

## 2.3 Δραστηριότητες για τη Β' Γυμνασίου

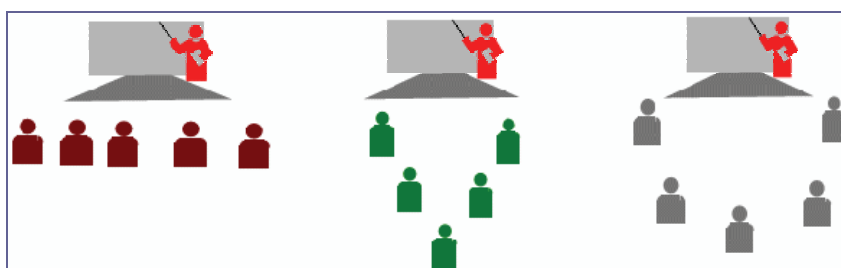
### 2.3.1 Δραστηριότητα: ΟΠΤΙΚΗ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΘΕΑΤΗ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: ..... Τάξη: .....  
 ..... Ημερομηνία: .....

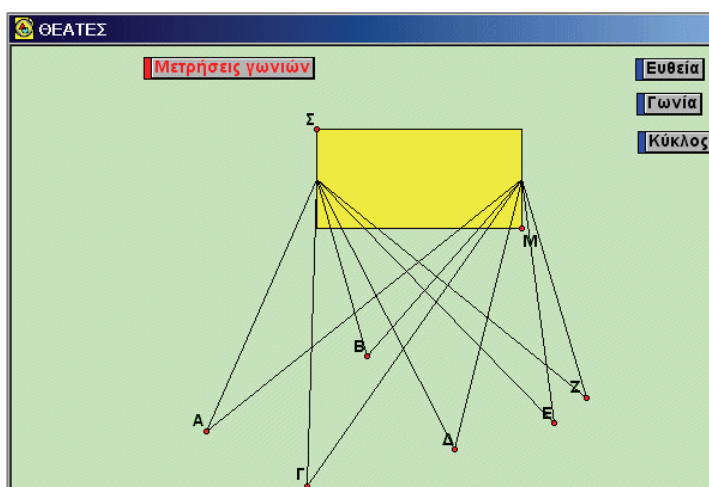
#### Φύλλο εργασίας

Να μελετήσετε το συμπληρωματικό κείμενο της **Οπτικής γωνίας** (συνοδευτικό λογισμικό, Ενότητα 2: Εκπαιδευτικές δραστηριότητες για το γυμνάσιο).

Σε καθεμία από τις παρακάτω εικόνες εμφανίζονται μερικοί θεατές οι οποίοι παρακολουθούν μία παρουσίαση. Σε ποια άραγε από εικόνες αυτές οι θεατές έχουν την ίδια οπτική γωνία προς τον παρουσιαστή; Με άλλα λόγια, σε ποια από αυτές οι θεατές βλέπουν όλοι το ίδιο καλά;



Ανοίξτε το αρχείο theatres του λογισμικού.



Στην οθόνη εμφανίζονται:

Ένα κίτρινο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το οποίο μπορεί να μεταβάλλεται από τα σημεία Σ και Μ.

Τα ελεύθερα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, που είναι και κορυφές των αντίστοιχων γωνιών.

Τα κουμπιά «Ευθεία», «Γωνία», «Κύκλος» που εμφανίζουν τα αντίστοιχα σχήματα στην οθόνη.

Το κουμπί «Μετρήσεις γωνιών» που εμφανίζει τα μέτρα των έξι γωνιών.

#### ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Στον παρακάτω πίνακα συμπληρώστε τη στήλη «Γεωμετρικό μοντέλο» με τα αντικείμενα που εμφανίζονται στην οθόνη.

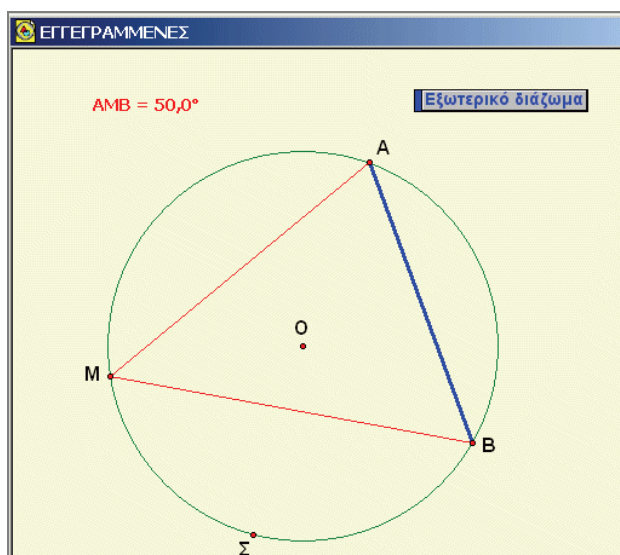
Πραγματική κατάσταση	Γεωμετρικό μοντέλο
Πίνακας παρουσίασης	
Θεατές	
Οπτικές γωνίες	

- 2) Με το κουμπί «Ευθεία» εμφανίστε την ευθεία και τοποθετήστε επάνω της τους θεατές, τον ένα δίπλα στον άλλο. Εμφανίστε τις μετρήσεις των γωνιών, σχολιάστε τις οπτικές γωνίες των θεατών και καταγράψτε τα συμπεράσματά σας.

- 3) Αποκρύψτε την ευθεία και με το κουμπί «Γωνία» εμφανίστε τη γωνία. Τοποθετήστε σε διάταξη τους θεατές πάνω σε αυτή. Σχολιάστε τα μέτρα των γωνιών.

- 4) Αποκρύψτε τη γωνία και με το κουμπί «Κύκλος» εμφανίστε τον κύκλο. Τοποθετήστε σε διάταξη τους θεατές πάνω σε αυτόν. Σε ποια περίπτωση φαίνεται ότι οι οπτικές γωνίες μπορεί να είναι και ίσες;

Κλείστε το αρχείο αυτό και ανοίξτε εκείνο με τίτλο gonies.



Στην οθόνη παρουσιάζονται:

Ένας κύκλος που μπορεί να μεταβληθεί, αν σύρετε το σημείο Σ ή το σημείο Ο. Μία εγγεγραμμένη γωνία με κορυφή το σημείο Μ που βλέπει το τόξο ΑΒ. Η μέτρηση της γωνίας ΑΜΒ. Ένα κουμπί με τίτλο «Εξωτερικό διάζωμα» που εμφανίζει ένα τόξο από έναν κύκλο μεγαλύτερο από τον αρχικό και μία εγγεγραμμένη γωνία με τη μέτρησή της.

- 5) Μετακινήστε το σημείο  $M$  που βρίσκεται πάνω στον κύκλο. Παρατηρήστε τη μέτρηση της γωνίας. Διατυπώστε το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγετε.

- 6) Κατασκευάστε την επίκεντρη γωνία  $AOB$  και μετρήστε τη. Μεταβάλετε τη θέση του σημείου  $M$  και συγκρίνετε τις μετρήσεις των δύο γωνιών (επίκεντρης-εγγεγραμμένης). Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;

- 7) Με βάση το αμέσως προηγούμενό σας συμπέρασμα αιτιολογήστε το συμπέρασμα που αποκομίσατε στη δραστηριότητα 4.

- 8) Μεταβάλετε τη θέση των σημείων  $A$  και  $B$ , ώστε το τμήμα να γίνει διάμετρος. Ποια είναι η τιμή της γωνίας  $AMB$ ; Αιτιολογήστε γιατί η τιμή της γωνίας είναι εκείνη που δείχνει η μέτρηση με το λογισμικό.

- 9) Μετακινήστε το σημείο  $M$  (θεατής), ώστε να βρεθεί «πίσω» από τον πίνακα παρουσίασης (τμήμα  $AB$ ). Ποια είναι τώρα η τιμή της γωνίας  $AMB$ ; Ποια σχέση έχει με τη μέτρηση, όταν το  $M$  βρισκόταν «μπροστά» από τον πίνακα παρουσίασης; Διατυπώστε το συμπέρασμά σας και αιτιολογήστε το με μαθηματικούς συλλογισμούς.

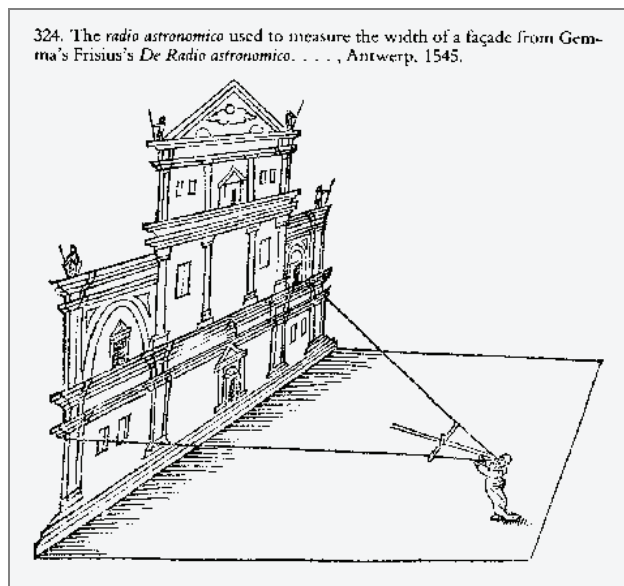
- 10) Εμφανίστε το δεύτερο κύκλο με το κουμπί «Εξωτερικό διάζωμα». Συγκρίνετε τις οπτικές γωνίες των θεατών που βρίσκονται σε αυτά τα δύο διαφορετικά διαζώματα και διατυπώστε τα συμπεράσματά σας για τις θέσεις που προσφέρουν τη βέλτιστη οπτική γωνία στο θεατή.

### 2.3.2 Δραστηριότητα: ΟΠΤΙΚΗ ΓΩΝΙΑ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: ..... Τάξη: .....  
 ..... Ημερομηνία: .....

#### Φύλλο εργασίας

Στην παρακάτω γκραβούρα του 16ου αιώνα παρουσιάζεται ένας μηχανικός της εποχής ο οποίος προσπαθεί να εντοπίσει την οπτική γωνία με την οποία φαίνεται η πρόσοψη ενός κτηρίου και μέσω αυτής το πλάτος του.



Η εικόνα προέρχεται από την ηλεκτρονική παρουσίαση του 15<sup>ου</sup> κεφαλαίου του βιβλίου «Τετραγωνίζοντας τον κύκλο: Η Γεωμετρία στην Τέχνη και την Αρχιτεκτονική» του Πολ Κάλτερ, από το Πανεπιστήμιο του Ντάρτμουθ και τον 1/2008 η διεύθυνσή της είναι: <http://www.dartmouth.edu/~matc/math5/geometry/unit15/unit15.html>

Με τη δραστηριότητα που ακολουθεί θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση στο εξής ερώτημα: Το όργανο μέτρησης επιτρέπει στο μηχανικό να βλέπει όλη την πρόσοψη του κτηρίου από τη θέση στην οποία βρίσκεται. Τι θα συμβεί, αν πλησιάσει ή απομακρυνθεί από το κτήριο, χωρίς να μεταβάλλει τη γωνία του οργάνου; Πόσο λιγότερο ή περισσότερο τμήμα της πρόσοψης θα παρατηρεί σε κάθε του μετακίνηση;

Ανοίξτε το αρχείο metrisi του λογισμικού. Στην οθόνη εμφανίζονται:

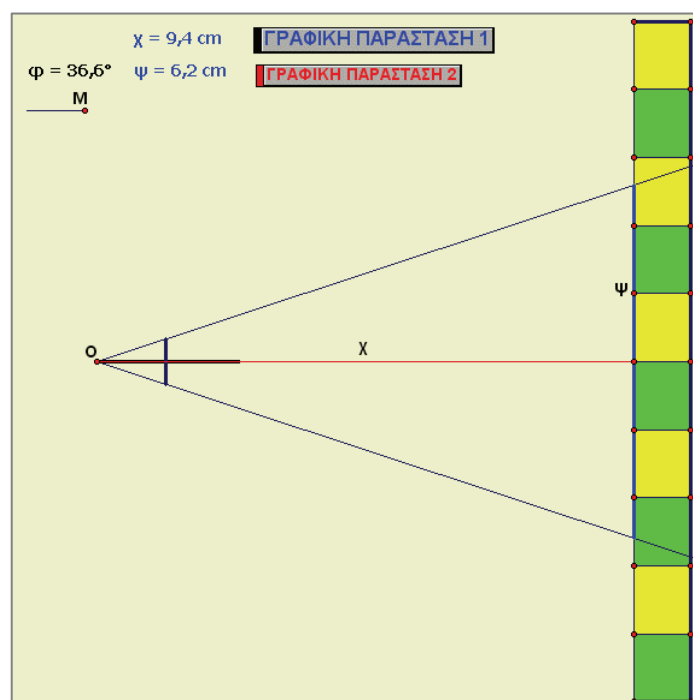
Στο δεξιό άκρο ένα μεγάλο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, χωρισμένο σε μικρότερα ίσα χρωματισμένα παραλληλόγραμμα.

Ένα σημείο  $O$  που είναι η κορυφή μιας γωνίας  $\varphi$  και μπορεί να μεταφέρεται μόνο εμπρός ή πίσω. Ένα τμήμα  $\chi$  κάθετο από το  $O$  προς το ορθογώνιο και ένα τμήμα  $\psi$  που αποτελεί τμήμα του ορθογωνίου και ορίζεται από τις πλευρές της γωνίας.

Η γωνία  $\varphi$  μπορεί να μεταβάλλεται από το σημείο  $M$  και, συγχρόνως, να προβάλλεται το μέτρο της.

Το κουμπί «Γραφική παράσταση 1» εμφανίζει ένα σύστημα αξόνων και ένα σημείο  $\Sigma$ , του οποίου μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε τις συντεταγμένες. Το σύστημα αυτό είναι κανονικό, δηλαδή η μονάδα μέτρησης πάνω στον  $\chi' \chi$  είναι ίση με τη μονάδα μέτρησης πάνω στον  $\psi' \psi$ .

Το κουμπί «Γραφική παράσταση 2» εμφανίζει ένα σύστημα αξόνων και ένα σημείο  $T$ , του οποίου μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε τις συντεταγμένες. Το



σύστημα αυτό δεν είναι κανονικό, δηλαδή η μονάδα μέτρησης πάνω στον  $\chi' \chi$  είναι διαφορετική από τη μονάδα μέτρησης πάνω στον  $\psi' \psi$ .

### ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Μετακινήστε το σημείο Ο και στη συνέχεια το σημείο Μ και συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα. Υποθέστε ότι βρίσκεστε πάνω από τον παρατηρητή του σχεδίου και τον βλέπετε σε κάτοψη.

Πραγματική κατάσταση	Γεωμετρικό μοντέλο
Οφθαλμός	
Οπτική γωνία	
Απόσταση του παρατηρητή από τον τοίχο	
Το τμήμα του τοίχου που παρατηρεί	

- 2) Μετακινήστε το σημείο Ο. Από τα τρία μεγέθη που μας ενδιαφέρουν (οπτική γωνία, απόσταση του παρατηρητή, τμήμα του παρατηρούμενου τοίχου), ποια παραμένουν σταθερά και ποια μεταβάλλονται;

- 3) Παρατηρήστε τις τιμές των μεταβαλλόμενων ποσών. Εξετάσετε, με οποιονδήποτε τρόπο, αν τα ποσά αυτά είναι ανάλογα.

- 4) Εμφανίστε τους άξονες με το κουμπί «Άξονες» και το σημείο Σ με το κουμπί «Γραφική παράσταση 1». Κινήστε το σημείο Ο και παρατηρήστε τις συντεταγμένες του σημείου Σ. Ποια σχέση έχουν με τα ποσά που εξετάζουμε;

- 5) Εμφανίστε το ίχνος του σημείου Σ και σύρετε το σημείο Ο. Τι μορφή έχει η γραμμή που γράφει το σημείο Σ; Πώς συνδέεται η γραμμή που προέκυψε με τα συμπεράσματά σας από τη δραστηριότητα 4;

- 6) Καταργήστε την εμφάνιση του ίχνους του σημείου Σ, αλλάξτε την τιμή της γωνίας  $\varphi$  και επαναλάβετε τη διαδικασία της προηγούμενης δραστηριότητας. Τι παρατηρείτε; Τι άλλαξε και τι παρέμεινε ίδιο;

- 7) Ας εξετάσουμε τώρα αν η σχέση που συνδέει τη γωνία  $\varphi$  με το τμήμα  $\psi$  του παρατηρούμενου τοίχου είναι όμοια με τη σχέση που συνδέει τα ποσά  $\chi$  και  $\psi$ . Κλείστε το κουμπί «Γραφική παράσταση 1» και εμφανίστε ένα καινούριο σύστημα αξόνων και το σημείο T με το κουμπί «Γραφική παράσταση 2». Σε τι διαφέρει το σύστημα αυτό από το προηγούμενο;

- 8) Μεταβάλετε τη γωνία  $\varphi$  και παρατηρήστε τις συντεταγμένες του σημείου Σ. Εξετάστε αν τα ποσά  $\varphi$  και  $\psi$  είναι ανάλογα.

- 9) Εμφανίστε το ίχνος του σημείου T. Μεταβάλετε τις τιμές της γωνίας  $\varphi$ . Τι μορφή έχει η γραμμή που γράφει το ίχνος του T; Πώς συνδέεται η γραμμή που προέκυψε με τα συμπεράσματά σας από τη δραστηριότητα 8;