

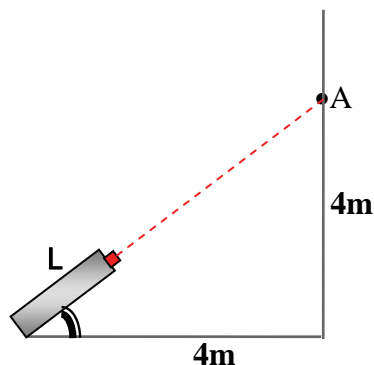
3.3 Δραστηριότητες για τη Β' Λυκείου

3.3.1 Δραστηριότητα: Ο ΠΡΟΒΟΛΕΑΣ

Ονοματεπώνυμο μαθητών: Τάξη:
 Ημερομηνία:

Φύλλο εργασίας

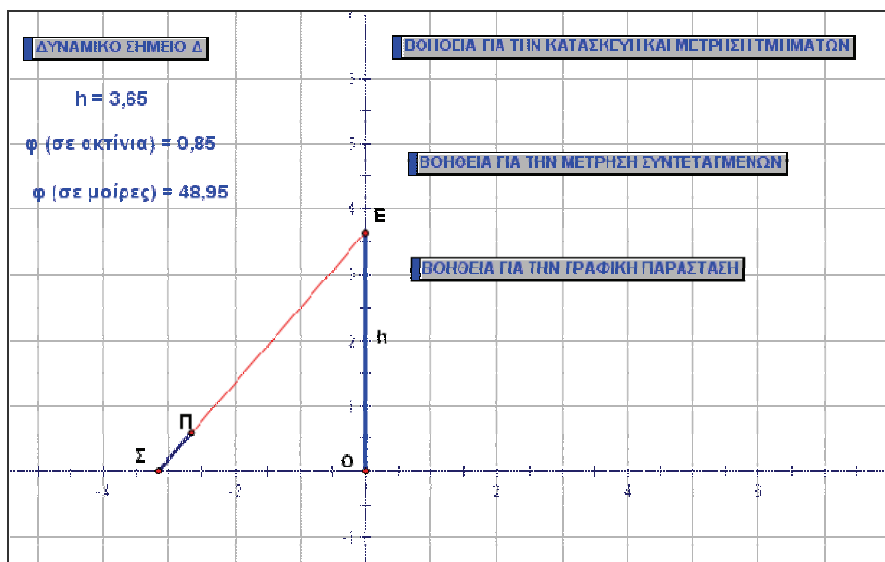
Στο παρακάτω σχήμα ο προβολέας L φωτίζει το σημείο A πάνω σε έναν τοίχο. Για να φωτίσει σε ένα σημείο που βρίσκεται σε διπλάσιο ύψος, θα πρέπει:



- A) Να διπλασιαστεί η γωνία.
- B) Να πλησιάσει ο προβολέας προς τον τοίχο.
- Γ) Να αυξηθεί η γωνία κατά 18° .
- Δ) Να αυξηθεί η γωνία κατά 40° .

Επιχειρώντας να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό, θα διαπιστώσουμε ότι δεν είναι και το ευκολότερο, αν δεν διαθέτουμε κάποια ιδιαίτερα εργαλεία, έστω και έναν υπολογιστή τσέπης. Στην παρακάτω δραστηριότητα θα διερευνήσουμε σε βάθος την κατάσταση προβλήματος που σχετίζεται με τον προβολέα, με τη βοήθεια μιας προσομοίωσής του.

Ανοίξτε το αρχείο proboleas του λογισμικού. Στην οθόνη προβάλλονται:



- α) Μία προσομοίωση του προβολέα ΣΠ, ο οποίος εστιάζει σε ένα ύψος $OE=h$. Ο προβολέας μπορεί και μετακινείται μπρος πίσω από το σημείο Σ και να περιστρέφεται γύρω από το σημείο Π.
- β) Οι μετρήσεις του ύψους h (χωρίς μονάδες μέτρησης) και της γωνίας φ του προβολέα με τον οριζόντιο άξονα.
- γ) Το κουμπί «Δυναμικό σημείο Δ», με το οποίο εμφανίζεται ένα σημείο Δ που οι συντεταγμένες του μεταβάλλονται, καθώς περιστρέφεται ο προβολέας.
- δ) Τα κουμπιά βοήθειας τα οποία μπορείτε να χρησιμοποιείτε, καθώς προσπαθείτε να απαντήσετε στις ερωτήσεις του φύλλου εργασίας.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Ελέγξτε με τη βοήθεια της προσομοίωσης και των μετρήσεων αν τα ποσά «γωνία φ » και «ύψος h » είναι ανάλογα ή όχι.

- 2) Διερευνήστε ποια από τις απαντήσεις του αρχικού ερωτήματος είναι η σωστή.

- 3) Υπολογίστε στο τετράδιό σας το ύψος h με βάση τη γωνία φ και την απόσταση ΟΣ του προβολέα.

- 4) Με βάση την προηγούμενη άσκηση, πώς μπορούμε να μετρήσουμε το ύψος ενός κτηρίου, χρησιμοποιώντας έναν προβολέα όπως εκείνον που εμφανίζεται στην προσομοίωση;

- 5) Υποθέστε ότι ο προβολέας μπορεί να περιστρέφεται και προς τα κάτω, δηλαδή ότι το h είναι πλέον βάθος και όχι ύψος. Εστιάστε σε βάθος 4 μονάδων. Με ποιον τρόπο το λογισμικό συμβολίζει το βάθος και την προς τα κάτω περιστροφή του προβολέα;

Φύλλο εργασίας 2

Τώρα πλέον είναι ευκαιρία να δούμε ποια είναι η γραφική παράσταση της σχέσης που συνδέει τη γωνία φ με το ύψος h .

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Εμφανίστε το σημείο Δ και μετρήστε τις συντεταγμένες του. Περιστρέψτε τον προβολέα και συγκρίνετε τις συντεταγμένες του Δ με τις μετρήσεις που προβάλλονται στην οθόνη. Τι παρατηρείτε;

- 2) Εμφανίστε το ίχνος του σημείου Δ και περιστρέψτε τον προβολέα. Ποια είναι η μορφή της καμπύλης που δημιουργείται; Ποια είναι η συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι η καμπύλη που εμφανίστηκε;

- 3) Σύρετε το σημείο Σ , έως ότου η απόστασή του από το O γίνει 1. Επαναλάβετε την κατασκευή της γραφικής παράστασης. Ποια σχέση παριστάνεται τώρα με τη συγκεκριμένη καμπύλη;

- 4) Κατασκευάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης που αντιστοιχεί στη σχέση που βρήκατε με τη βοήθεια του λογισμικού. Τι σχέση έχει η καμπύλη που κατασκεύασε το ίχνος του Δ με τη γραφική παράσταση που κατασκεύασε το λογισμικό;

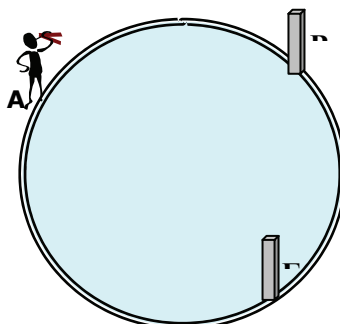
- 5) Είναι η συνάρτηση περιοδική; Ποια είναι η περίοδος; Είναι άρτια ή περιττή συνάρτηση;

- 6) Μεταφέρετε το σημείο Σ σε απόσταση 2 μονάδων από το O και κατασκευάστε την καμπύλη του ίχνους του Δ . Ποιας συνάρτησης η γραφική παράσταση εμφανίζεται στην οθόνη;

3.3.2 Δραστηριότητα: Η ΠΙΣΙΝΑ

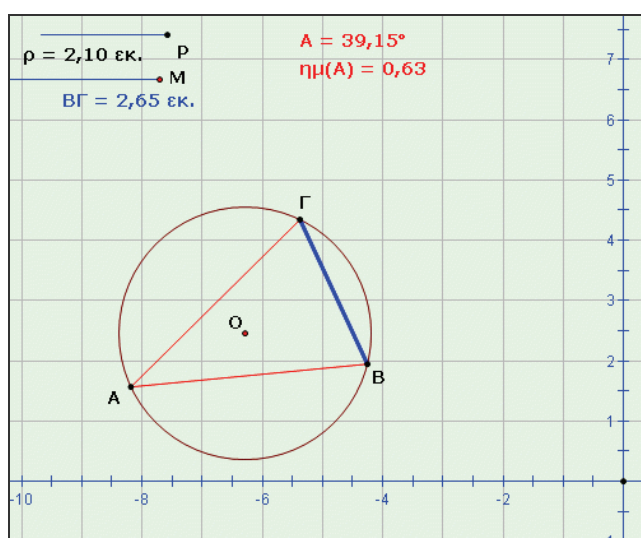
Ονοματεπώνυμο μαθητών: Τάξη:
 Ημερομηνία:

Φύλλο εργασίας



Ο άνθρωπος στην παραπάνω εικόνα θέλει να υπολογίσει την ακτίνα της πισίνας, στην οποία όμως δεν έχει πρόσβαση, αφού είναι γεμάτη νερό. Διαθέτει ένα γωνιόμετρο, ένα όργανο δηλαδή με το οποίο μπορεί να μετρήσει τη γωνία $B\hat{A}\Gamma$, ενώ γνωρίζει ήδη την απόσταση $B\Gamma$ των δύο πασάλων που βρίσκονται στα σημεία B και Γ της περιφέρειας της πισίνας. Ας προσπαθήσουμε να λύσουμε το πρόβλημα αυτό μέσα από μια προσομοίωσή του.

Ανοίξτε το αρχείο Metrisi piscinas του λογισμικού. Στην οθόνη προβάλλονται:



Ένας κύκλος κέντρου O, στον οποί έχει εγγραφεί ένα τρίγωνο ABΓ. Η κορυφή A μπορεί να κινείται πάνω στον κύκλο με σύρσιμο.

Δύο μεταβολείς με άκρα P και M, με τους οποίους μπορούμε να μεταβάλλουμε την ακτίνα ρ του κύκλου και το μήκος της πλευράς BΓ, αντίστοιχα.

Οι μετρήσεις της ακτίνας ρ και της πλευράς (χορδής) BΓ.

Η μέτρηση της γωνίας A του τριγώνου, καθώς και το ημίτονο της γωνίας.

Ένα κουμπί βοήθειας με το οποίο εμφανίζονται υποδείξεις για την κατασκευή ενός δυναμικού σημείου με συγκεκριμένες συντεταγμένες.

Ένα δεύτερο κουμπί βοήθειας, το οποίο θα σας χρησιμεύσει όταν κληθείτε να κάνετε κάποια απόδειξη.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

- 1) Σύρετε το σημείο P και στη συνέχεια το σημείο M. Σημειώστε τα ποσά που μεταβάλλονται κάθε φορά.

- 2) Στόχος μας είναι να εντοπίσουμε τις σχέσεις μεταξύ των ποσών αυτών. Παρατηρήστε και καταγράψτε αρκετές μετρήσεις των ποσών που μεταβάλλονται, μόλις σύρετε το σημείο P. Φαίνεται από τις μετρήσεις να ισχύει κάποια σχέση;

- 3) Παρατηρήστε και καταγράψτε αρκετές μετρήσεις των ποσών που μεταβάλλονται, μόλις σύρετε το σημείο M. Φαίνεται από τις μετρήσεις να ισχύει κάποια σχέση;

- 4) Κατασκευάστε ένα δυναμικό σημείο με συντεταγμένες $(\eta\mu(A), \rho)$ και εμφανίστε το ίχνος του. Μεταβάλετε την ακτίνα ρ . Διαπραγματευτείτε την καμπύλη που φαίνεται να διαγράφει το δυναμικό σημείο. Ποια σχέση θα μπορούσε να συνδέει τα δύο ποσά;

- 5) Με τη βοήθεια των μετρήσεων επιβεβαιώστε ή απορρίψτε την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα.

- 6) Κατασκευάστε ένα δυναμικό σημείο με συντεταγμένες $(\eta\mu(A), B\Gamma)$ και εμφανίστε το ίχνος του. Μεταβάλετε την πλευρά BΓ. Διαπραγματευτείτε την καμπύλη που φαίνεται να διαγράφει το δυναμικό σημείο. Ποια σχέση θα μπορούσε να συνδέει τα δύο ποσά;

- 7) Με τη βοήθεια των μετρήσεων επιβεβαιώστε ή απορρίψτε την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα.

- 8) Διατυπώστε μία πρόταση με την οποία θα εκφράζετε τον τρόπο που συνδέονται τα ποσά ΒΓ, Ρ, ημ(Α).

- 9) Ας υποθέσουμε τώρα ότι θέλετε να περιγράψετε στον άνθρωπο του αρχικού προβλήματος μία διαδικασία με την οποία θα καταφέρει να μετρήσει την ακτίνα της πisinάς. Τι θα τον συμβουλευάτε να κάνει, χρησιμοποιώντας και το γωνιόμετρο;

- 10) Ωστόσο, μία πρόταση, η οποία στηρίζεται μόνο σε μετρήσεις και γραφικές παραστάσεις, κινδυνεύει να θεωρηθεί μη έγκυρη από αυστηρά μαθηματική άποψη. Κάντε μία γενική απόδειξη της πρότασης, χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη βοήθεια από την οθόνη.