

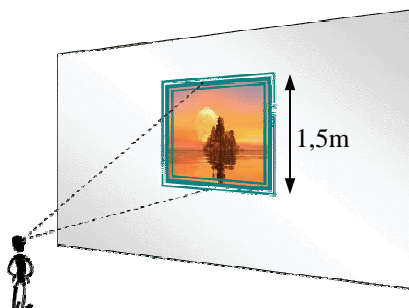
3.4 Δραστηριότητες για τη Γ' Λυκείου

3.4.1 Δραστηριότητα: Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΟΠΤΙΚΗ ΓΩΝΙΑ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: _____ Τάξη: _____
 _____ Ημερομηνία: _____

Φύλλο εργασίας

Ας υποθέσουμε ότι ο επισκέπτης μιας έκθεσης ζωγραφικής έχει ύψος $a=1,70$ μ. και θέλει να απολαύσει τον αγαπημένο του πίνακα που βρίσκεται σε μία από τις αίθουσες της έκθεσης. Το ύψος του πίνακα είναι $u=1,50$ μ. και το πάνω μέρος του πίνακα απέχει από το πάτωμα $h=3,5$ μ. Το πρόβλημα που τίθεται είναι το εξής: Σε πόση απόσταση από τον πίνακα θα πρέπει να σταθεί, ώστε να έχει τη μέγιστη, άρα και τη βέλτιστη, οπτική γωνία;



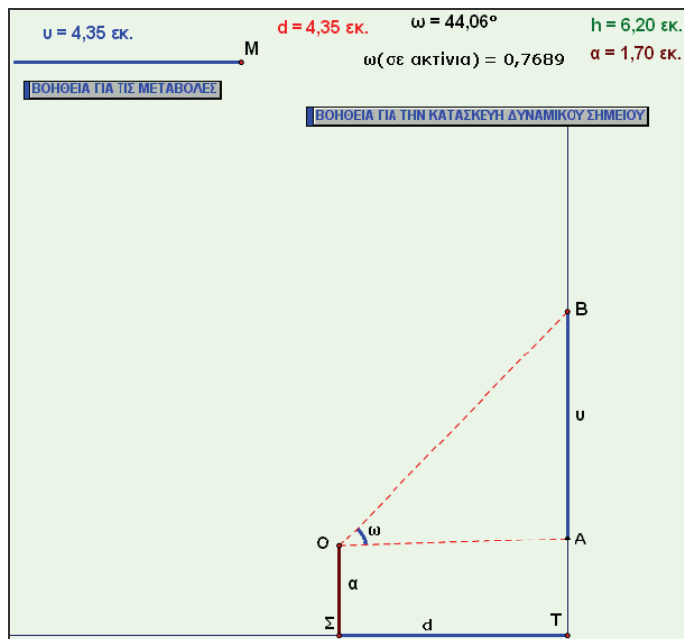
ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Κατασκευάστε ένα γεωμετρικό μοντέλο της πραγματικής κατάστασης.

- 2) Κατασκευάστε μία σχέση που να συνδέει την απόσταση d του επισκέπτη από τον τοίχο με την τριγωνομετρική εφαπτομένη της οπτικής του γωνίας ω .

- 3) Μελετήστε τον τύπο (μοντέλο) που έχει προκύψει και μέσω αυτού εκτιμήστε την απόσταση στην οποία θα πρέπει να σταθεί ο επισκέπτης, για να έχει τη μέγιστη οπτική γωνία. Χρησιμοποιήστε αποκλειστικά μαθηματικές μεθόδους για τον εντοπισμό μεγίστων ελαχίστων. Με ποιον τρόπο αυξάνεται ή ελαττώνεται η οπτική μας γωνία σε σχέση την απόσταση d ;

- 4) Ανοίξτε το αρχείο model_1. Εντοπίστε τα μεγέθη που μεταβάλλονται και μελετήστε τον τρόπο με τον οποίο η μεταβολή καθενός από τα μεγέθη αυτά επηρεάζει τη μέγιστη τιμή της γωνίας. Χρησιμοποιήστε τις μετρήσεις που προβάλλονται στην οθόνη.



- 5) Κατασκευάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης (μοντέλου) που δημιουργήσατε στη δεύτερη άσκηση. Ποιες ιδιότητες της συνάρτησης μπορούμε να αναγνωρίσουμε από τη γραφική παράσταση;

- 6) Βρείτε (κατά προσέγγιση) τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης με βάση τη γραφική της παράσταση. Σε ποια απόσταση εμφανίζεται η μέγιστη τιμή; Συγκρίνετε το αποτέλεσμα αυτό με την απάντηση που δώσατε στην τρίτη άσκηση.

- 7) Ποιες μεταβολές υφίσταται η γραφική παράσταση, όταν μεταβάλλουμε το u ;

- 8) Ποιες μεταβολές υφίσταται η γραφική παράσταση, όταν μεταβάλλουμε το h ;

3.4.2 Δραστηριότητα: Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΘΕΣΗ ΣΤΟ ΠΟΔΟΣΦΑΙΡΟ

Πληροφορίες για τον αγωνιστικό χώρο.

Το ποδόσφαιρο είναι ένα ομαδικό άθλημα που παίζεται σε ένα γήπεδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με επίπεδη επιφάνεια. Κατά κανόνα είναι καλυμμένο με χόρτο.

- Το ελάχιστο μήκος του είναι 90 μ. και το μέγιστο 120 μ.
- Το ελάχιστο πλάτος του 45 μ. και το μέγιστο 90 μ.
- Για διεθνείς αγώνες ποδοσφαίρου, το ελάχιστο μήκος είναι 100 μ. και το μέγιστο 110 μ., ενώ το ελάχιστο πλάτος 64 μ. και το μέγιστο 79 μ.
- Γενικά οι διαστάσεις του αγωνιστικού χώρου δεν επιτρέπεται να είναι μικρότερες των 45x90 μ., ούτε και μεγαλύτερες από 90x120 μ.

Το στάδιο Καραϊσκάκη έχει αγωνιστικό χώρο με διαστάσεις 80x120 μ.

Το Ολυμπιακό Στάδιο διαθέτει γήπεδο ποδοσφαίρου με διαστάσεις 68x105 μ.



Ο αγωνιστικός χώρος ορίζεται από άσπρες γραμμές, από τις οποίες οι δύο μεγαλύτερες γραμμές, δηλαδή οι μεγάλες πλευρές του ορθογωνίου, είναι οι γραμμές του πλαιγίου άουτ.

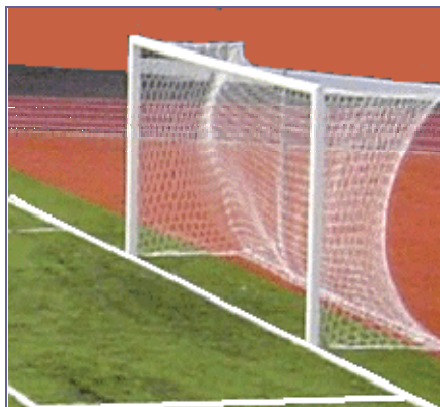
Μπροστά από κάθε τέρμα είναι χαραγμένη η περιοχή τέρματος ή μικρή περιοχή. Πρόκειται για ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, 18,50x5,50 μ., που η μία πλευρά του είναι η γραμμή του τέρματος, το οποίο με τη σειρά του βρίσκεται στο μέσο της γραμμής αυτής. Πιο μπροστά ακόμα είναι χαραγμένη η μεγάλη ή επανορθωτική περιοχή, επίσης ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο 40,30 x 16,50 μ., που κι αυτό έχει μια πλευρά του στη γραμμή του τέρματος, το οποίο βρίσκεται στο μέσο αυτής της πλευράς. Το σχέδιο του γηπέδου συμπληρώνουν τέσσερις μικροί κύκλοι, που βρίσκονται χαραγμένοι στις τέσσερις γωνίες του και προορίζονται για το χτύπημα των κόρνερ, και δύο μικροί λευκοί δίσκοι του πέναλτυ, σε απόσταση 11 μ. από το τέρμα και ακριβώς απέναντι από το μέσο του. Στα τέσσερα σημεία του κόρνερ είναι τοποθετημένα κίτρινα σημαία σε λευκούς πασσάλους.

Οι δύο μικρότερες πλευρές του ορθογωνίου, πάνω στις οποίες βρίσκονται τα τέρματα, είναι οι γραμμές του άουτ.

Ο αγωνιστικός χώρος χωρίζεται κατά πλάτος σε δύο ίσα μέρη με μια διαχωριστική γραμμή, τη γραμμή του κέντρου, στο μέσο της οποίας είναι χαραγμένος ένας άσπρος κύκλος με ακτίνα 9,15 μ., ο οποίος λέγεται «κέντρο του γηπέδου».

Οι εστίες (τέρματα)

Στο μέσο των δύο γραμμών του άουτ είναι τοποθετημένα τα τέρματα που σχηματίζονται από δύο κάθετα δοκάρια τα οποία απέχουν μεταξύ τους 7,32 μ. και ενώνονται με ένα άλλο οριζόντιο δοκάρι σε ύψος 2,44 μ. από το έδαφος. Τα δοκάρια αυτά είναι βαμμένα άσπρα. Πίσω από κάθε τέρμα είναι τοποθετημένο ένα δίχτυ που διατηρείται τεντωμένο με δύο υποστηρίγματα.



Η εστία (τέρμα)

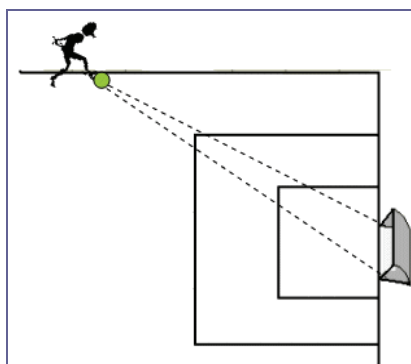
Μία εστία που είναι κατασκευασμένη σύμφωνα με τις προδιαγραφές της Διεθνούς Ομοσπονδίας Ποδοσφαίρου διαθέτει τις παρακάτω προδιαγραφές:

- Αποτελείται από τρεις δοκούς (δύο κάθετες και μία οριζόντια) είναι από ενισχυμένο σωλήνα 4 ιντσών (πάχος τοιχωμάτων 3,5 χιλ.).
- Το άνοιγμα της εστίας, εσωτερικά, είναι 7.320 χιλ. Το ύψος είναι 3.050 χιλ., ώστε μετά την πάκτωση να έχουμε καθαρό ύψος 2.440 χιλ.
- Η εστία αντιστηρίζεται με δύο ενισχυμένους σωλήνες 1 ¼ ιντσών ο καθένας. Το κάθε αντιστήριγμα σχηματίζει Γ με γωνία 60°.
- Η επάνω πλευρά κάθε αντιστηρίγματος έχει μήκος 1.300 χιλ., προσαρμόζεται σε ειδική υποδοχή που βρίσκεται στη συμβολή των δοκών με γωνία 16°.

Ονοματεπώνυμο μαθητών: **Τάξη:**
Ημερομηνία:

Φύλλο εργασίας

Ο ποδοσφαιριστής που φαίνεται στην εικόνα θέλει να γνωρίζει ποια είναι η ιδανική θέση, καθώς κατευθύνεται προς το αντίπαλο τέρμα, ώστε να διαθέτει τη μέγιστη δυνατή γωνία για να εκτελέσει σουτ. Προφανώς θα πρέπει να υποθέσετε ότι η μπάλα θα έχει ευθύγραμμη και όχι καμπυλόγραμμη πορεία.



ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Κατασκευάστε ένα γεωμετρικό μοντέλο της πραγματικής κατάστασης. Φροντίστε ώστε το μοντέλο να είναι όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικό. Χρησιμοποιήστε τις πληροφορίες που υπάρχουν για τις πραγματικές διαστάσεις του **αγωνιστικού χώρου**.

- 2) Κατασκευάστε μία σχέση που να συνδέει την απόσταση του παίκτη από τη γωνία του αγωνιστικού χώρου (corner) με τη γωνία υπό την οποία βλέπει ο παίκτης το τέρμα.

- 3) Μελετήστε τη σχέση (μοντέλο) που έχει προκύψει και μέσω αυτής εκτιμήστε την απόσταση από την οποία θα πρέπει ο παίκτης να εκτελέσει σουτ, για να έχει τη μέγιστη οπτική γωνία.

- 4) Σχεδιάστε και κατασκευάστε ένα δυναμικό εικονικό μοντέλο της κατάστασης με τη βοήθεια του λογισμικού.

- 5) Μελετήστε τη γραφική παράσταση της σχέσης που συνδέει την απόσταση του παίκτη από τη γωνία του αγωνιστικού χώρου (corner) με τη γωνία υπό την οποία βλέπει ο παίκτης το τέρμα.