

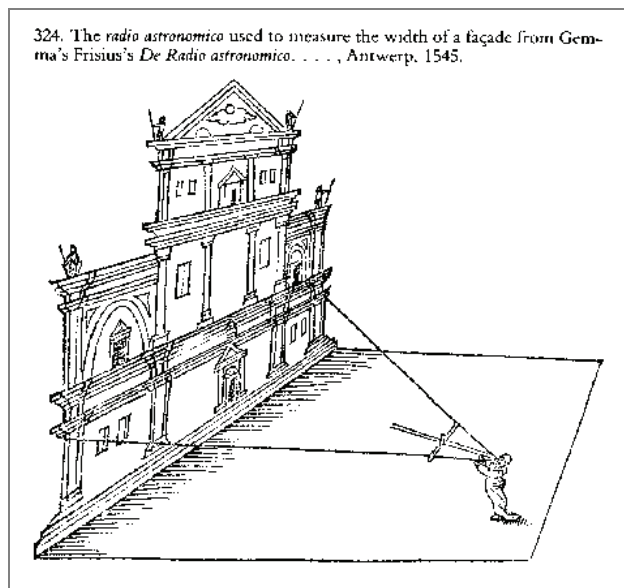
2.4 Δραστηριότητες για τη Γ' Γυμνασίου

2.4.1 Δραστηριότητα: ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: Τάξη:
 Ημερομηνία:

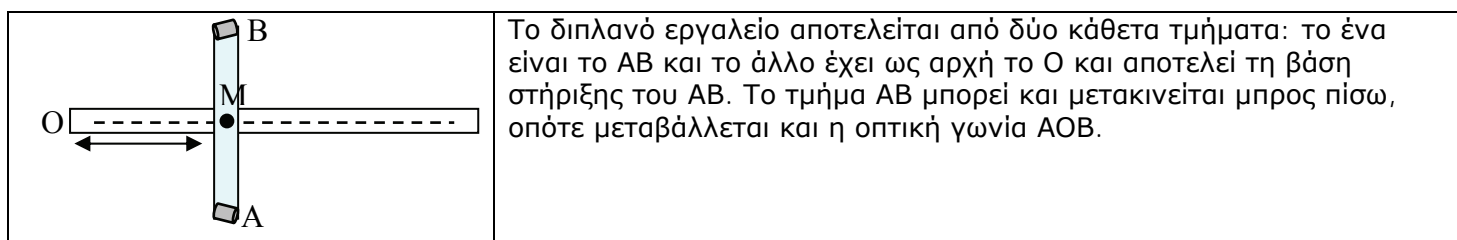
Φύλλο εργασίας

Στην παρακάτω γκραβούρα του 16ου αιώνα παρουσιάζεται ένα μηχανικός της εποχής, ο οποίος προσπαθεί να εντοπίσει το πλάτος του κτηρίου.



Η εικόνα προέρχεται από την ηλεκτρονική παρουσίαση του 15^{ου} κεφαλαίου του βιβλίου «Τετραγωνίζοντας τον κύκλο: Η Γεωμετρία στην Τέχνη και την Αρχιτεκτονική» του Πολ Κάλτερ, από το Πανεπιστήμιο του Ντάρτμουθ και τον 1/2008 η διεύθυνσή της είναι: <http://www.dartmouth.edu/~matc/math5/geometry/unit15/unit15.html>

Θα κάνουμε μερικές χρήσιμες υποθέσεις. Ο μηχανικός είχε τη δυνατότητα να μετρά εύκολα την απόσταση του από την πρόσοψη, καθόσον ο περίβολος του οικήματος ήταν στρωμένος με πλάκες συγκεκριμένων διαστάσεων, οπότε μπορούσε να μετρά τον αριθμό των πλακών από το σημείο που βρισκόταν μέχρι την πρόσοψη.



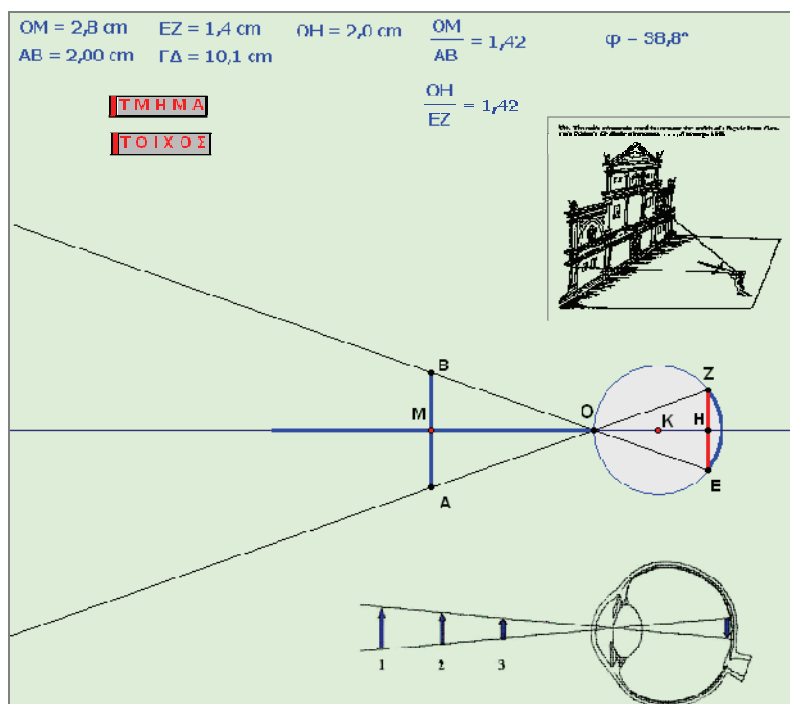
Ο μηχανικός τοποθετούσε τον ένα οφθαλμό του στο σημείο O και προσπαθούσε να παρατηρήσει από τις μικρές διόπτρες, στα σημεία A και B, τα δύο άκρα της πρόσοψης που βρίσκονταν απέναντι. Επίσης μπορούσε να μετρήσει εύκολα την απόσταση OM, αφού υπήρχε αριθμηση επάνω στο εργαλείο.

Το πρόβλημα που θα μελετήσουμε είναι πώς μπορούμε να αξιοποιήσουμε το εργαλείο, δηλαδή τι μαθηματικά έπρεπε να χρησιμοποιήσει ο μηχανικός, ώστε με τα τότε αριθμητικά δεδομένα να μπορέσει να μετρήσει την πρόσοψη του κτηρίου;

Ανοίξτε το αρχείο ergalio του λογισμικού.

Στην οθόνη εμφανίζονται:

Δύο εικόνες στις οποίες παρουσιάζεται ένα απλό σχέδιο της λειτουργίας του ανθρώπινου ματιού και μία γκραβούρα στην οποία παριστάνεται ένας άνθρωπος που προσπαθεί να μετρήσει την πρόσοψη ενός κτηρίου με ένα απλό εργαλείο.



Μεταξύ των δύο εικόνων υπάρχει ένας κύκλος που μπορεί να κινείται μπρος πίσω από το σημείο Κ. Μπροστά από τον κύκλο υπάρχει ένα οριζόντιο μπλε τμήμα και ένα κατακόρυφο ΑΒ, το οποίο μπορεί να κινείται μπρος πίσω από το σημείο Μ. Τα κουμπιά «Τμήμα» και «Τοίχος» εμφανίζουν, αντίστοιχα, ένα ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ και ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Τέλος, εμφανίζονται οι μετρήσεις αρκετών τμημάτων, καθώς και το μέτρο της γωνίας ΑΟΒ.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Συμπληρώστε τον επόμενο πίνακα.

Πραγματική κατάσταση	Γεωμετρικό μοντέλο
Οφθαλμός	
Εργαλείο	
Οπτική γωνία	
Απόσταση του παρατηρητή από τον τοίχο	
Το τμήμα του τοίχου που παρατηρεί.	

- 2) Μετακινήστε το σημείο M. Με βάση τις μετρήσεις, διαπραγματευτείτε με την ομάδα σας το ερώτημα: Ποια ποσά μεταβάλλονται και ποια ποσά παραμένουν σταθερά;

- 3) Υπολογίστε τους λόγους $\frac{OM}{OH}$ και $\frac{AB}{E\Gamma}$. Τι παρατηρείτε;

--

- 4) Μετρήστε τα τμήματα OB και OE και υπολογίστε το λόγο τους. Τι παρατηρείτε; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους οι γωνίες των δύο τριγώνων;

- 5) Από το κουμπί «Τμήμα» εμφανίστε το τμήμα $ΓΔ$. Σύρετε το σημείο Σ και παρατηρήστε τις μετρήσεις. Ποια ποσά παραμένουν σταθερά και ποια μεταβάλλονται; Ποια αναλογία προκύπτει;

- 6) Πώς θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το τμήμα $ΓΔ$ (αν δεν διαθέταμε τη μέτρηση στην οθόνη), όταν είναι γνωστά τα μήκη των τμημάτων OM , $O\Sigma$ και AB ;

- 7) Εμφανίστε τώρα την προσομοίωση της πρόσοψης ενός κτηρίου με το κουμπί «Τοίχος». Υποθέστε ότι βλέπετε την κάτοψη του τοίχου, η οποία μπορεί να μεταβάλλεται από το σημείο T . Πώς μπορούμε να μετρήσουμε το πλάτος της πρόσοψης με βάση τις υπάρχουσες μετρήσεις;

- 8) Μεταβάλετε τις διαστάσεις και τη θέση του υποτιθέμενου τοίχου, από το σημείο Σ , και επαναλάβετε τις μετρήσεις με τη μέθοδο που ήδη έχετε επινοήσει. Επιβεβαιώστε τα αποτελέσματά σας, μετρώντας με τη βοήθεια του λογισμικού το ευθύγραμμο τμήμα που αντιστοιχεί στο πλάτος του τοίχου.

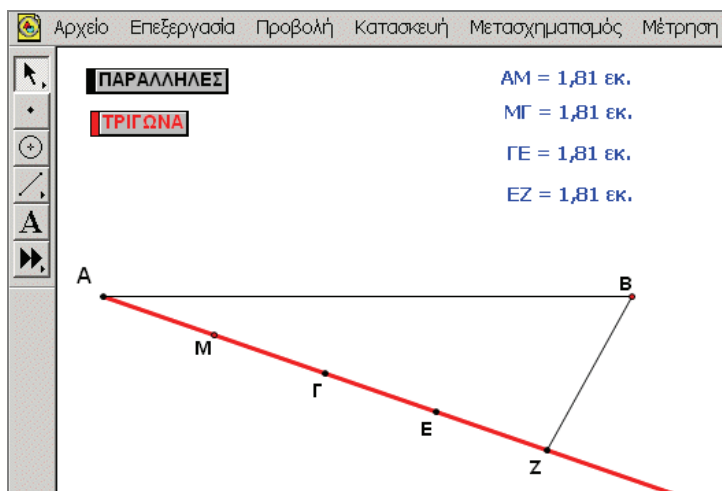
- 9) Ας έρθουμε τώρα στο φυσικό εργαλείο. Περιγράψτε τον τρόπο με τον οποίο ο μηχανικός μετρούσε τις προσόψεις των κτηρίων, χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο εργαλείο.

2.4.2 Δραστηριότητα: ΤΟ ΠΡΟΟΠΤΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: Τάξη:
 Ημερομηνία:

Φύλλο εργασίας 1

Ανοίξτε το αρχείο tmimata του λογισμικού. Στην οθόνη προβάλλονται:



Ένα τμήμα AB, του οποίου το μήκος μεταβάλλεται από το σημείο B.

Μία ημιευθεία με αρχή το A, πάνω στην οποία έχουν κατασκευαστεί τα τμήματα AM, ΜΓ, ΓΕ, ΕΖ και οι μετρήσεις των τμημάτων αυτών. Το μήκος των τμημάτων μεταβάλλεται, σύροντας το σημείο M.

Το κουμπί «Παράλληλες», με το οποίο εμφανίζονται τρεις παράλληλες ευθείες προς το τμήμα BZ, τα σημεία τομής των παραλλήλων με το τμήμα AB και οι μετρήσεις των τμημάτων που δημιουργούνται πάνω στο AB.

Το κουμπί «Τρίγωνα» με το οποίο εμφανίζονται τέσσερα τρίγωνα που η μία πλευρά τους είναι παράλληλη προς την ημιευθεία.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Πριν εμφανίσετε τις ευθείες και τα τρίγωνα με τα κουμπιά, μετακινήστε το σημείο M. Τι παραμένει σταθερό και τι μεταβάλλεται;

- 2) Εμφανίστε τις παράλληλες με το κουμπί «Παράλληλες». Μετακινήστε το σημείο M και παρατηρήστε τις μετρήσεις. Τι αλλάζει και τι παραμένει σταθερό;

- 3) Μεταβάλετε το μήκος του τμήματος AB. Τι μεταβάλλεται και τι παραμένει σταθερό;

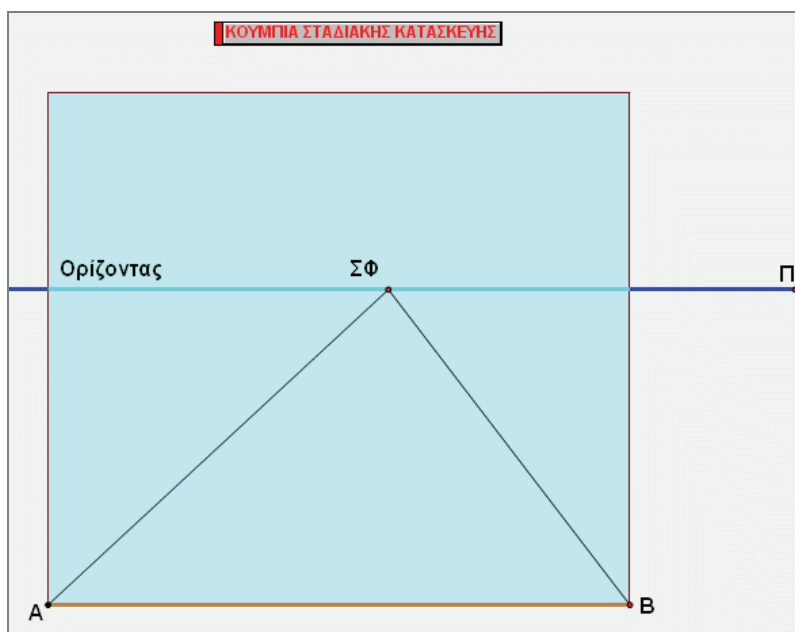
- 4) Περιγράψτε μία διαδικασία με την οποία θα μπορείτε να χωρίσετε ένα τμήμα σε πέντε, έξι και γενικά σε n ίσα τμήματα, με βάση τις προηγούμενες δραστηριότητες.

- 5) Προφανώς δεν μπορούμε να στηριχτούμε στις μετρήσεις, για να υποστηρίξουμε ότι μία πρόταση στα μαθηματικά ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις. Εμφανίστε τα κίτρινα τρίγωνα με το κουμπί «Τρίγωνα». Με δεδομένο ότι όλα τα κόκκινα τμήματα είναι παράλληλα προς την ημιευθεία, εξηγήστε γιατί τα τρίγωνα αυτά είναι μεταξύ τους ίσα.

- 6) Μπορείτε τώρα να αιτιολογήσετε γιατί η μέθοδος χωρισμού ενός τμήματος σε ίσα τμήματα, που έχετε ήδη κατασκευάσει, είναι έγκυρη από μαθηματική άποψη;

Φύλλο εργασίας 2

Ανοίξτε το αρχείο προοπτικό του λογισμικού.



Στην οθόνη προβάλλονται:

- Ένα «παράθυρο στο χώρο», δηλαδή ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (το γαλάζιο) με βάση το τμήμα AB.
- Στην πάνω πλευρά του «παραθύρου» διακρίνουμε τη γραμμή του ορίζοντα με το σημείο φυγής ΣΦ.
- Το σημείο Π πάνω στη γραμμή του ορίζοντα.
- Το «Κουμπί σταδιακής κατασκευής» με το οποίο εμφανίζονται άλλα βοηθητικά κουμπιά, εφόσον σας το ζητήσει ο καθηγητής.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

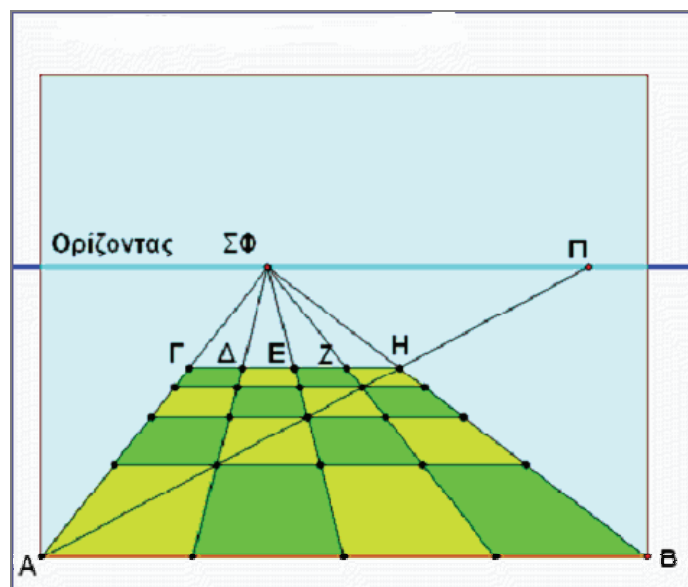
- 1) Κατασκευάστε την κάλυψη του δαπέδου με βάση την περιγραφή του Pelerin. Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο χωρισμού ενός τμήματος σε ίσα τμήματα που κατασκευάσατε στην προηγούμενη δραστηριότητα.

- 2) Ονομάστε Γ, Δ, Ε, Ζ και Η τα σημεία της τελευταίας γραμμής του δαπέδου (της πιο μικρής από τις παράλληλες) και μετρήστε με τη βοήθεια του λογισμικού τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων. Σύρετε το σημείο φυγής (ΣΦ). Τι παρατηρείτε;

- 3) Μετακινήστε το σημείο Π. Τι έχετε να παρατηρήσετε σχετικά με τις μετρήσεις; Γράψτε τον κανόνα που φαίνεται να ισχύει για τη συγκεκριμένη κατασκευή.

- 4) Αιτιολογήστε με τη βοήθεια της έννοιας της ομοιοθεσίας τα παραπάνω συμπεράσματα.

- 5) Κατασκευάστε όλα τα τετράγωνα και χρωματίστε τα με δύο χρώματα εναλλάξ, για να δημιουργήσετε ένα διακοσμημένο δάπεδο σε προοπτική. Το αποτέλεσμα σας θα μοιάζει με την παρακάτω εικόνα.



- 6) Μετακινήστε πάνω ή κάτω τη γραμμή του ορίζοντα (από το μέρος που βρίσκεται έξω από το «παράθυρο»). Τι είναι αυτό που αλλάζει; Συζητήστε μεταξύ σας και προσπαθήστε να δώσετε μία φυσική εξήγηση (όχι υποχρεωτικά μαθηματική). Σκεφτείτε κυρίως τι σημαίνει «χαμηλώνει η γραμμή του ορίζοντα». Ποια κίνηση θα πρέπει να κάνει ένας παρατηρητής, για να συμβεί αυτό;

- 7) Τώρα πλέον μπορείτε να κατασκευάσετε έναν προοπτικό τοίχο, δηλαδή ένα επίπεδο κατακόρυφο και όχι οριζόντιο. Μελετήστε την παρακάτω εικόνα και σκεφτείτε τι ενέργειες θα πρέπει να κάνετε με το λογισμικό, ώστε να ολοκληρωθεί η κατασκευή. Πώς μπορούμε να κατασκευάσουμε μία προοπτική οροφή;

