3.2 Δραστηριότητες για την Α' Λυκείου

3.2.1 Δραστηριότητα: ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: -- **Τάξη:** ------------

-- **Ημερομηνία:** ------------

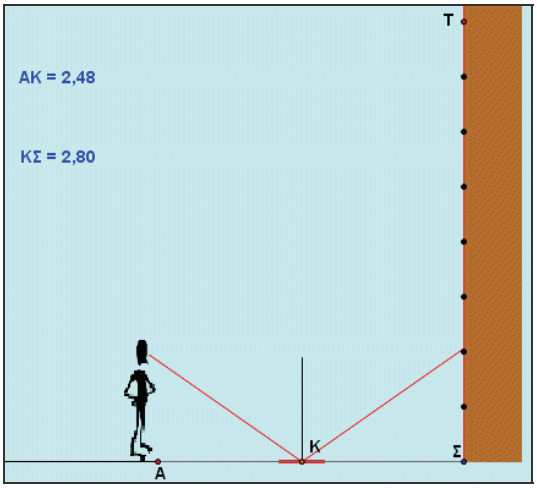
Φύλλο εργασίας 1

Βρισκόσαστε μπροστά σε ένα κτήριο και στο έδαφος υπάρχει ένα μικρός καθρέφτης.

Προχωράτε μπρος πίσω, μέχρι να δείτε την κορυφή του κτηρίου στον καθρέφτη. Μπορείτε να υπολογίσετε το ύψος του κτηρίου;

Με τη δραστηριότητα αυτή θα διαπιστώσετε ότι δεν πρόκειται για μια ιδιαίτερα δύσκολη διαδικασία, αρκεί βέβαια να είναι γνωστές μερικές αποστάσεις, όπως η απόσταση του καθρέφτη από το κτήριο και η απόστασή μας από τον καθρέφτη.

Ανοίξτε το αρχείο katoptro metrisis_1 του λογισμικού. Στην οθόνη προβάλλονται:



α) Ένας άνθρωπος που κοιτάζει στον καθρέφτη που βρίσκεται στο έδαφος. Ας υποθέσουμε ότι η οπτική του ακτίνα ξεκινά από τα μάτια του, ανακλάται στον καθρέφτη και καταλήγει σε κάποιο ύψος του κτηρίου. (Στη φύση η πορεία της φωτεινής ακτίνας είναι βέβαια αντίστροφη.)

β) Αν θέλουμε να μετακινήσουμε τον άνθρωπο, θα πρέπει σύρουμε το σημείο Α. Η οπτική ακτίνα ακολουθεί το βασικό νόμο της ανάκλασης, δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης. Η απόσταση ΑΚ του ανθρώπου από το κάτοπτρο Κ εμφανίζεται στην οθόνη.

γ) Αν θέλουμε να μετακινήσουμε το κάτοπτρο, θα πρέπει να σύρουμε το σημείο Κ.

δ) Η προσομοίωση της πρόσοψης ΣΤ του κτηρίου έχει μεταβλητό ύψος, το οποίο μπορούμε να μεταβάλλουμε σύροντας το σημείο Τ. Επιπλέον, είναι χωρισμένη σε ίσα τμήματα. Σύρετε τα σημεία Α και Τ, για να διαπιστώσετε πώς αλλάζουν τα μήκη των τμημάτων.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

1) Τοποθετήστε τον άνθρωπο σε μια μικρή απόσταση από το κάτοπτρο, π.χ. 1 μονάδα (αν στη θέση αυτή ο άνθρωπος δεν βλέπει το κτήριο στον καθρέφτη, τότε μετακινήστε και τον καθρέφτη). Αν διπλασιάσουμε την απόσταση του ανθρώπου από το κάτοπτρο, πώς θα μεταβληθεί το ύψος στο οποίο βλέπει ο άνθρωπος;

2) Τοποθετήστε τον άνθρωπο σε αρκετή απόσταση από τον καθρέφτη. Αν τον σύρετε στη μισή απόσταση, πώς θα μεταβληθεί το ύψος στο οποίο βλέπει ο άνθρωπος;

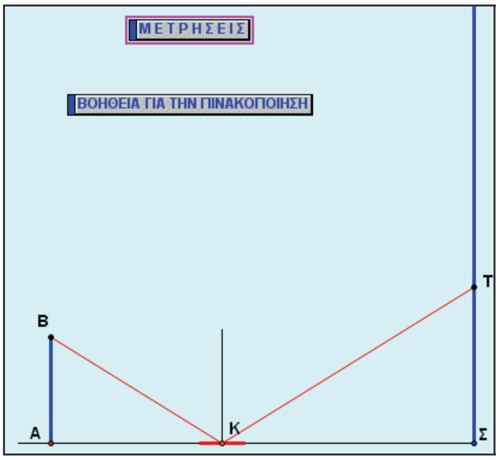
3) Επαναλάβετε τις παραπάνω ενέργειες, τριπλασιάζοντας την απόσταση ή μειώνοντάς τη στο 1/3 της αρχικής. Υπάρχει κάποιος κανόνας με τον οποίο φαίνεται να μεταβάλλονται τα δύο ποσά;

Φύλλο εργασίας 2

Στην προηγούμενη δραστηριότητα προέκυψαν κάποια συμπεράσματα για τον τρόπο που συνδέεται η απόσταση του ανθρώπου από τον καθρέφτη,καθώς και για το ύψος του κτηρίου στο οποίο βλέπει ο άνθρωπος. Τα συμπεράσματα όμως αυτά θα πρέπει να τα ελέγξουμε με μαθηματικά εργαλεία, όπως είναι ο πίνακας τιμών και η γραφική παράσταση.

Ανοίξτε το αρχείο katoptro metrisis_2 του λογισμικού. Στην οθόνη προβάλλονται:

Ένα τμήμα ΑΒ που μπορεί να μετακινείται από το σημείο Α.
Η οπτική ακτίνα ΒΚ που είναι ουσιαστικά η ανάκλαση της ακτίνας ΤΚ πάνω στο κάτοπτρο Κ, το οποίο μπορεί να μετακινηθεί από το σημείο Κ.
Τα κουμπί «Μετρήσεις», από όπου εμφανίζονται μετρήσεις διαφόρων μεγεθών.
Επίσης, εμφανίζονται διάφορα κουμπιά βοήθειας για την κατασκευή συνάρτησης, για τη μέτρηση γωνιών και για την κατασκευή πινάκων από ζεύγη μετρήσεων.



ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

1) Τοποθετήστε τον καθρέφτη σε μια σταθερή θέση, π.χ. σε απόσταση 3 μονάδων από το κτήριο, και μετακινήστε το τμήμα ΑΒ. Κατασκευάστε έναν πίνακα, που να περιλαμβάνει αρκετές τιμές, τοποθετώντας στην πρώτη στήλη του τις μετρήσεις για το ΑΚ και στη δεύτερη τις μετρήσεις για το ύψος ΣΤ στο οποίο φτάνει η οπτική ακτίνα.

2) Με βάση τη διάταξη των σημείων στους άξονες, επαληθεύεται ή απορρίπτεται ο κανόνας στον οποίο καταλήξατε στο πρώτο μέρος της δραστηριότητας; Τι σχέση έχουν τα δύο ποσά μεταξύ τους;

3) Πώς μπορούμε από τον πίνακα τιμών να εντοπίσουμε αυτή τη σχέση;

4) Μετρήστε τις γωνίες των δύο τριγώνων ΑΒΚ και ΣΤΚ. Τι παρατηρείτε; Ποια είναι η σχέση των δύο τριγώνων;

5) Πώς δικαιολογούμε, μέσω της σχέσης των δύο τριγώνων, τα συμπεράσματα για τα μήκη των τμημάτων ΑΚ και ΣΤ;

6) Με ποιον τρόπο μπορούμε πλέον να μετράμε, με έναν καθρέφτη, το ύψος ενός κτηρίου, όταν γνωρίζουμε τις αποστάσεις που είναι απαραίτητες για τη συγκεκριμένη μέτρηση;

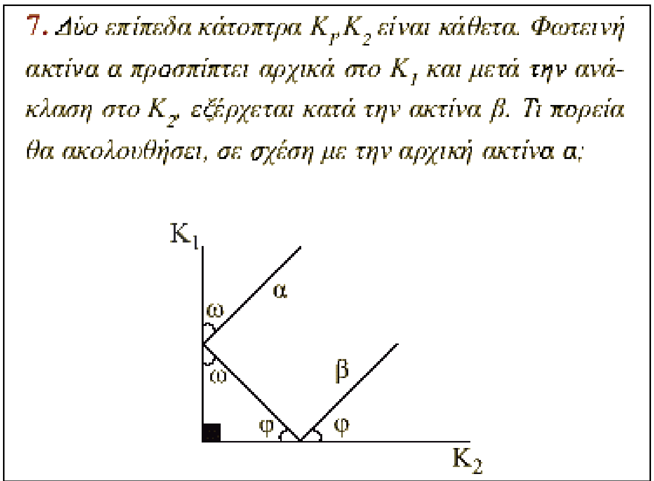
3.2.2 Δραστηριότητα: ΚΑΤΟΠΤΡΑ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: -- **Τάξη:** ------------

-- **Ημερομηνία:** ------------

Φύλλο εργασίας 1

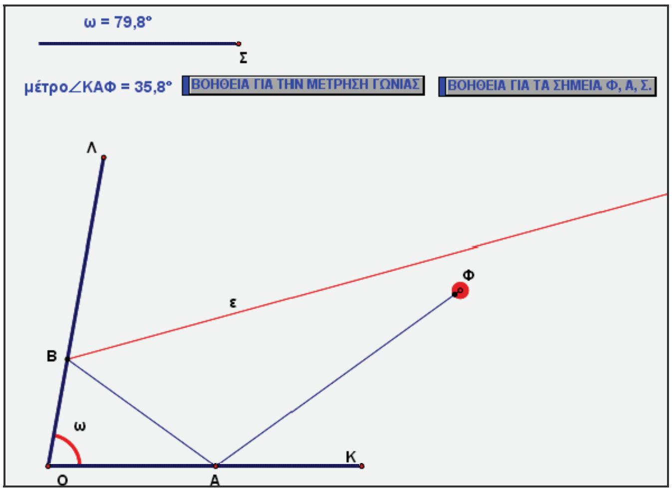
Ας υποθέσουμε ότι πρόκειται να λύσουμε την παρακάτω άσκηση του βιβλίου.


7. Δύο επίπεδα κάτοπτρα K_1, K_2 είναι κάθετα. Φωτεινή ακτίνα α προσπίπτει αρχικά στο K_1 και μετά την ανάκλαση στο K_2, εξέρχεται κατά την ακτίνα β. Τι πορεία θα ακολουθήσει, σε σχέση με την αρχική ακτίνα α;

Απόσπασμα από το σχολικό βιβλίο της Γεωμετρίας της Α΄ και Β΄ Λυκείου σ. 88.

Το ερώτημα που τίθεται είναι το εξής: Όταν τα κάτοπτρα δεν είναι κάθετα τι μπορεί να συμβαίνει;

Ανοίξτε το αρχείο katoptra του λογισμικού. Στην οθόνη προβάλλονται:



Μία προσομοίωση των κατόπτρων ΟΚ και ΟΛ.
Μία προσομοίωση της διαδρομής της φωτεινής ακτίνας από την πηγή Φ μέχρι και την τελικά ανακλώμενη ακτίνα ε.
Ένας μεταβολέας με άκρο το σημείο Σ, με το οποίο μπορούμε να μεταβάλλουμε τη γωνία ω των δύο κατόπτρων.
Το μέτρο της γωνίας ΚΑΦ, δηλαδή της γωνίας πρόσπτωσης της αρχικής ακτίνας.
Δύο κουμπιά βοήθειας που αναφέρονται στον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να μετράμε γωνίες και στη χρήση συγκεκριμένων σημείων της προσομοίωσης.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

1) Μεταβάλετε μόνο την τιμή της γωνίας ω από το σημείο Σ, ώστε τα δύο κάτοπτρα να γίνουν κάθετα. Διερευνήστε την κατεύθυνση της τελικής ανακλώμενης ακτίνας ε. Ποια φαίνεται να είναι η θέση της ε ως προς την αρχική ακτίνα ΦΑ;

2) Διατηρήστε τη γωνία ω ορθή και μεταβάλετε μόνο τη θέση της φωτεινής πηγής Φ. Ποια φαίνεται να είναι η θέση της ε ως προς την αρχική ακτίνα ΦΑ;

3) Μετρήστε τις κατάλληλες γωνίες, ώστε να επιβεβαιώσετε ή να απορρίψετε τα συμπεράσματά σας από τις δύο προηγούμενες ασκήσεις.

4) Αποδείξτε με αυστηρά μαθηματικό τρόπο τα τελικά σας συμπεράσματα.

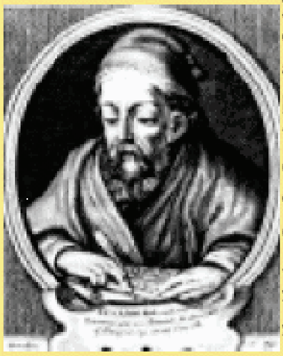
Φύλλο εργασίας 2

Ο Ευκλείδης έχει διατυπώσει μία σειρά προτάσεων - αιτημάτων, εκ των οποίων εκείνο που έχει προκαλέσει τις περισσότερες συζητήσεις είναι το πέμπτο. Ας δούμε πώς περιγράφεται το αίτημα αυτό στα ιστορικά σημειώματα που περιλαμβάνονται στο σχολικό εγχειρίδιο, στο κεφάλαιο των παραλλήλων.

Αυτό ακριβώς το πέμπτο αίτημα θα αποτελέσει ένα μαθηματικό εργαλείο-κριτήριο με το οποίο μπορούμε να διερευνήσουμε τη σχετική θέση δύο ευθειών στην οθόνη του υπολογιστή.

Η θεωρία των παραλλήλων

Το αίτημα του Ευκλείδη. Στο Βιβλίο Ι των «Στοιχείων» του ο Ευκλείδης ορίζει ως παράλληλες «τις ευθείες εκείνες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και προεκτεινόμενες επ' άπειρον και από τα δύο μέρη δε συναντώνται σε κανένα απ' αυτά» (Ορισμός 23). Αμέσως μετά διατυπώνει πέντε αιτήματα, τα τέσσερα πρώτα από τα οποία εκφράζουν τις βασικές ιδιότητες των γεωμετρικών κατασκευών με τη βοήθεια του κανόνα και του διαβήτη, ενώ το πέμπτο αποφαίνεται ότι:

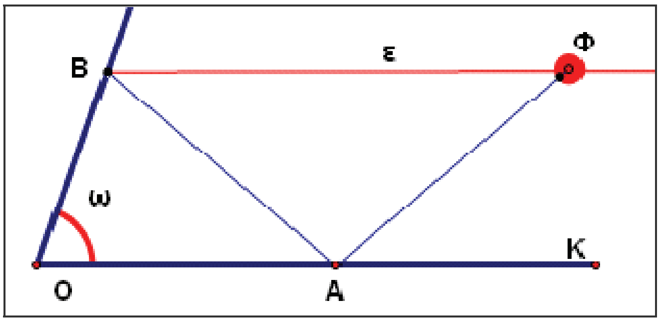


«Εάν μια ευθεία που τέμνει δύο ευθείες σχηματίζει τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες μικρότερες από δύο ορθές, τότε οι δύο ευθείες προεκτεινόμενες επ' άπειρον συναντώνται στο μέρος που οι σχηματιζόμενες γωνίες είναι μικρότερες από δύο ορθές» (Αίτημα V).

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

1) Μεταβάλετε τη γωνία ω από το σημείο Σ, ώστε να είναι οξεία. Ποια είναι η σχετική θέση της ε ως προς την αρχική ακτίνα ΦΑ; Πώς μπορούμε να δικαιολογήσουμε τη σχετική θέση των δύο ευθειών με τη βοήθεια του πέμπτου αιτήματος του Ευκλείδη;

2) Σύρετε το σημείο Σ, ώστε η γωνία ω να πάρει ακέραια τιμή, π.χ. 70^o. Μετακινήστε τη φωτεινή πηγή Φ, ώστε η τελική ακτίνα ε να γίνει παράλληλη προς το οριζόντιο κάτοπτρο. Ποιες γωνίες θα πρέπει να μετρήσουμε, ώστε να βεβαιωθούμε μέσω των μετρήσεων ότι πράγματι οι δύο ευθείες (ε και ΟΚ) είναι παράλληλες;



3) Υπολογίστε με αυστηρά μαθηματικό τρόπο τη γωνία πρόσπτωσης ΚΑΦ, όταν $ω=70^o$, ώστε η ε να είναι παράλληλη προς το οριζόντιο κάτοπτρο.

4) Μεταβάλετε τη γωνία ω, ώστε να γίνει αμβλεία. Ποια είναι η σχετική θέση της ε ως προς την αρχική ακτίνα ΦΑ; Πώς μπορούμε να δικαιολογήσουμε τη σχετική θέση των δύο ευθειών με τη βοήθεια του πέμπτου αιτήματος του Ευκλείδη;