την εβδομάδα	7				
4	Σπάνια	6				
5						
6						
7	ΔΙΑΦΗΜΙΣΤΙΚΑ ΦΥΛΛΑΔΙΑ					
8	Πάντοτε	8				
9	Συχνά	6				
10	Σπάνια	11				
11						
12						
13	ΠΡΑΓΜΑΤΑ ΠΟΥ ΑΓΟΡΑΖΕΤΕ					
14	Ωμα τρόφιμα	5				
15	Υλικά καθαριότητας	3				
16	Έτοιμα φαγητά	5				
17	Ρούχα	4				
18	Μαγειρικά σκεύη	2				
19	Βιβλία - περιοδικά	6				
20						
21						





ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 8**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Το κυλικείο του σχολείου σας

Παιδιά, το κυλικείο του σχολείου είναι και αυτό ένα κατάστημα που πουλά διάφορα είδη. Ο άνθρωπος που έχει το κυλικείο είναι ένας πωλητής. Αγοράζει εμπορεύματα από τους παραγωγούς και τα πουλά στους μαθητές. Οι μαθητές, πάλι, είναι οι αγοραστές.

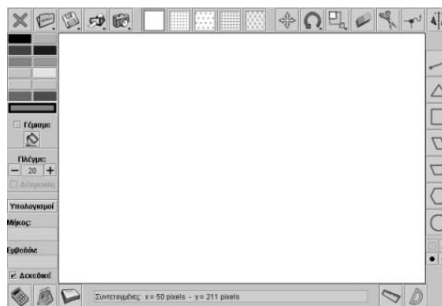
Ωστόσο, οι μαθητές δεν έχουν την ευκαιρία να κάνουν ΨαρωΜέΣκε. Θέλετε να τους βοηθήσουμε;

Σας προτείνουμε να κατασκευάσετε διαφημιστικά φυλλάδια για κάθε είδος που τίθεται προς πώληση στο κυλικείο του σχολείου σας.

Μια ομάδα μαθητών, με τη βοήθεια του δασκαλου σας και του πωλητή, θα αναλάβει να συντάξει το περιεχόμενο του διαφημιστικού φυλλαδίου. Για κάθε είδος θα πρέπει να αποφασίσουν:

- Το σχήμα του.
- Το λογότυπο του.
- Τη διαδρομή του.

Σχεδιάστε στο γεωπίνακα διάφορα σχήματα για τα είδη που πωλούνται στο κυλικείο. Στη συνέχεια τυπώστε τα σχήματα αυτά. Ο πωλητής, από τη μεριά του, μπορεί να σας μιλήσει για τη διαδρομή κάθε είδους.



Σημειώστε εδώ τι σχεδιάσατε και πώς:

ΑΓΟΡΕΣ**2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Χρησιμοποιήστε τα γνωστά γεωμετρικά σχήματα για να σχεδιάσετε σοκολάτες, τυρόπιτες και άλλα είδη.

Όσο για τη διαδρομή της τυρόπιτας, θα μάθετε ότι ξεκίνησε από ένα εργαστήριο που παρασκευάζει τυρόπιτες. Καλό θα είναι να σημειώσετε και τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και την ημερομηνία παρασκευής της.

ΘΕΜΑ: ΑΓΟΡΕΣ**1. Φύλλο εργασίας 9**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Έρευνα στη γειτονιά σας

Σε κάθε γειτονιά, παιδιά, υπάρχουν μικρά και μεγάλα καταστήματα που πουλούν διάφορα είδη. Τα καταστήματα αυτά επισκέπτονται οι αγοραστές της γειτονιάς για να αγοράσουν τα πράγματα που έχουν ανάγκη.

Με την παρακάτω διαδικασία θα διαπιστώσετε τις αγοραστικές συνήθειες των ανθρώπων της γειτονιάς σας.

Συλλογή δεδομένων

- Συζητήστε στην τάξη με το δάσκαλό σας τι ακριβώς θα ρωτήσετε τους αγοραστές.
- Στη συνέχεια αποφασίστε ποια παιδιά θα επισκεφτούν τα καταστήματα και πότε. Μην ξεχνάτε ότι πρέπει να έχετε μαζί σας κάποιους από τους γονείς σας ή το δάσκαλό σας.
- Ετοιμάστε ένα ερωτηματολόγιο στο οποίο θα σημειώνετε τις απαντήσεις των αγοραστών.
- Προσπαθήστε να ρωτήσετε διάφορους αγοραστές, ώστε να μπορέσετε να βγάλετε καλύτερα συμπεράσματα.

Η επόμενη εικόνα αποτελεί παράδειγμα ερωτημάτων, από τα οποία θα προκύψει αν οι γείτονές σας κάνουν ΨαΡωΜέΣκε όταν ψωνίζουν.

1. Πόσο συχνά αγοράζετε είδη διατροφής;

A) Καθημερινά B) Μια φορά την εβδομάδα Γ) Δύο φορές την εβδομάδα

Δ) Κάθε 15 ημέρες E) Μια φορά το μήνα

2) Πόσο χρόνο αφιερώνετε στις αγορές σας;

A) Λιγότερο από μισή ώρα B) Από μισή ως μια ώρα

Γ) Περισσότερο από μια ώρα

3) Πώς οργανώνετε τις αγορές σας;

A) Αγοράζω χωρίς κάποια έρευνα B) Συμβουλευόμαι τον κατάλογο

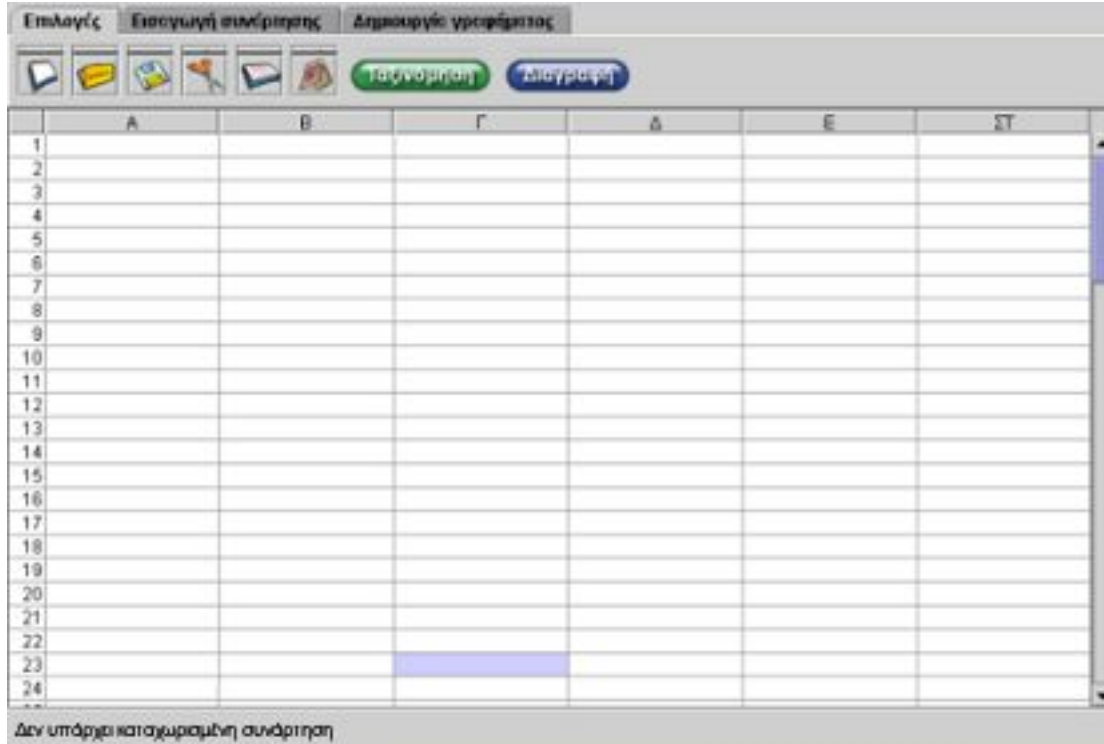
Γ) Ψάχνω ή ρωτάω τους φίλους μου Δ) Εμπιστεύομαι τα διαφημιστικά φυλλάδια

Επεξεργασία δεδομένων

Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα της σελίδας για να εισάγετε τις απαντήσεις των αγοραστών. Κατόπιν επεξεργαστείτε τα δεδομένα.

- Στην πρώτη στήλη του προγράμματος καταγράψτε τις απαντήσεις σε κάθε ερώτημα.
- Στη δεύτερη στήλη καταγράψτε το πλήθος των ανθρώπων που επέλεξαν την κάθε περίπτωση.
- Τέλος κάντε το ραβδόγραμμα με τα δεδομένα των δύο στηλών.

Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε σχετικά με τις αγοραστικές συνήθειες των ανθρώπων της γειτονιάς σας;

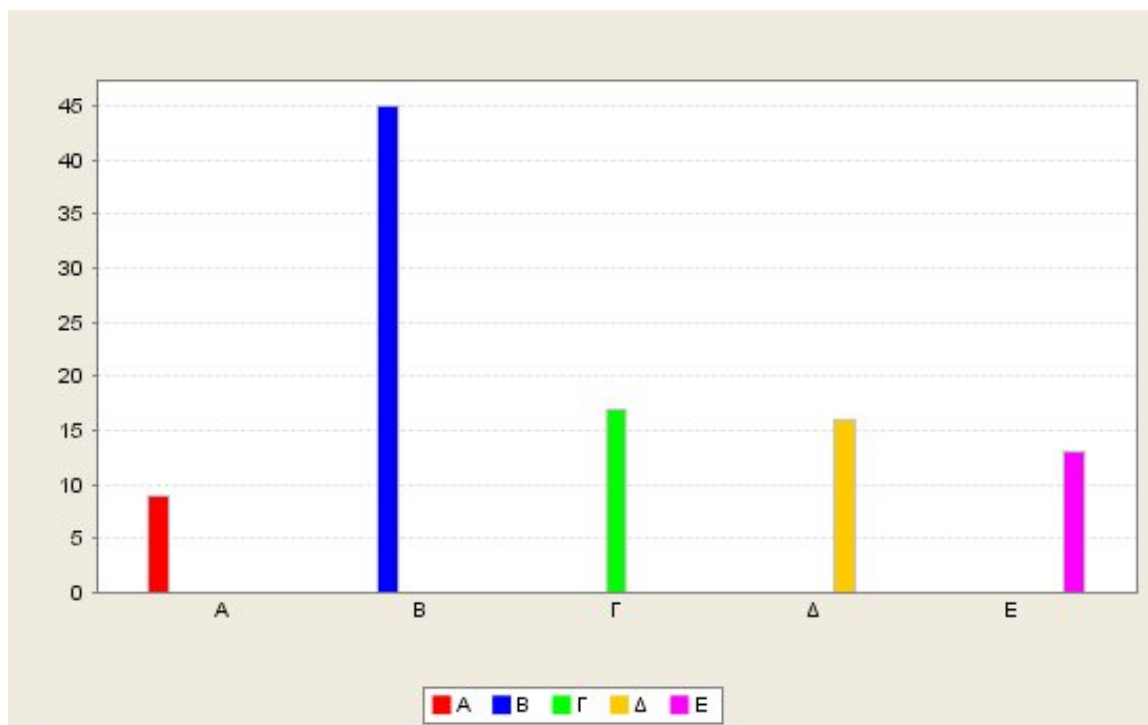


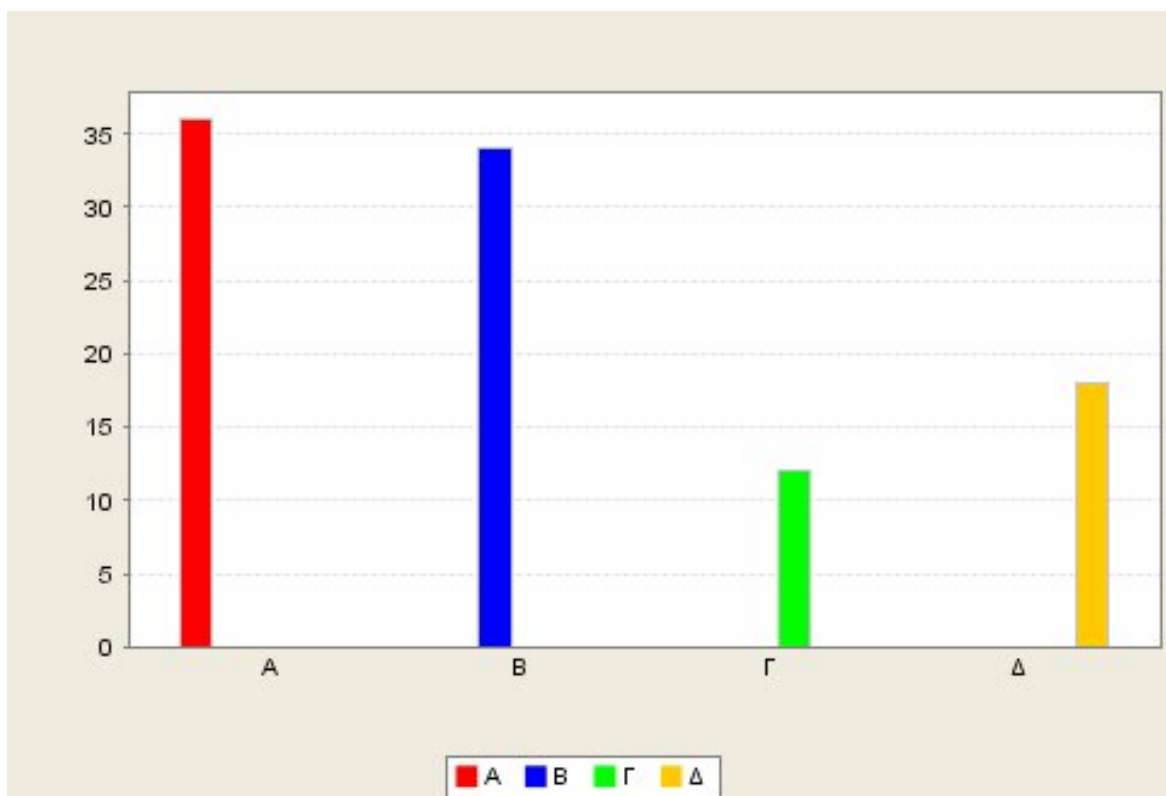
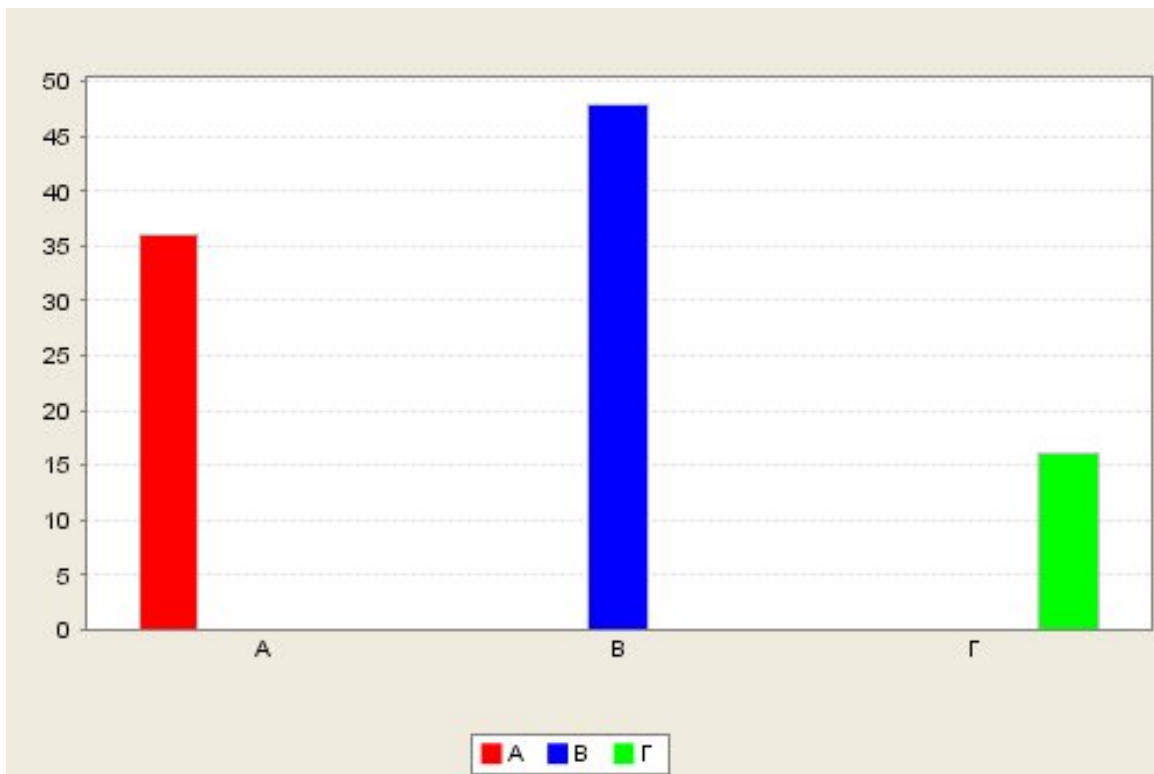
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΑΓΟΡΕΣ**2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Ένα παράδειγμα δίνεται στην επόμενη εικόνα.

		A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	Πόσο συχνά αγοράζετε τρόφιμα						
2	A		9				
3	B		45				
4	Γ		17				
5	Δ		16				
6	Ε		13				
7							
8	Πόσο χρόνο αφιερώνετε στις αγορές σας						
9	A		36				
10	B		48				
11	Γ		16				
12	Πώς οργανώνετε τις αγορές σας						
13	A		36				
14	B		34				
15	Γ		12				
16	Δ		18				
17							





ΘΕΜΑ: ΤΑΞΙΔΕΥΩ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ**1. Φύλλο εργασίας 1**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Ταξίδι σε μια περιφέρεια της Ελλάδας

Στόχος αυτής της εργασίας είναι να βοηθήσετε τη Μαίρη να αποφασίσει σε ποια περιφέρεια της Ελλάδας θα ταξιδέψει και στη συνέχεια να οργανώσει το ταξίδι της.

Σημειώστε την περιφέρεια της Ελλάδας που προτείνετε στη Μαίρη να ταξιδέψει και για ποιο λόγο.

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

Περιφέρεια Νομός	Πρωτεύουσα	Πληθυσμός πρωτεύουσας

Ποια διαδρομή προτείνετε στη Μαίρη να ακολουθήσει;

Συμπληρώστε ένα νέο πίνακα με τις αποστάσεις που πρέπει να διανύσει η Μαίρη, ταξιδεύοντας από τη μια πόλη στην άλλη, σύμφωνα με τη διαδρομή που της προτείνετε.

Από την πόλη	Στην πόλη	Απόσταση σε χλμ.
Συνολική απόσταση		

Τι απόσταση θα διανύσει η Μαίρη ακολουθώντας τη διαδρομή που της προτείνετε;

Είναι η πιο σύντομη;

Ποια εποχή προτείνετε στη Μαίρη να ταξιδέψει; Για ποιο λόγο;

Τι ρούχα ή άλλα χρήσιμα αξεσουάρ και αντικείμενα της προτείνετε να πάρει μαζί της;

ΘΕΜΑ: ΤΑΞΙΔΕΥΩ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ**1. Φύλλο εργασίας 2**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Επίσκεψη στα βυζαντινά μνημεία της Ελλάδας

Ο στόχος αυτής της εργασίας είναι να βοηθήσετε τη Μαίρη να αποφασίσει ποια βυζαντινά μνημεία της Ελλάδας θα επισκεφθεί και στη συνέχεια να οργανώσει την εκδρομή της.

Σημειώστε ποια βυζαντινά μνημεία της Ελλάδας προτείνετε στη Μαίρη να επισκεφθεί και για ποιο λόγο.

Γράψτε μερικές πληροφορίες για τα βυζαντινά αυτά μνημεία. Την εργασία αυτή μπορείτε να την γράψετε σε έναν κειμενογράφο, όπου θα ενσωματώσετε και φωτογραφίες των μνημείων.

Ποια διαδρομή θα ακολουθήσει η Μαίρη;

Τι απόσταση οδικώς θα διανύσει συνολικά η Μαίρη; Συμπληρώστε τον πίνακα με τις αποστάσεις που πρέπει να διανύσει η Μαίρη, ταξιδεύοντας από τη μία πόλη στην άλλη.

Από την πόλη	Στην πόλη	Απόσταση σε χλμ.
Συνολική απόσταση		

Πόσο χρόνο χρειάζεται η Μαίρη για να καλύψει την απόσταση αυτή;

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα. Θα πρέπει να σκεφτείτε, επίσης, αν η Μαίρη χρειαστεί να διανυκτερεύσει σε κάποια από τις πόλεις που θα περάσει. Υπολογίστε ΚΑΙ το χρόνο που θα χρειαστεί αν χρησιμοποιήσει πλοίο ή αεροπλάνο.

Από την πόλη	Στην πόλη	Χρόνος μετακίνησης	Διανυκτέρευση Ναι ή Όχι
Συνολικός χρόνος			

Υπολογίστε πόσο θα κοστίσει η εκδρομή της Μαίρης.

Μετακίνηση οδικώς (Σημείο εκκίνησης – προορισμός)	Απόσταση σε χλμ.	κόστος
Μετακίνηση με αεροπλάνο ή πλοίο (Σημείο εκκίνησης – προορισμός)		
Διανυκτέρευση (πόλη)		
Συνολικό κόστος		

Υπολογίστε πόσο θα κοστίζει η εκδρομή της Μαίρης και των δύο φίλων της. Σκεφτείτε ποια έξοδα αυξάνονται και ποια παραμένουν ίδια.

Μετακίνηση οδικώς (Σημείο εκκίνησης – προορισμός)	Απόσταση σε χλμ.	Κόστος για ένα άτομο	Κόστος για τρία άτομα
Μετακίνηση με αεροπλάνο ή πλοίο (Σημείο εκκίνησης – προορισμός)			
Διανυκτέρευση (πόλη)			
Συνολικό κόστος			

ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ**1. Φύλλο εργασίας 1**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Ο πληθυσμός της Ελλάδας

A) Πόσος ήταν ο συνολικός πληθυσμός της Ελλάδας το 2001; Τι πυκνότητα είχε ο πληθυσμός της;

B) Ποιοι ήταν περισσότεροι το 2001; Οι άντρες ή οι γυναίκες;

Γ) Τι «ηλικία» έχει ο πληθυσμός της Ελλάδας;

Φτιάξτε έναν πίνακα με τον πληθυσμό της Ελλάδας ταξινομημένο ανά ηλικία. Χρησιμοποιήστε κατηγορίες ηλικιών ανά δεκαετία: από 0 έως 9, από 10 έως 19, από 20 έως 29, από 30 έως 39 κ.λ.π.

Η Ελλάδα έχει περισσότερα παιδιά και νέους ή ενήλικες και ηλικιωμένους;

ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ**1. Φύλλο εργασίας 2**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Ο πληθυσμός στις περιφέρειες της χώρας

A) Ποιος ήταν ο πληθυσμός στις διαφορετικές περιφέρειες της Ελλάδας το 2001;

Ποια περιφέρεια είχε το μεγαλύτερο και ποια το μικρότερο πληθυσμό;

Ποια περιφέρεια είχε τη μεγαλύτερη και ποια τη μικρότερη πυκνότητα;

B) Τι ποσοστό παιδιών έως πέντε ετών έχει κάθε περιφέρεια της Ελλάδας;

Ποια περιφέρεια της Ελλάδας έχει το μεγαλύτερο ποσοστό παιδιών και ποια το μικρότερο;

Γ) Τι πληθυσμό έχουν οι πρωτεύουσες των νομών της περιφέρειάς σας;

Φτιάξτε έναν πίνακα με τις πρωτεύουσες των νομών και τον πληθυσμό τους, ξεκινώντας από αυτόν που έχει το μεγαλύτερο πληθυσμό.

Ποια πόλη είχε το μεγαλύτερο και ποια το μικρότερο πληθυσμό;

ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ**1. Φύλλο εργασίας 3**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Η μεταβολή του πληθυσμού

A) Πόσος ήταν ο συνολικός πληθυσμός της Ελλάδας το 1991;

Συγκρίνετέ τον με τον πληθυσμό που είχε η Ελλάδα το 2001.

Αυξήθηκε ή μειώθηκε ο πληθυσμός της; Πόσο;

Πόσο αυξήθηκε ή μειώθηκε ο πληθυσμός στις διαφορετικές περιφέρειες της Ελλάδας;

Σε ποια περιφέρεια αυξήθηκε περισσότερο και σε ποια μειώθηκε περισσότερο;

B) Ποιο ήταν το ποσοστό των παιδιών έως πέντε ετών στην Ελλάδα το 1991;

Συγκρίνετέ το με το ποσοστό των παιδιών έως πέντε ετών το 2001.

Τι ποσοστό αυτό αυξήθηκε ή μειώθηκε; Πόσο;

Φτιάξτε έναν πίνακα με το ποσοστό των παιδιών έως πέντε ετών το 1991 και το 2001 στις διαφορετικές περιφέρειες.

Σε ποιους νομούς αυξήθηκε και σε ποιους μειώθηκε το ποσοστό των παιδιών;

Σε ποια περιφέρεια αυξήθηκε περισσότερο;

Σε ποια περιφέρεια μειώθηκε περισσότερο;

ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟ ΧΩΡΟ ΠΟΥ ΖΩ**1. Φύλλο εργασίας 1**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

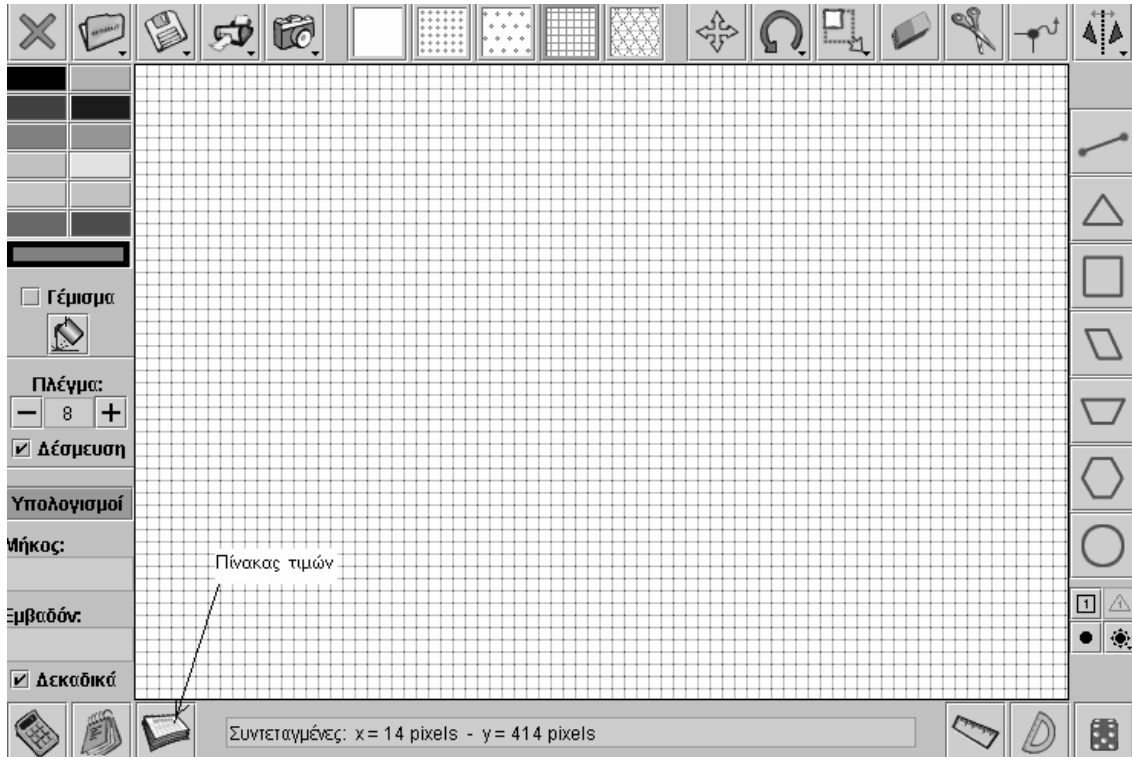
Σχεδιάστε την πρόσοψη του σχολείου της Μαίρης

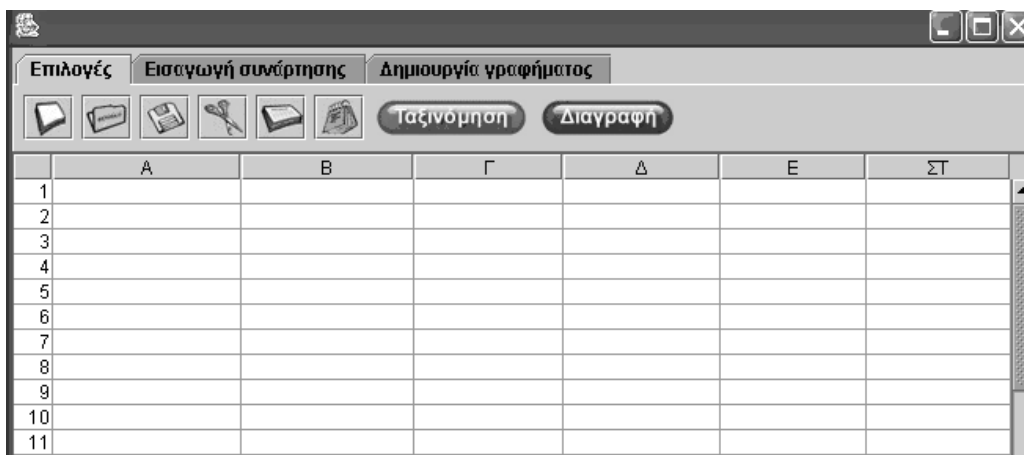
Στόχος της εργασίας αυτής είναι να σχεδιάσετε την πρόσοψη, καθώς και το πίσω μέρος του σχολείου της Μαίρης, λαμβάνοντας υπόψη σας ότι το μήκος της πρόσοψης είναι 21 μέτρα και το ύψος του σχολείου είναι 16 μέτρα. Στο συγκεκριμένο φύλλο εργασίας θα μπορούσατε να κάνετε τα σχέδια χρησιμοποιώντας το «Γεωπίνακα». Θα σας βοηθούσε, επίσης, να έχετε μπροστά σας τη φωτογραφία με την πρόσοψη του σχολείου. Στις πληροφορίες θα βρείτε τη σχετική φωτογραφία, την οποία στη συνέχεια μπορείτε να εκτυπώσετε.

Παρατηρήστε μαζί με τους συμμαθητές σας την πρόσοψη του σχολείου.

Ποια γεωμετρικά σχήματα αναγνωρίζετε στην πρόσοψη;

Ανοίξτε το γεωπίνακα. Βρείτε το κουμπί για τον «Πίνακα τιμών».



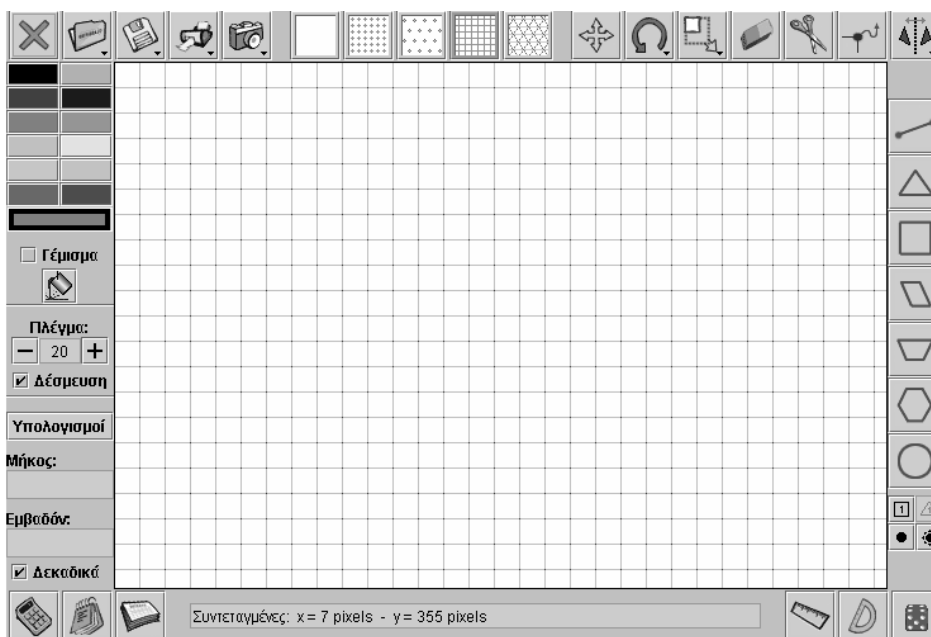


Αφού εξετάσετε τη φωτογραφία, συμπληρώστε την πρώτη στήλη του πίνακα με τα μέρη της πρόσοψης και τη δεύτερη με το όνομα του γεωμετρικού σχήματος που αντιστοιχεί σε κάθε μέρος. Για παράδειγμα, μπορείτε να γράψετε στην πρώτη στήλη «παράθυρο» και στη δεύτερη «ορθογώνιο παραλληλόγραμμο». Ανακαλύψτε όλα τα γεωμετρικά σχήματα που την αποτελούν. Προσέξτε, επίσης, τα γεωμετρικά σχήματα που έχουν κρυφτεί μέσα σε άλλα. Για παράδειγμα, ένα παράθυρο σε σχήμα παραλληλόγραμμου μπορεί να κρύβει μικρότερα παραλληλόγραμμο ή τετράγωνα.

Στη δεύτερη στήλη συμπληρώστε το όνομα του γεωμετρικού σχήματος που αντιστοιχεί σε κάθε μέρος της πρόσοψης.

Σημειώστε πόσα τετράγωνα και πόσα ορθογώνια παραλληλόγραμμο ανακαλύψατε.

Σχεδιάστε τις πλαϊνές όψεις, έχοντας υπόψη σας ότι το πλάτος του σχολείου είναι 5 μέτρα. Στις πλαϊνές πλευρές δεν υπάρχουν παράθυρα.



Σχεδιάστε κάθε γεωμετρικό σχήμα ξεχωριστά πάνω στο τετραγωνικό πλέγμα. Εφόσον οι πλαϊνές πλευρές είναι ίδιες μεταξύ τους, δε χρειάζεται να τις ζωγραφίσετε δύο φορές.

ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟ ΧΩΡΟ ΠΟΥ ΖΩ**1. Φύλλο εργασίας 2**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Βάψτε τους τοίχους του σχολείου

Στόχος της εργασίας αυτής είναι να βοηθήσετε τη Μαίρη να βάψει τους τοίχους του σχολείου της. Το συγκεκριμένο φύλλο εργασίας θα μπορέσετε να σημειώσετε τα υλικά που θα χρειαστείτε και να υπολογίσετε το κόστος της ανακαίνισης, χρησιμοποιώντας το «Γεωπίνακα» και τον «Πίνακα τιμών».

Υπολογίστε πόσο χρώμα θα χρειαστείτε, αν με ένα κιλό χρώμα μπορείτε να βάψετε επιφάνεια που αντιστοιχεί σε 16 τετραγωνάκια πλέγματος. Επίσης, σημειώστε πόσα τετραγωνάκια του τοίχου θα βάψετε.

Για να βρείτε πιο εύκολα από πόσα τετραγωνάκια αποτελείται ο τοίχος της πρόσοψης, χωρίστε τη σε μικρότερα σχήματα. Υπολογίστε τα τετραγωνάκια στις επιμέρους επιφάνειες και κατόπιν στη συνολική επιφάνεια. Κάντε τους υπολογισμούς σας και σημειώστε τα αποτελέσματα στον «Πίνακα τιμών». Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και την αριθμομηχανή.

Σημειώστε πόσα τετραγωνάκια του τοίχου θα βάψετε εδώ.

1. Υπολογίστε πόσα κιλά χρώμα θα χρειαστείτε

Με ένα κιλό χρώμα μπορείτε να βάψετε επιφάνεια που αντιστοιχεί σε 16 τετραγωνάκια πλέγματος. Υπολογίστε πόσα κιλά χρώμα θα χρειαστείτε υπολογίστε πόσα κιλά χρώμα θα χρειαστείτε συνολικά για όσα τετραγωνάκια πλέγματος καλύπτει ο τοίχος της πρόσοψης. Κάντε τους υπολογισμούς σας στον «Πίνακα τιμών». Λάβετε υπόψη σας ότι πρέπει να αγοράσετε ολόκληρα κουτιά χρώματος, ενώ μπορεί και να περισσέψει χρώμα.

2. Υπολογίστε πόσο θα κοστίσει η αγορά του χρώματος

	A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ
1	τετραγωνάκια	κιλά χρώμα				
2	16	1				
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						

Από τον τιμοκατάλογο των χρωμάτων αποφασίστε την ποιότητα χρώματος που θα αγοράσετε. Ανάλογα με τη συσκευασία στην οποία πωλείται, υπολογίστε πόσα κουτιά χρώματος θα αγοράσετε και πόσο θα κοστίσουν.

Μπορείτε και εδώ να χρησιμοποιήσετε τον «Πίνακα τιμών». Συμπληρώστε στη δεύτερη στήλη πόσα κιλά περιέχει κάθε κουτί και στην τρίτη στήλη πόσο κοστίζει. Στην από κάτω γραμμή υπολογίστε το συνολικό τους κόστος.

Επιλογές					
Εισαγωγή συνάρτησης					
Δημιουργία γραφήματος					
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> Ταξινόμηση Διαγραφή </div>					
	Α	Β	Γ	Δ	Ε
1	κουτιά	ποσότητα	κόστος		
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

3. Υπολογίστε το κόστος εργασίας

Ο τεχνίτης που θα βάψει την πρόσοψη πληρώνεται ανάλογα με τις διαστάσεις τις επιφάνειας που θα βάψει. Μπορείτε να ενημερωθείτε σχετικά με τις τιμές χρέωσης από τις πληροφορίες.

Στον τιμοκατάλογο εργασίας για τη βαφή κτηρίου θα βρείτε το σχετικό τιμοκατάλογο του τεχνίτη. Υπολογίστε σύμφωνα με την επιφάνεια της πρόσοψης πόσο θα κοστίσει η εργασία.

ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΩ ΤΟ ΧΩΡΟ ΠΟΥ ΖΩ**1. Φύλλο εργασίας 3**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Αλλάξτε τα κάγκελα της αυλής

Στόχος της εργασίας αυτής είναι να βοηθήσετε τη Μαίρη να αλλάξει τα κάγκελα της αυλής του σχολείου της.

Το συγκεκριμένο φύλλο εργασίας θα μπορέσετε να σημειώσετε τα υλικά που θα χρειαστείτε και να υπολογίσετε το κόστος της εργασίας, χρησιμοποιώντας το «Γεωπίνακα» και τον «Πίνακα τιμών».

Επιλέξτε από τον κατάλογο τα κάγκελα που πιστεύετε ότι χρησιμοποιηθούν.

Υπολογίστε πρώτα πόσο θα κοστίσει η αγορά τους.

Μπορείτε να ενημερωθείτε σχετικά με τα είδη των κάγκελων, τις διαστάσεις και τις τιμές τους από στις πληροφορίες. Εξετάστε τι είδους κάγκελα χρειάζεστε.

Υπολογίστε το κόστος της τοποθέτησής τους.

Μπορείτε να ενημερωθείτε σχετικά με το κόστος αγοράς και τοποθέτησης κάγκελων από τις πληροφορίες.

Υπολογίστε το κόστος για την αγορά και την τοποθέτησή τους.

ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ**1. Φύλλο εργασίας 1**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Μάθετε τα σήματα

Στη ιστοσελίδα του υπουργείου Δημόσιας Τάξης μπορείτε να αντλήσετε πληροφορίες σχετικά με τα σήματα του ΚΟΚ. Δηλαδή, για τις πινακίδες και τα φανάρια που συναντάμε στους δρόμους.

Επιλέξτε την παρακάτω ιστοσελίδα του υπουργείου και στη σελίδα που θα εμφανιστεί επιλέξτε: «Τροχαία», «Οδικά σήματα» και στη συνέχεια «Πινακίδες ρύθμισης της κυκλοφορίας»: <http://www.ydt.gr/main/>

Τι χαρακτηριστικό έχουν αυτές οι πινακίδες;

Δείτε την παρακάτω εικόνα. Όταν ο ποδηλάτης συναντά αυτή την πινακίδα, καταλαβαίνει ότι απαγορεύεται να κινηθεί με το ποδήλατό του σε στο συγκεκριμένο δρόμο.



Απαγορεύεται η είσοδος στα ποδήλατα

Επιλέξτε το κουμπι «Έναρξη» του παρακάτω βίντεο.

Τι πρέπει να κάνει ο ποδηλάτης στην παρακάτω εικόνα;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Ο ποδηλάτης κινείται σε δρόμο όπου απαγορεύεται η κίνηση των ποδηλάτων. Πρέπει, λοιπόν, να σταματήσει να κινείται με το ποδήλατό του, διότι κινδυνεύει να του συμβεί κάποιο ατύχημα.

ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ**1. Φύλλο εργασίας 2**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Σχεδιάστε διάφορα σήματα

Μπορείτε στο γεωπίνακα να σχεδιάσετε τα σήματα της παρακάτω εικόνας;

Επιλέξτε στο γεωπίνακα να έχετε τετράγωνο πλέγμα μεγέθους 20 για να σχεδιάσετε κάθε σήμα.



(P-1)

Υποχρεωτική παραχώρηση προτεραιότητας



(P-40)

Απαγορεύεται η στάση και η στάθμευση



(Π-49)

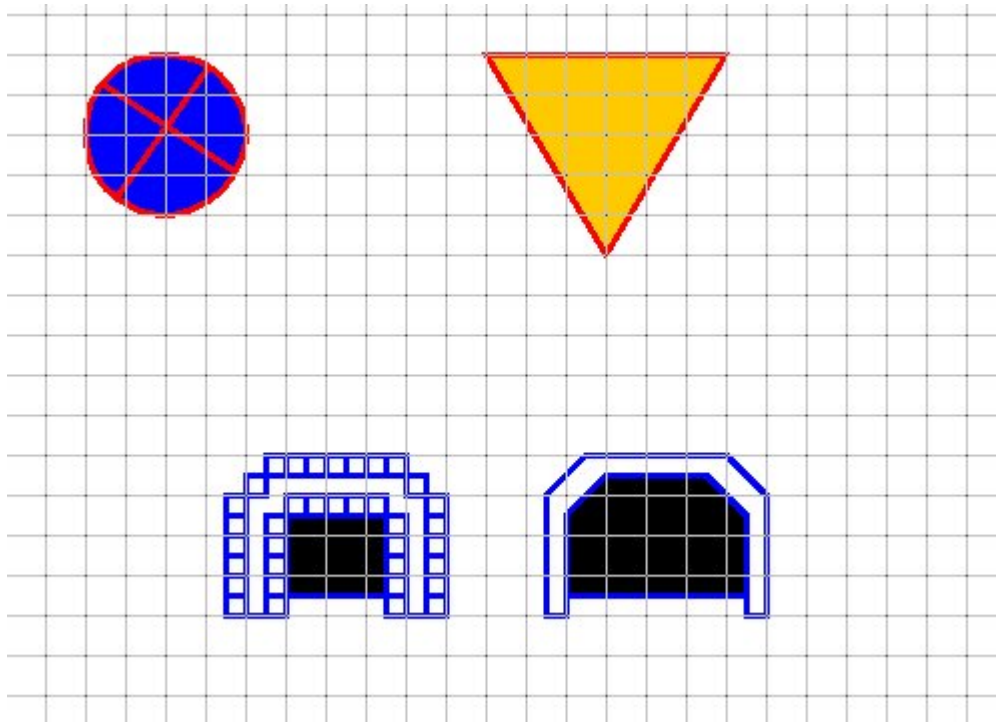
Σήραγγα

Σημειώστε τον τρόπο που εργαστήκατε εδώ:

ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μερικές ιδέες για τη σχεδίαση θα βρείτε στην παρακάτω εικόνα. Για κάθε σήμα μπορείτε να επιλέγετε το μέγεθος του πλέγματος που επιθυμείτε.



ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

1. Φύλλο εργασίας 3

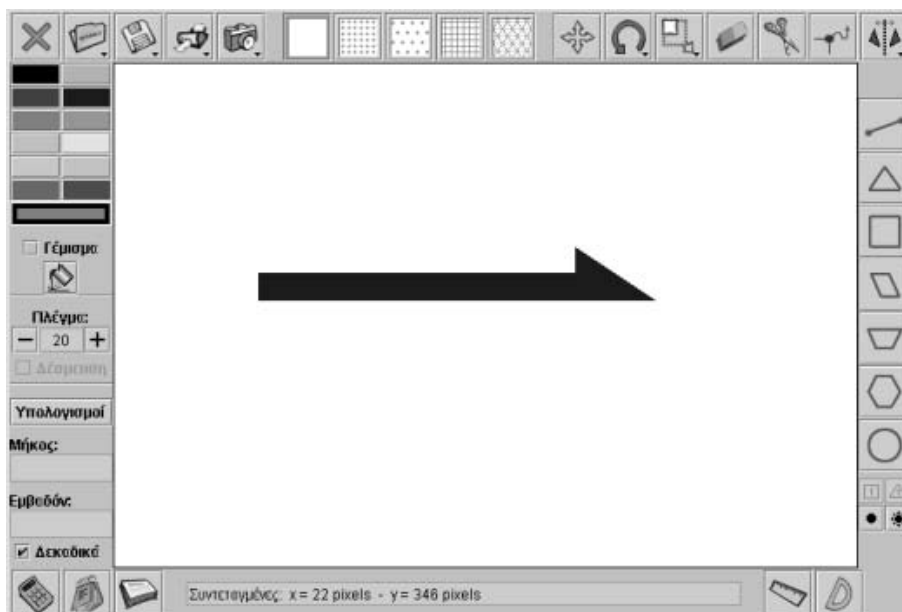
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιο σήμα είναι;

Η παρακάτω εικόνα δείχνει το μισό σήμα.

Μπορείτε εσείς να εμφανίσετε και το υπόλοιπο;

Γνωρίζετε για ποιο σήμα πρόκειται; Τι κάνουν οι οδηγοί όταν το συναντούν;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Η παρακάτω εικόνα δείχνει όλο το σήμα.

Μπορείτε να εμφανίσετε το υπόλοιπο σήμα στο γεωπίνακα, αν χρησιμοποιήσετε το εργαλείο «Κατοπτρισμός σήματος ως προς άξονα συμμετρίας». Επιλέξτε τον κατάλληλο άξονα συμμετρίας για να εμφανίσετε το υπόλοιπο σήμα.



Στη σελίδα του υπουργείου Δημόσιας Τάξης μπορείτε να αντλήσετε πληροφορίες σχετικά με το σήμα της εικόνας. Όταν σε ένα δρόμο υπάρχει πινακίδα με το σήμα αυτό, οι οδηγοί γνωρίζουν ότι ο δρόμος που απεικονίζεται είναι μιας μόνο κατεύθυνσης (μονόδρομος).

<http://www.ydt.gr/main/>

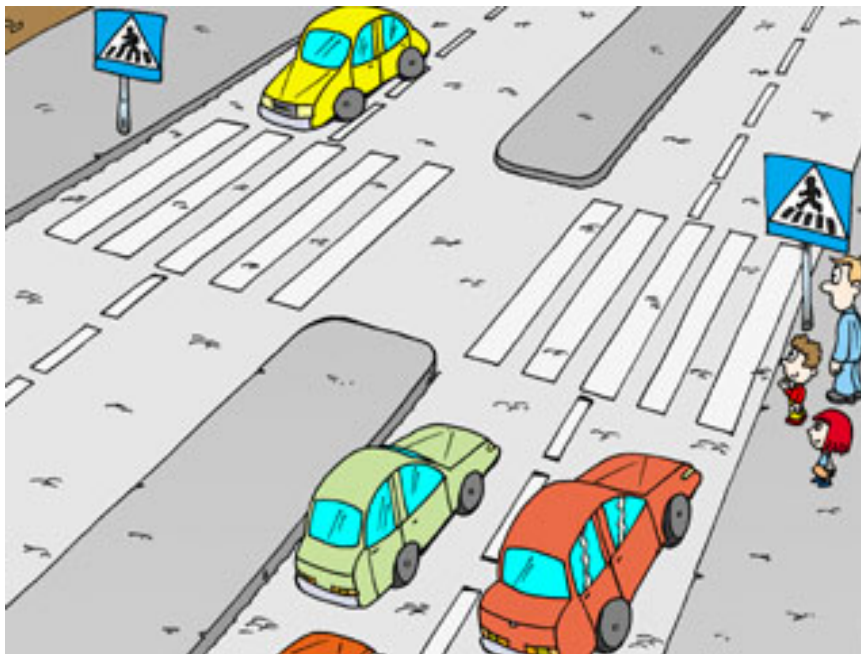
ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ**1. Φύλλο εργασίας 4**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ποιος πρέπει να κινηθεί πρώτος;

Η παρακάτω εικόνα δείχνει τη στιγμή που τα αυτοκίνητα και οι πεζοί έχουν σταματήσει.

Ποιος πρέπει να ξεκινήσει να κινείται πρώτος;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Τα αυτοκίνητα, μόλις φτάσουν στη διάβαση των πεζών, θα πρέπει να σταματήσουν και να περιμένουν να περάσουν οι πεζοί.

Οι πεζοί, προτού ξεκινήσουν να διασχίσουν το δρόμο, θα πρέπει να περιμένουν να σταματήσουν τα αυτοκίνητα.

Τώρα που σταμάτησαν τα αυτοκίνητα, μπορούν οι πεζοί να διασχίσουν το δρόμο.

ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ**1. Φύλλο εργασίας 5**

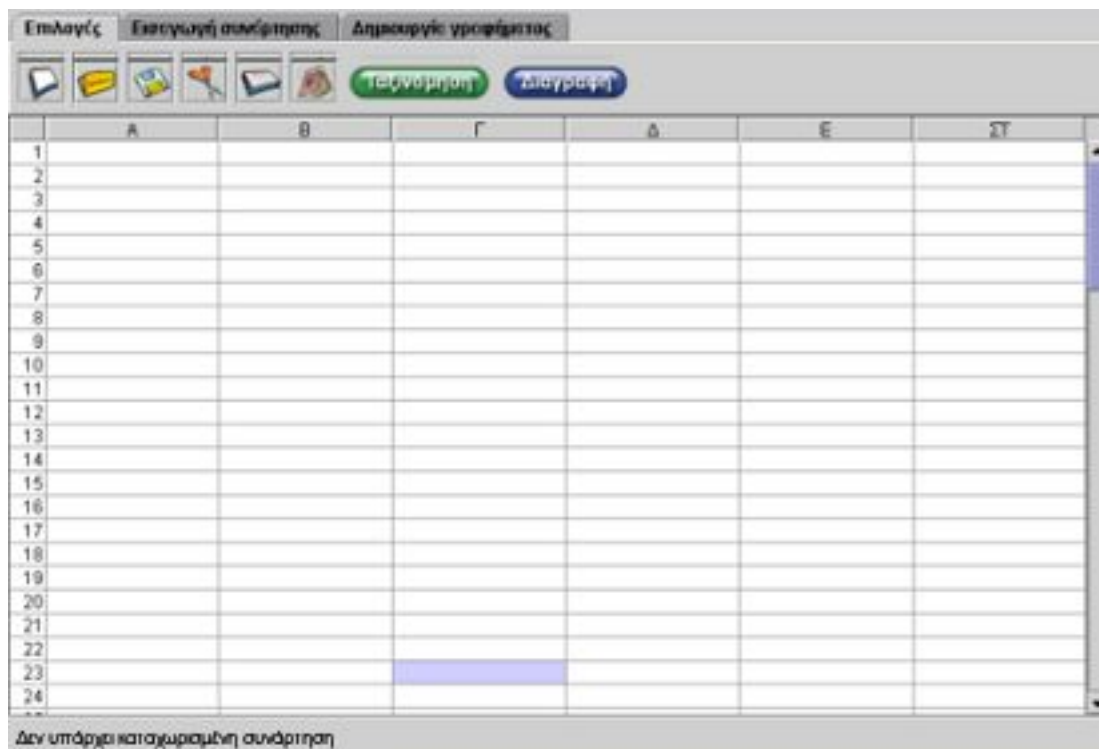
Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσα αυτοκίνητα κινούνται;

Παιδιά, στο βίντεο που ακολουθεί επιλέξτε το κουμπί «Έναρξη» και παρατηρήστε τα αυτοκίνητα που πλησιάζουν.

Πόσα από τα αυτοκίνητα είναι επιβατικά; Πόσα φορτηγά και πόσα μοτοποδήλατα;

Μπορείτε να κάνετε ένα ραβδόγραμμα με το πρόγραμμα της σελίδας;

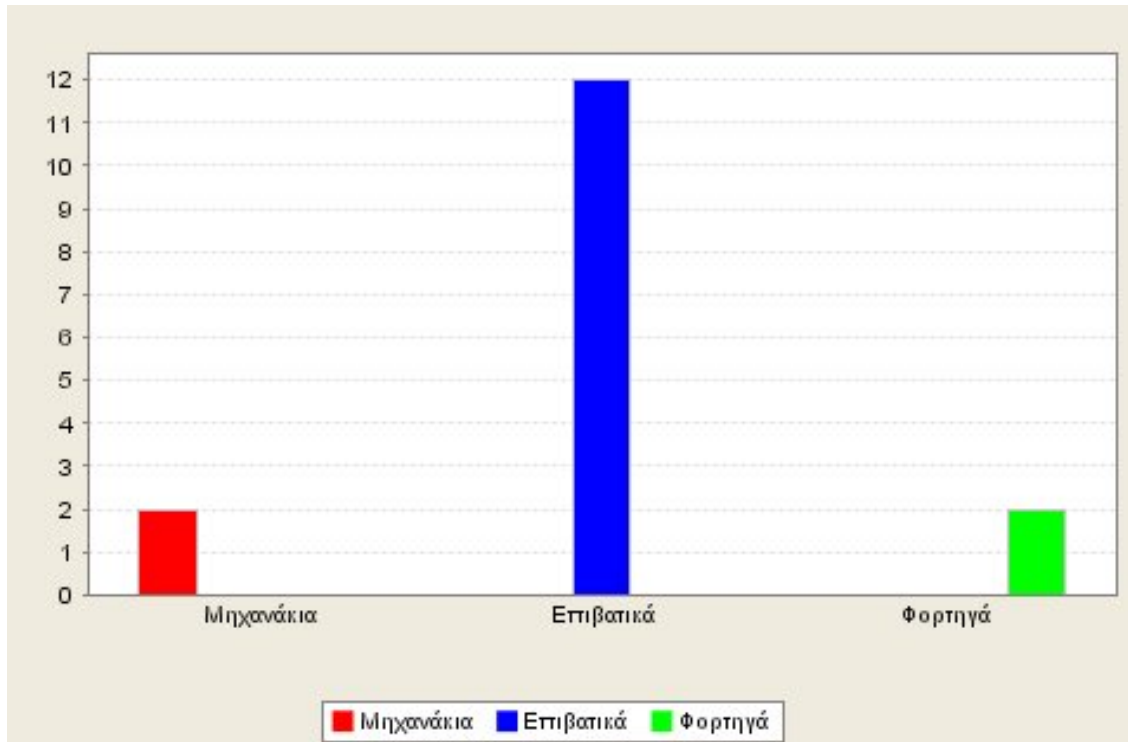


Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην παρακάτω εικόνα δίνεται το σχετικό ραβδόγραμμα των τριών ειδών οχημάτων.



ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ**1. Φύλλο εργασίας 6**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Ατυχήματα στους δρόμους

Στην παρακάτω διεύθυνση του υπουργείου Δημόσιας Τάξης μπορείτε να αντλήσετε πολλές πληροφορίες για τις παραβάσεις του Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας, καθώς και για ατυχήματα στους δρόμους και στα πεζοδρόμια.

<http://www.ydt.gr/main/>

Η παρακάτω εικόνα προέρχεται από τη συγκεκριμένη πηγή και παρουσιάζει τα ατυχήματα με σχολικά λεωφορεία τα προηγούμενα χρόνια.

	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	8ΜΗΝΟ 2003
ΘΑΝΑΤΗΦΟΡΑ	-	-	-	1	-	0	0	1
ΣΟΒΑΡΑ	1	1	-	3	2	0	1	1
ΕΛΑΦΡΑ	16	18	17	20	10	25	21	6
ΣΥΝΟΛΟ	17	19	17	24	12	25	22	8

Μπορείτε να κάνετε το σχετικό ραβδόγραμμα των δεδομένων και να συζητήσετε στην τάξη σας για αυτά τα ατυχήματα;

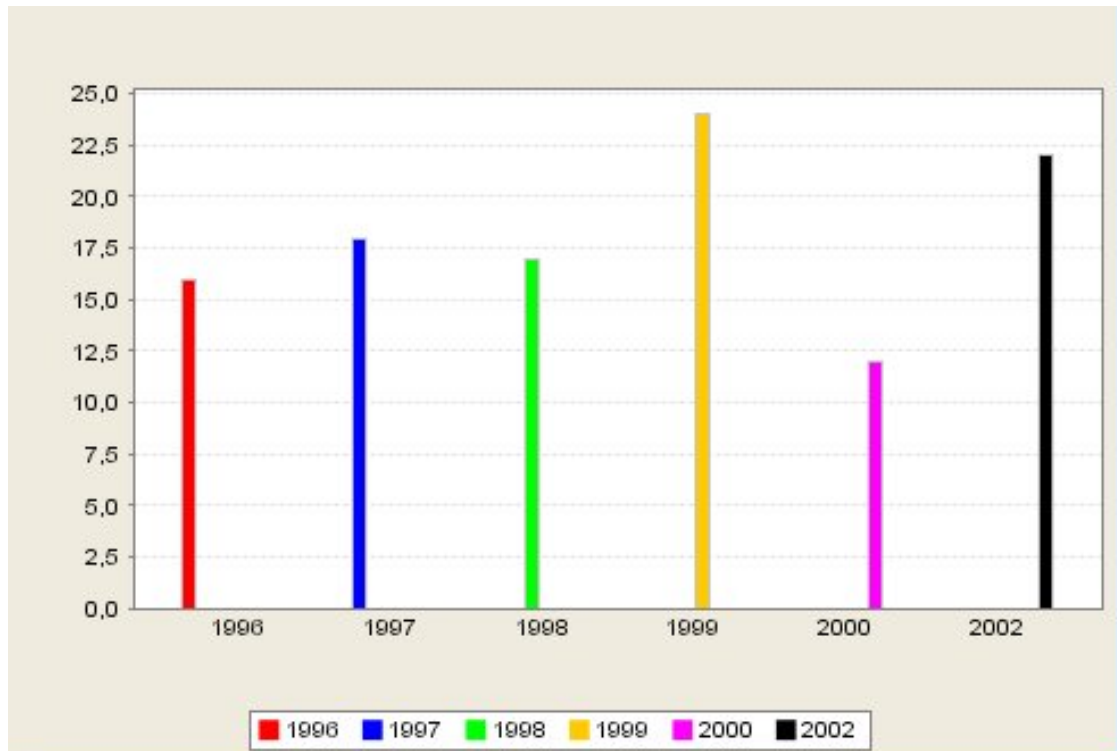
Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στην πρώτη στήλη πληκτρολογήστε τα έτη από το 1996 έως το 2002. Στα κελιά της επόμενης στήλης πληκτρολογήστε τα ελαφριά ατυχήματα.

Στην παρακάτω εικόνα δίνεται το σχετικό ραβδόγραμμα των ατυχημάτων.



ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ**1. Φύλλο εργασίας 7**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

Κανόνες ασφαλούς κυκλοφορίας των παιδιών

Παιδιά, πρέπει όλοι να γνωρίζουμε πώς να κινούμαστε με ασφάλεια στους δρόμους και στα πεζοδρόμια. Έτσι, κινδυνεύουμε πολύ λιγότερο να έχουμε κάποιο ατύχημα.

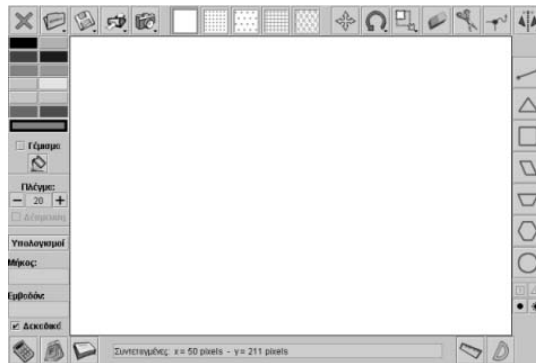
Με τη δραστηριότητα που σας προτείνεται εδώ θα έχετε την ευκαιρία να μάθετε περισσότερα για την ασφαλή κυκλοφορία των παιδιών.

Αν συμφωνείτε λοιπόν, τότε, σε συνεννόηση με το δάσκαλό σας, αφιερώσετε λίγο χρόνο και συζητήστε στην τάξη σχετικά με την ασφαλή κυκλοφορία των παιδιών. Ανταλλάξτε ιδέες, μάθετε τι κάνουν τα παιδιά άλλων σχολείων και στο τέλος όλοι μαζί γράψτε ωραία μηνύματα για τους πεζούς μαθητές και τους οδηγούς αυτοκινήτων.

Δημιουργήστε φυλλάδια και πινακίδες με τα μηνύματα και μοιράστε τα.

Με τη βοήθεια του δασκάλου σας τοποθετήστε κάθε πινακίδα σε κατάλληλα σημεία στο προαύλιο του σχολείου, αλλά και στους γύρω δρόμους. Επιλέξτε την κατάλληλη πινακίδα για το κατάλληλο σημείο, ώστε να γίνεται αντιληπτή από όλους τους μαθητές και τους οδηγούς.

Τα μηνύματα μοιράστε τα στους γονείς σας και στους οδηγούς που διέρχονται έξω από το σχολείο. Μαζί με το δάσκαλό σας διαλέξτε το κατάλληλο σημείο και αρχίστε τη διανομή.



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Χρησιμοποιήστε το γεωπίνακα για να σχεδιάσετε το κατάλληλο σήμα για κάθε μήνυμα. Στη συνέχεια τυπώστε το σχήμα και δίπλα του γράψτε το αντίστοιχο μήνυμα.

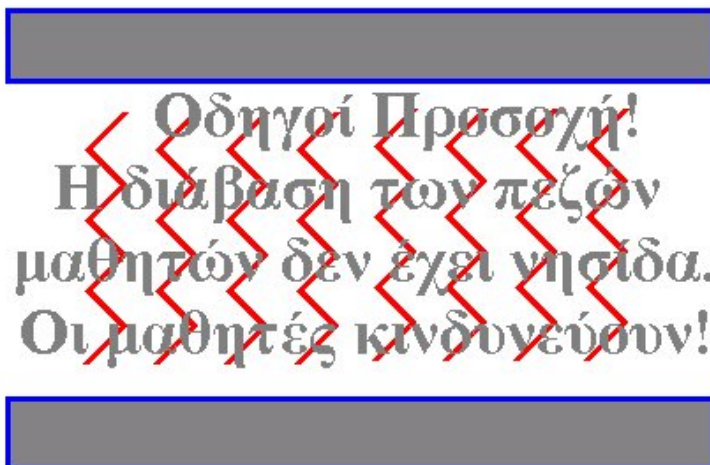
Στην παρακάτω ιστοσελίδα μπορείτε να αντλήσετε μερικές ιδέες για την ασφαλή οδήγηση: <http://www.1-life.info/guide/greek/01/main.htm>

Μία από αυτές έχει ως εξής:

Η διάβαση των πεζών είναι επικίνδυνη, όταν ο δρόμος έχει μεγάλο πλάτος και δεν υπάρχει στη μέση νησίδα.

Συνεπώς, οι πεζοί είναι υποχρεωμένοι να διανύσουν μια μεγάλη διαδρομή, προκειμένου να περάσουν από τη μία πλευρά του δρόμου στην άλλη. Γι' αυτό και κινδυνεύουν περισσότερο.

Στην παρακάτω εικόνα δίνεται μια ιδέα για την κατασκευή φυλλαδίου.



ΘΕΜΑ: ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ**1. Φύλλο εργασίας 8**

Όνοματεπώνυμο μαθητών:

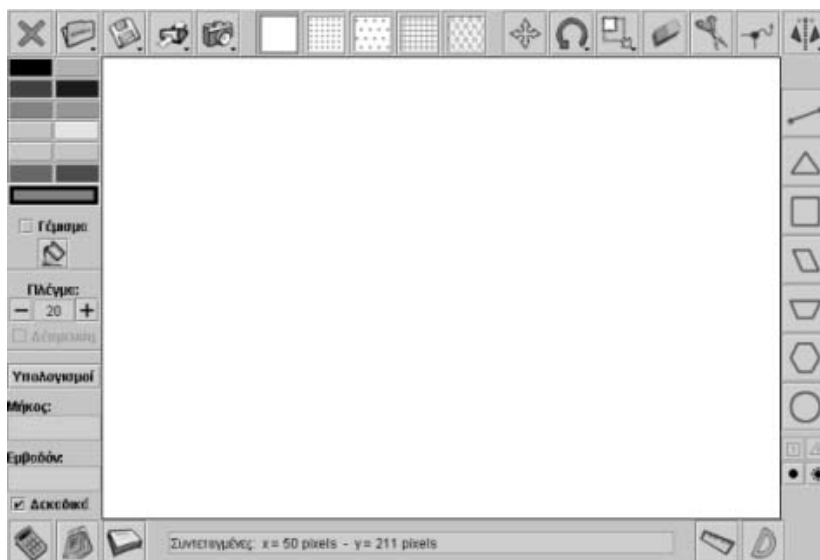
Από το σπίτι στο σχολείο

Παιδιά, κάθε πρωί ξεκινάτε για το σχολείο. Άλλοι πάτε στο σχολείο με το αυτοκίνητο, άλλοι με το λεωφορείο και άλλοι με τα πόδια. Όλοι, όμως, πρέπει να προσέχετε, όταν κινήστε στους δρόμους. Ωστόσο, όσοι περπατάτε θα πρέπει να προσέχετε περισσότερο. Έτσι, δε θα κινδυνεύετε να πάθετε κάποιο ατύχημα.

Σε αυτή τη δραστηριότητα σας προτείνονται τα εξής: Με τη βοήθεια ενός εκ των γονιών σας ή του δασκάλου σας αναζητήστε την πιο ασφαλή διαδρομή από το σπίτι στο σχολείο.

- Κάντε ένα σχήμα της διαδρομής στο γεωπίνακα και σημειώστε τα σημεία με το μεγαλύτερο κίνδυνο.
- Φτιάξτε πινακίδες με μηνύματα για τους πεζούς μαθητές, τις οποίες θα τοποθετήσετε στα σημεία που πρέπει.

Χρησιμοποιήστε το γεωπίνακα για να σχεδιάσετε τα σήματά σας.



ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗ ΑΓΩΓΗ

2. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Παραδείγματα επικίνδυνων σημείων στους δρόμους:

- Μία διάβαση πεζών μεγάλου μήκους, χωρίς νησίδα πεζών στη μέση.
- Μία διάβαση πεζών που βρίσκεται πολύ μακριά από το μέρος από όπου θέλετε να διασχίσετε το δρόμο και έτσι αναγκάζεστε να κάνετε παράκαμψη.
- Όταν θέλετε να διασχίσετε το δρόμο, αλλά οι οδηγοί δεν μπορούν να σας διακρίνουν, εξαιτίας των σταθμευμένων αυτοκινήτων πολύ κοντά στη διάβαση των πεζών.
- Όταν θέλετε να περπατήσετε στο πεζοδρόμιο, όπου πολύ συχνά οι οδηγοί παρκάρουν τα αυτοκίνητά τους.

Στην παρακάτω διεύθυνση θα βρείτε και άλλες ιδέες για το σχεδιασμό της ασφαλούς διαδρομής από το σπίτι στο σχολείο:

<http://www.1-life.info/guide/greek/01/main.htm>

Ομάδα δημιουργίας	Κώστας Γαβρίλης, Εκπαιδευτικός Αγάπη Βαβουράκη, Εκπαιδευτικός Σπύρος Γκούμας, Μαθηματικός Αγγελική Δημητρακοπούλου, Επίκουρη Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Αιγαίου
Κριτές	Θεοδόσιος Ζαχαριάδης, Αναπληρωτής Καθηγητής του Πανεπιστημίου Αθηνών Κωνσταντίνος Αρβανίτης, Επίκουρος Καθηγητής του Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών Δημήτριος Ζυμπίδης, Εκπαιδευτικός
Υπεύθυνος μαθήματος	Γεώργιος Τύπας, Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
Υπεύθυνος υποέργου	Θεόδωρος Πετρέσκου, Εκπαιδευτικός
Ομάδα τεχνικού ελέγχου	Αδάμ Αγγελής, Εκπαιδευτικός Πληροφορικής Κοσμάς Ηλιάδης, Εκπαιδευτικός Πληροφορικής
Ανάδοχος	Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε.

Γ' Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΚ II / ΕΝΕΡΓΕΙΑ 2.2.1 / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α: "Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων"

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Δημήτριος Γ. Βλάχος

Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ.

Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Πράξη με τίτλο:

"Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή Υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΓΣ και τα ΑΠΣ για το Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο"

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου

Γεώργιος Τύπας

Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Αναπληρωτής Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου

Γεώργιος Οικονόμου

Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Έργο Συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του εκπαιδευτικού υλικού που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

ISBN: XXX-XX-XX-XX

